SED
071F

BOGOTA PARA VIVIR
todos del mismo lado

SERIE DIÁLOGOS

VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL

" LAS MATEMÁTICAS: MUCHO MÁS QUE CUATRO OPERACIONES "

JUNIO 19 Y 20 DE 2.002

-MEMORIAS-

ALCALDIA MAYOR
BOGOTA D.C.
Secretaria
EDUCACION

071F

VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL

SED 071F
2002

VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL

LAS MATEMÁTICAS: MUCHO MÁS QUE CUATRO OPERACIONES

MEMORIAS

Alcaldía Mayor de Bogotá, D.C
Secretaria De Educación
Bogotá, 19 y 20 de Junio de 2.002
Centro de Desarrollo Empresarial **COMPENSAR**

ANTANAS MOCKUS SIVICKAS
Alcalde Mayor de Bogotá, D.C

MARGARITA PEÑA BORRERO
Secretaria de Educación Distrital

JOSÉ FRANCISCO PARRA GARCÉS
Subsecretario Administrativo

JUANA INÉS DÍAZ TAFUR
Subsecretaria Académica

LEONARDO VILLA ARCILA
Subsecretario de Planeación y Finanzas

LUZ AMPARO MARTÍNEZ RANGEL
Directora de Evaluación y Acompañamiento

Secretaría de Educación Distrital
VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL 2002
Memorias:" Las Matemáticas: mucho más que cuatro operaciones "
Primera Edición, Bogotá, Junio de 2002
Avenida El Dorado #66-63. Bogotá
Tel:3241000 Fax: 3153200
http:// www.sedbogota.edu.co

La presente edición es propiedad de la Secretaría de Educación Distrital.
Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra para fines diferentes a los educativos, salvo que la propia Secretaría autorice.

CONTENIDO

VII Foro Educativo Distrital 2002
Secretaría de Educación Distrital

" LAS MATEMÁTICAS: MUCHO MÁS QUE CUATRO OPERACIONES "

Centro de Desarrollo Empresarial - COMPENSAR
Bogotá 19 y 20 de Junio de 2.002

Presentación

Margarita Peña Borrero

Secretaria de Educación

Los foros educativos constituyen una excelente oportunidad para que docentes, investigadores y ciudadanos en general, conozcan alternativas de mejoramiento a partir del intercambio de experiencias.

En el año 2.002, el VII Foro Educativo Distrital se dedicó a la temática " Las Matemáticas, mucho más que cuatro operaciones". Durante el Foro realizado entre el 19 de y 20 de Junio, se presentaron 383 experiencias institucionales sobre la aplicación de pedagogías que promueven el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, incorporan nuevas tecnologías en el aprendizaje y fomentan la capacidad para plantear y resolver problemas.

Más de 8.000 personas estuvieron vinculadas a este proceso, entre maestros, estudiantes, padres de familia, autoridades locales, expertos en educación y ciudadanía en general. Muchos de ellos participaron, durante los meses de enero y abril del 2.002, en los Foros Educativos que se llevaron a cabo en cada una de las 20 localidades.

En el marco del evento central del VII Foro educativo Distrital, se rindió un merecido homenaje al Doctor Carlo Federicci en consideración a una vida dedicada a la orientación de nuevas mentes en el campo de la matemática. Con la participación del Doctor Francois Pluvinage, conferencista francés, y los conferencistas nacionales Myriam Acevedo y Pedro Gómez, se sustentaron reflexiones y problemáticas propias de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática. Igualmente, fueron expuestas 92 experiencias, seleccionadas de las 383 que se presentaron en los foros locales.

Para la Secretaría de Educación de Bogotá, es grato poner a disposición de docentes de matemáticas y educadores en general las memorias correspondientes al VII Foro Educativo Distrital, con el objeto de que éste compendio sirva de motivación para posteriores análisis e incentive nuevas investigaciones, innovaciones y experiencias en el área, de tal manera que demos cumplimiento a nuestro principal objetivo " **Elevar el conocimiento y la capacidad de aprender de las personas movilizando el potencial educativo y cultural de la ciudad** ".

MARGARITA PEÑA BORRERO
Secretaria de Educación

INSTALACIÓN

Instalación

Cecilia María Vélez

Señor Alcalde Mayor de Bogotá Antanas Mockus, señora Viceministra de Educación Margarita Peña, profesor Carlo Federici, señor Director de Compensar Germán Collazos,nuestro invitado internacional profesor Francois Pluvinage, los profesores Pedro Gómez y Myriam Acevedo, señores Concejales, señores Alcaldes Locales, señoras y señores.

La educación es el principal indicador de que la humanidad tiene esperanzas en si misma, se educa porque se cree que hay conocimientos, habilidades, competencias y valores que se deben transmitir y aprender. En un país en la situación del nuestro, esa esperanza se vuelve crucial para la construcción de la salida necesaria.

Bogotá ha venido construyendo su estrategia educativa en el marco de la ley 115, de una parte fortaleciendo las instituciones en el desarrollo de sus proyectos institucionales con sus prioridades específicas, de otra parte y con el fin de garantizar la equidad y el desarrollo de la vida en comunidad, se han definido unas competencias generales que deben desarrollar todos los niños, así hemos trabajado en lenguaje, en matemáticas y en ciencias y hemos dado una alta prioridad al desarrollo de la competencia ciudadana. Hoy en este VII Foro Distrital presentamos los avances de la comunidad educativa en las metodologías que permiten desarrollar la competencia matemática, partiendo de las evaluaciones ensayo, realizadas durante estos cuatro (4) años tanto en primaria como en secundaria. Hemos sido testigos de los progresos del sector que han recogido enseñanzas tan importantes en la ciudad como la experiencia del profesor Federici, los resultados obtenidos en las aplicaciones realizadas con dos (2) años de diferencia, indican que la ciudad logró incrementar sus puntajes en matemáticas en la básica primaria. Entre el 98 y el 2000 la ciudad pasó de 2.6 a 2.9 en una escala de 1 a 5, presentándose un mayor avance en las instituciones del sector oficial y en este sentido acortando la brecha con el sector privado.

Mientras tanto en secundaria pasamos entre el 99 y 2001 de 1.6 a 1.7, es un leve incremento que manifiesta el esfuerzo y señala que aún queda mucho por hacer en esta área especialmente en secundaria.

Del lado positivo, es importante reconocer que los estudiantes en un buen porcentaje realizan las operaciones básicas: Suman, restan, multiplican, dividen, reconocen figuras geométricas y saben medir longitudes y ángulos. Sin embargo un alto porcentaje no utiliza sus conocimientos sobre las operaciones básicas ni lo que aprendieron sobre propiedades métricas o geométricas para solucionar problemas, muchos tienen dificultades para interpretar información presentada en diagramas de barras. Las pruebas en su concepción y enfoque abordan competencias consideradas como básicas desde lo curricular, en este sentido en los resultados se perciben dificultades importantes como el uso de procedimientos y conceptos en contextos variados, el planteamiento de problemas, la identificación e interpretación de relaciones, el trabajo con formas diversas de representación, la inferencia y la argumentación sobre situaciones problemáticas. Por estos resultados el Foro de este año quiso transmitir el mensaje de que las *matemáticas son mucho más que cuatro (4) operaciones.*

Estos foros educativos se han establecido como espacios de diálogo y aprendizaje para que los distintos sectores aporten sus experiencias y

Propuestas en torno al mejoramiento de la calidad de la educación. Con la participación de cerca de siete mil personas entre maestros, estudiantes, padres de familia, autoridades locales y expertos en educación y ciudadanía en general; entre los meses de marzo y abril se realizaron foros educativos en las 20 localidades que permitieron reconocer 383 experiencias en torno a la aplicación de pedagogías que promueven el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, incorporan nuevas tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas y fomentan la capacidad de plantear y resolver problemas. El 65% de estas experiencias corresponden a iniciativas desarrolladas en el sector oficial y con respecto al año Pasado, el sector privado también aumento su participación del 27 al 35%. Los comités locales seleccionaron las mejores experiencias, 92 fueron enviadas al Comité Distrital y expertos en el tema que hacen parte del Comité Asesor de Matemáticas de la Secretaria, las analizaron y las agruparon para que finalmente sean expuestas en varias formas en este Foro Distrital. Las experiencias e invitados que vamos a tener en estos dos (2) días dándonos a conocer sus reflexiones y prácticas nos servirán como referencia para identificar caminos, modelos y elementos alternativos que mejoren una competencia tan importante y vital no solo en la escuela sino en la vida diaria, profesional y laboral.

Ábacos, bloques lógicos, juegos, dominós, regletas, calculadoras gráficas para la enseñanza de la geometría, software, entre muchos otros hacen ya parte de un repertorio de materiales y estrategias que apoyan proyectos y procesos curriculares.

Experiencias algunas enfocadas a comprender mejor un concepto matemático geométrico, otras hacen uso creativo de tecnologías informáticas, otras diseñan estrategias lúdicas para enseñar y lograr el aprendizaje efectivo y otras sirven para estructurar procesos integrales articulando diversos conocimientos y áreas curriculares.

Todas ellas orientadas a promover el auto aprendizaje, a formar alumnos para un mundo en permanente cambio, y pues... hablando de cambios, se realiza este foro en un momento para mi de cambio personal, el nombramiento como Ministra de Educación lo he recibido como el reconocimiento a unas Administraciones Distritales que han asumido el reto de transformar la educación en la ciudad, el reconocimiento a un equipo y a una comunidad educativa que se permitieron soñar y hacer realidad muchos de estos sueños.

Asumo este nuevo reto respaidada por todos ustedes, *el haber que tengo es lo que ustedes me han enseñado y esta es mi gran fortaleza.*

Me voy con la satisfacción del deber cumplido, con la tranquilidad de que dejo el sector en muy buenas manos, en la cabeza de este Alcalde y esta maravillosa Administración. Pero me voy con una gran nostalgia.

Agradezco a Compensar y al Banco de la República por el apoyo brindado para la realización de este evento que se convierte en participación y apoyo a la calidad de la educación del Distrito y que debe ser considerado como ejemplo para las empresas y organizaciones.

Igualmente quiero resaltar la labor de los profesores que hacen parte del Comité Asesor de Matemáticas quienes nos han aportado elementos muy importantes para la concepción y organización académica de este foro: Myriam Acevedo, Gloria García, Silvia Bonilla, Patricia Perry, Pedro Javier Rojas, Flor Elva Jaime, Maria Falk, Manuel Vinet, Marina Ortiz.

Por último les deseo éxitos en las discusiones y los invito a que sigamos fortaleciendo este proceso de mejoramiento de la calidad de la educación del Distrito.

Muchas Gracias.

Antanas Mockus Sivickas

ALCALDE MAYOR DE BOGOTÁ

Doctora Margarita Peña Viceministra de Educación, doctora Cecilia María Vélez Secretaria de Educación del Distrito, profesor-maestro Carlo Federici, doctor Germán Collazos, Presidente de Compensar, señores profesores Pluvinage, Myriam Acevedo, Pedro Gómez, señoras y señores del Gabinete Distrital, ciudadanos.

Tal vez lo que nos une mucho con el profesor Federici, con Cecilia María, con Margarita Peña, es haber vivido el placer de comprender y todavía más el placer de ayudarle a otro a comprender. Lo aprendido a veces cae en el olvido, en el desuso, lo comprendido tiene más estabilidad y percibir la comprensión en el otro es percibir algo irreversible, es entender que algo ya quedó reconstruido o construido por parte del otro y que sobre eso se puede construir. La matemática es el área en la cual es más claro que en todas las otras áreas, que es posible construir sobre lo construido, es posible retomar la obra donde otro la lleva y mejorarla. También hay reconstrucciones por supuesto fuertes, pero yo caracterizaría el campo bellísimo en el que ustedes trabajan y en el que yo algún día trabajé, como el campo en el cual lo que el otro ya comprendió se vuelve inmediatamente cimiento para un nuevo desafío del comprender. En pocas áreas, tal vez en ninguna hay esa clarísima irreversibilidad. Al comprender, lo comprendido no ocupa volumen, no es engorroso, lo comprendido es tan simple y tan ordenado en matemáticas que uno puede irlo acumulando de manera que prácticamente no ocupa ningún volumen.

La matemática es el terreno del máximo éxito de la representación y por lo tanto es lo más enseñable, lo que más se presta a no necesitar de otras cosas distintas a las que se pueden poner de presente en el proceso Educativo.

Cambiando de representaciones, mejorar las representaciones para discutir con más eficacia, construir argumentos que sean contundentes y de esa manera cambiar la manera de decir e influir en el hacer es también el secreto de la gerencia. Esta mañana yo siento las bodas de la gerencia y la pedagogía, yo formo parte de los que en algún momento escribí desde la pedagogía con pánico ante la fuerza de la gerencia. Mi vida es una enorme ironía, en el sentido de que sigo creyendo mucho en la pedagogía, pero sé que el mejoramiento de las condiciones de vida y el mejoramiento de innumerables formas de procesos requieren gerencia. Y aprendí mucha gerencia a regañadientes para poder criticarlo, para tocarlo, para poder vigilar sus excesos. Hoy la ciudad avanza muchísimo en ambos frentes, ese microplacer de comprender, ese gusto tan raro de decir:"Ya el otro comprendió, puedo seguir", se conecta con decisiones que se toman en ámbitos que también funcionan igual, si asigno los recursos así, también me doy cuenta si el otro comprende o no; la comprensión compartida provee evidencia. Uno llega, como paso con Descartes, a interiorizar experiencia-evidencia, tal vez porque llega a ver lo fuertes que son ciertos argumentos, entonces, argumentos revisables es algo que ofrece la matemática.

Matemática es una escuela de consensos construidos racionalmente y en ese sentido la enseñanza de las matemáticas es, posiblemente, uno de los mayores soportes de la educación democrática.

Realmente hay argumentos frente a los cuales no hay escapatoria, si se supone esto, se debe concluir obligatoriamente esto.

Claro, el uso de los simbolismos de las representaciones gráficas hace también una enorme diferencia, la argumentación matemática es soportada en lo escrito. Les hablo de esto porque hay otra área que también esta ahí: En un texto que leí por primera vez con el profesor Federicci, dice que Dios creó a los seres humanos incompletos, todas las demás criaturas surgen completas y el ser humano tiene que autoconfigurarse. Dios, a esta última de sus criaturas, creada el sexto día, le dice: Acábate de crear, serás como las bestias si quieres y serás tan bello como los ángeles si quieres, tu mismo te configurarás.

Al lado de esa configuración individual que corresponde mucho al desarrollo moral de cada uno de nosotros y a su formación también intelectual, es la auto configuración colectiva. Esta también usa la escritura, es la constitución, son las leyes. Hoy me toca decir que algún día nuestra relación con las leyes estará muy marcada por nuestra experiencia previa con la argumentación en matemáticas, de hecho me siento exactamente en esa paradoja, nunca pensé que tendría una misión social de enseñarle a la gente no solo a hacer las cosas bien, sino a hacerlas dentro de la ley.

Lograr resultados dentro de la ley. ¿Por qué?, porque si en aras de los resultados nos permitimos salirnos de la ley, los acuerdos que se celebran por fuera de la ley no hay manera de discutirlos ni llevarlos ante un juez. Un par de corruptos no pueden ir ante un juez a decirle "Mire él no me pago la parte que me había prometido", entonces donde hay corrupción en cantidad, aparece inevitablemente la justicia por mano propia. Qué es la justicia del estado de derecho?, es un espacio donde los procesos en su mayor parte se escriben y son verificables y si los argumentos fueron suficientes para condenar, aquí deben ser suficientes para condenar en el estadio superior.

Tal vez no debería mencionar todo esto, pero cuando ustedes tienen el placer de enseñar, cuando ustedes ven que el niño comprende y usando el lenguaje gráfico, el lenguaje simbólico construye, avanza; se prefigura esa posibilidad maravillosa de atenernos a lo escrito, de confiar en lo escrito. Son bodas de pedagogía, gerencia y derecho.

Quiero hablar ahora de personas. Cada persona uno la Conoce muy parcialmente y si puede hablar algo de ella, obviamente tiene un sesgo absolutamente parcial.

Recuerdo muchísimas escenas en que el profesor Federicci pacientemente nos explicaba algo o pacientemente objetaba algo y nos miraba, y tal vez una de las cosas que más sabía hacer en el trabajo del grupo y¿ más sabe hacer aún ahora que nos encontramos, es como mirar y chequear: ¿Cómo te sientes?, ¿Dónde vas?, Estás comprendiendo lo que estamos hablando a fondo?. Entonces hay una continuidad entre esa escena del placer de que el otro comprenda y el placer de comprender.

Hable de él y me pregunte cuáles son las contribuciones más recientes del profesor Federicci para merecer una condecoración más. Henry Murain y otros estudiantes de la Universidad Nacional acaban de conformar un grupo con el profesor Federici, Luz Marina Caicedo aquí presente y otras personas están trabajando en redactar las aventuras del "llanero solitario".

No la aventura, no la narrativa, no la historia, sino la propuesta del llanero solitario para enseñar algunos temas de matemáticas.

Un profesor que a los 95 años trabaja formando nuevos grupos, entusiasmando a la gente con el saber.

Puede llevar a que una persona dure semanas o meses o como fue mi caso, corregir la ruta de la vida, es un gran aporte.

Pero respondo jurídicamente. Es una maravilla que en las atribuciones del Alcalde esté esa pequeña potestad de distinguir, de hacer homenajes. Sí, simplificando mucho, tanto políticamente como afectivamente yo estaba subido en un piso 20 o un piso 30 y me tiré y el grupo Federicci me recogió. Si no hubiera tenido un interlocutor racional, hace rato que dormiría el sueño de los justos o de los injustos a no se cuantos centímetros bajo la tierra.

Creo, pues uno nunca sabe, "contra Facturs" decíamos ahí en el grupo Federicci, o sea la historia es dificilísima de enseñar, es dificilísimo investigar en historia porque uno nunca sabe que hubiera pasado si las cosas fueran distintas.

Quiero hablar de Cecilia María, una Subdirectora de Planeación Nacional *Uno A*, confiable como pocas personas he podido sentir, uno conoce como de lejos; pero uno sabe que está ahí. Antes de trabajar con ella visité al Nutibara, cerca de Frontino en Antioquia, un colegio levantado en ladrillo, similares a los que aquí nos rodean y muy similar a los colegios nuevos de Bogotá,¿Edificado por quién?. Por la mamá de Cecilia María, la persona que dedicó su vida a hacer el bien en el terreno de la educación y que murió víctima de la violencia; de esa misma violencia en la que yo de pronto me hubiera podido ver envuelto de no haber sido por el doctor Federicci.

Hay continuidad de una generación a otra, pero no solo en los conocimientos, sino en los derroteros. Y si tuviera que representar con imágenes o con emociones, diría que Cecilia María trajo la experiencia de Nutibara a Bogotá y la hizo en grande, mucho más grande; y que esa fue una manera, la manera más legítima imaginable de procesar el dolor. Pocas personas han sido golpeadas por la violencia como Cecilia María y ella nos ha dado ejemplo de como en vez de ojo por ojo ó diente por diente, la respuesta es construir.

Sobre la Viceministra, Margarita Peña ¿qué puedo decir?. Hemos tenido coequiperos compartidos y clarísimamente una misma causa desde la época de mi trabajo en el grupo Federicci que es la causa de mejorar la calidad. Es la pedagogía intentando influir, asesorando a veces tras de la ONG en la que ella trabajó, asesorando a veces la Secretaria de Educación, a veces al Ministerio, y luego esa tendencia de nuestra sociedad que es una tendencia maravillosa de decir: Bueno!, si a alguien le ha interesado mucho eso y si sabe de eso; a tomar el navío, el timón. Creo que ha hecho una labor admirable que ha permitido hacer una muy buena coordinación entre el Ministerio de Educación y Bogotá, creo que comparte la misma fe radical en que nuestra sociedad mejorando la educación.

Tiene además una sensibilidad enorme a lo diverso, yo todavía de vez en cuando busco lo bueno detrás de lo distinto, la productividad, el resultado, el derecho. Pero también comparto con Margarita la capacidad de ser sensible a lo diverso, eso curiosamente en una sociedad como la colombiana nos empuja fuertemente hacia la gestión. Entonces Margarita va a tener que aplazar un poco su sueño de dedicar un año y medio al trabajo académico y nos va a acompañar en la Secretaría de Educación.

Entonces tenemos la maravilla de prever que seguirá funcionando como ese acercamiento y ese entronque entre pedagogía y gerencia. Detrás pues, estará la fe y la esperanza colocada en que educándonos resolveremos buena parte de nuestros líos y lograr autoconfigurarnos individual y colectivamente.

El profesor Federicci ayudó a abrir un camino, y algunos vitalmente dependimos de ese camino para estar donde estamos. Por ese subrayo mi gratitud; sentir gratitud es bonito, y sentir gratitud por haber transformado el placer de comprender, el placer de ser muy bueno en matemáticas, el placer de competir furiosamente, el placer de ser el mejor de un curso, el placer perverso casi que de complacerme si un examen era bien difícil para que pusiera de relieve cuanta ventaja llevaba yo.

Una serie de placeres horriblemente egoístas, habérmelos ayudado a transformar en el placer de ver a todo el mundo comprender y de decir que la democratización del acceso al conocimiento será mucho, mucho más importante que la democratización del acceso a la propiedad.

CONFERENCIAS

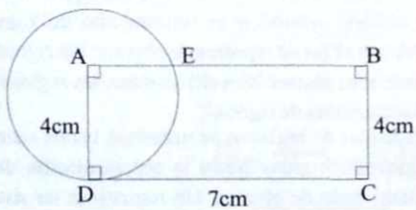
LA ESPECIFICIDAD DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA Y SUS CONSECUENCIAS EN LA EVALUACIÓN EDUCATIVA

Francois Pluvinage

1. REPRESENTAR

En primer lugar, nos interesa la función de representación que tiene una lengua. La referencia que todavía esta en uso viene de Saussure, desde la primera mitad del siglo XX, con su triángulo bien conocido: *significante significado referente*.
Vamos a ver que este triángulo puede tener importancia para interpretar respuestas de estudiantes, a través de la pregunta ¿Qué referente puede aclarar un tipo de respuesta?

El ejercicio siguiente lo planteamos en primer lugar a una muestra reducida de estudiantes de 11 años.



En este esbozo están dibujados:
- Un rectángulo ABCD.
- Un círculo de centro A pasando por D.
- El círculo corta al lado AB en el punto E.

* Qué longitud tiene el segmento EB?
Aclara cómo obtuviste tu respuesta...

Dentro de las respuestas, destacamos tres tipos bien definidos, que son los siguientes:
-3cm:matemática=respuesta que refiere al modelo matemático.
-1.9 o 2 cm: física = respuesta que viene de la medición (uso de la regla graduada),
-3.5 cm o 4 cm: perceptivo lingüística = respuesta dictada por la percepción visual y tal vez la asimilación medio - intermedio; el punto intermedio E se ve como punto medio del lado AB (caso más Frecuente),o bien el segmento EB se ve de la misma longitud como el lado BC (respuesta escasa).
Así las diferencias constan en *referentes diferentes*.
Los resultados que observamos en una muestra de 167 estudiantes de tres escuelas secundarias (llamadas *collèges* en Francia) son:

Respuestas Matemáticas	18%
Respuestas Físicas	28%
Respuestas Perceptivas	52%

Queda un 2% de errores diversos (todos los estudiantes de la muestra dieron una respuesta). Volveremos más adelante a estos resultados. Antes vamos a profundizar el carácter peculiar de objetos matemáticos.

De los objetos comunes a los objetos matemáticos

		Cos (x)
Conejo	Cono	Coseno

Objetos usuales o físicos

El triángulo significante-significado-referente es válido: cada conejo encontrado es un representante perfecto del «objeto».

Objetos culturales

Ningún objeto real se puede considerar como un representante perfecto de cono.

Hace falta considerar un conjunto de triángulos semánticos relacionados con varios objetos (volcán, luz que sale de una lámpara, capirote, cucurucho, cono de helado, etc.), lo que produce el cono como resultado de un acercamiento, por selección de características que se consideran como relevantes y eliminación de las demás. Un diccionario añade unas precisiones geométricas (vértice, generatriz, directriz).

Objetos matemáticos

Un diccionario como el Larousse de la lengua española (Ramón García-Pelayo y Gross) nos dice de coseno: *seno del complemento de un ángulo (símbolo: cos)*. Y para seno en su significado geométrico se encuentra *perpendicular tirada de uno de los extremos del arco al radio que pasa por el otro extremo: el seno* *del arco AM es MP.* Encontramos pues en este caso el uso de lo que llamamos el registro figural-geométrico al lado de la lengua natural. Pretendemos que la situación de determinación de un objeto matemático a partir de varias representaciones tiene un carácter general en matemática, que vamos a precisar.

2. EXPRESAR

Se puede observar frecuentemente en las actividades matemáticas un fenómeno de *doble programación*. Eso significa que dos programas diferentes actúan simultáneamente en un mismo proceso. Un ejemplo relevante ya se presenta con uno de los primeros aprendizajes matemáticos que aparece: la numeración (véase el CD *Evaluación de competencias básicas en Bogotá D.C. Colombia 1998-2000*). Subrayamos que la numeración es característica del ser humano (no es el caso de la representación de objetos). Para iniciar la numeración intervienen dos programas, según lo estableció Jean-Paul Fischer (aplicado en Bideau, Meljac y Fischer, 1991): el *conteo* (sucesión de los números ordenados) y la *aprensión perceptiva inmediata*, llamada *subitizing* por los anglohablantes. Es el proceso que nos permite reconocer dos y tres directamente (pensar en los puntos dispuestos en las caras de un dado). Al *contar* dos objetos, luego tres, el niño observa que llega al mismo resultado de su *aprehensión perceptiva inmediata*.
Basta este comienzo para llegar al infinito...
En el ejemplo considerado, a la sucesión ordenada de los números corresponde un tratamiento, mientras la aprensión perceptiva inmediata no da lugar a operaciones. En el caso general de construcción de un objeto matemático, varios programas participan, cada uno con sus tratamientos. Por eso, no basta la función de representación de una lengua sino la que Raymond Duval (Duval, 1995) después de Benveniste (Benveniste, 1966) llama la *función apofántica*. Eso significa que una lengua sirve para decir algo de un objeto o varios. Es válido para propiedades matemáticas (Ej. *7 es primo*) como corrientes (Ej. *Juan y Raul son primos*).

Los registros que se utilizan frecuentemente en matemática son: lengua natural, figural-geométrico, algebraico y funcional-gráfico. Antes de considerar más detalles, volvemos al coseno ya estudiado.

Al escribir que, en un triángulo ABC rectángulo en A, se tiene:

$$\mathrm{CosB} = \frac{BA}{BC}$$

Uno relaciona el registro de la escritura algebraica con las figuras geométricas.

De la tesis general que presentamos a continuación resulta que:
Los intercambios entre los registros (círculo trigonométrico y escritura algebraica del coseno, ángulos agudos de un triángulo rectángulo y escritura algebraica, escritura algebraica y representación gráfica de la función) son los ladrillos que construyen el sentido.

¿Cómo puede el aprendizaje lograr que el estudiante no confunda un objeto matemático con una de sus representaciones y construya el conjunto objeto-representaciones? Referimos a un articulo de Raymond DUVAL, 1993, y a su libro *Semiosis et pensée humaine*, 1995, para presentar elementos de respuesta.

Sistemas semióticos y registros de representaciones semióticas.

-Un *sistema semiótico* es un conjunto de signos y reglas con el fin de representar objetos: los signos son las unidades elementales del sistema, las reglas rigen las asociaciones de signos.
-Para hablar de registros se necesitan varios sistemas semióticos dirigidos hacia la representación de un conjunto dado de objetos. Un *registro* es un sistema semiótico que da dos posibilidades de transformación de una representación en otra:
-Transformación interna a un registro, que llamamos *tratamiento*.

Nota: a los tratamientos se asocia la idea de *unidad apofántica* (grupo mínimo que tenga sentido).

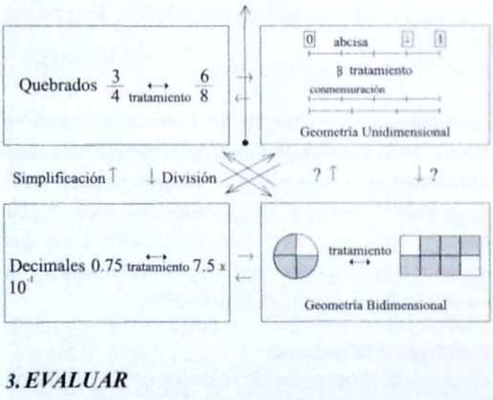
-Transformación que va de un registro a otro y que llamamos *conversión*.

*Anotamos que una conversión no se hace mediante un proceso algorítmico: un registro toma en cuenta aspectos desconocidos en otro y recíprocamente. Y expresiones pueden ser *congruentes* (con sus términos ordenados de manera semejante) o no.

El ejemplo de los números racionales ilustra de manera bastante completa la problemática a la vez de los registros y de los *marcos teóricos*, traducción hispánica del francés "cadre" empleado por Régine DOUADY, 1987.

Problemática	Registros y marcos teóricos
Escritura (limitada) de los egipcios (1/n y 2/3)	Escritura
Quebrado y conmensuración (p. Ej. tres cuartos y un cuarto de tres)	Geometría de dimensiones 2 y 1
Simplificación de una fracción	Álgebra y aritmética (Euclides, Gauss)
Números irracionales	Razonamiento por el absurdo o algoritmo de Euclides *ad infinitum*
Fracciones continuas	Algoritmos

El número racional que nos interesa



3. EVALUAR

Presentación de la evaluación nacional francesa "CE26":-Planificada desde 1989 cada principio de año escolar (en septiembre); carácter deseado: diagnóstico escolar completo (detectar las dificultades y al contrario las habilidades de cada estudiante con la idea de facilitar y mejorar su escolaridad posterior).
-Dos materias (francés y matemática) en dos niveles escolares (principio del 3° y del 6° año escolar, edades de 8 y 11 años).
-Aplicada a alrededor de 1.600.000 estudiantes (todos los estudiantes de cada uno de ambos niveles).
- Ocupa tres secuencias (~50 minutos cada una) para cada materia, unas ritmadas y otras de organización Libre (dentro del tiempo total impartido).-Ejercicios de varias orígenes (grupos en las "Academias", grupo piloto nacional, años anteriores). -Corrección de las pruebas por los profesores y encuentros con los padres en cada escuela para comunicarles y comentar los resultados individuales alcanzados por sus niños.
-Estudios estadísticos: muestra nacional representativa estudiada por el servicio estadístico del ministerio de educación, en particular estudios de resultados de reactivos cruzados y resultados acumulativos (por dominios y por niveles). Publicación de un compendio nacional solamente en un fascículo (papel) hasta 1997, además comunicación por la red del Web desde 1998:
<http://msg.education.gouv.fr/Evace26/debut.htm>.

-Indicadores (dentro de los IPES = Indicadores de Pilotaje para los Establecimientos escolares), comparación de los resultados de entrada de los estudiantes de un colegio en un ciclo y su porvenir (Ej. resultados en pruebas de exámenes) en fin de ciclo.

Estabilidad de resultados: Volvemos al primer ejemplo de esbozo con el rectángulo y el círculo. El ejercicio estuvo integrado en la evaluación nacional de 1997. En el resultado nacional aparece una proporción de ausencias de respuesta que no existía en la muestra de estudio (consecuencia de la cantidad de los reactivos en la prueba completa). Pero, en referencia a la población de las respuestas dadas, se observan porcentajes muy próximos de la muestra reducida, es decir: alrededor de 20% (matemáticas), 30% (físicas) y 50% (perceptivo lingüísticas).

A pesar de este resultado limpio, hace falta no olvidar los riesgos que genera toda evaluación: riesgos colectivos e individuales. De donde por ejemplo la propuesta de ubicar los estudiantes con respecto a intervalos de resultados. Un criterio que se escogió, tanto para el cúmulo individual de los resultados en los ítems básicos de la prueba de matemática (alcance del nivel básico en matemáticas), como para el cúmulo individual de los resultados en los ítems de una selección en las pruebas de matemática y francés (alcance del acceso al manejo de documentos escritos usuales) es el siguiente:

Criterio:
-Arriba de ¾ de respuestas correctas: certeza de alcance del nivel básico en el dominio considerado.

-Debajo de ½ de respuestas correctas: certeza de que el nivel no sea alcanzado.
-Entre ½ y ¾: dudas.

Las matemáticas constituyen hoy, en una época de desarrollo de varios medios, sobre todo una materia de expresión como es la lengua materna. Las informaciones que se presentan bajo una forma numérica o en tablas o en representaciones gráficas participan de lo que los anglohablantes llaman *litteracy*.

Ejemplos de ejercicios extractos de la evaluación nacional francesa (año 2000), que presentan reactivos de nivel básico.

Ejercicio 1.

Cálculo mental (el profesor tiene una lista escrita y lee 154, un cuarto de cien, 57 - 9, etc; los estudiantes inscriben cada vez el resultado que obtienen).

La calificación en cada uno de estos ítems, los profesores la hacen por los códigos convencionales: 1 para el éxito (respuesta correcta), 9 para cualquier error y 0 para la ausencia de respuesta. La falta de orden en una tal codificación resalta su carácter cualitativo. Además, para unos ítems esta prevista la toma en cuenta de una respuesta (incorrecta) específicas: por ejemplo en la resta 57 - 9 un número 6 sirve para señalar la respuesta 52 (conducta del estudiante: en cada nivel restar el menor del mayor).

Ejercicio 4.
La tabla siguiente indica la composición de unos alimentos.

Para 100g	# de calorías	Azúcar en gramos	Grasa en gramos
Pan	262	57	1
Leche	67	5	4
Mantequilla	735	1	81
Espinaca	24	3	0
Manzana	57	13	0
	526	62	30

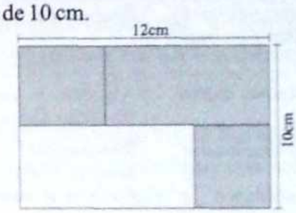
¿Cuántas calorías hay en 100 g de leche?
.... 1 9 0 $_{10}$
¿Cuáles son los alimentos que contienen más de 30 g de azúcar para 100 g de alimento?
.... 1 3 9 0 $_{11}$
¿Cuáles son los alimentos que no contienen grasa?
.... 1 3 9 0 $_{12}$

Comparar con el ejercicio 16 de la "Tienda del barrio (5°)" en la evaluación de Bogotá.

Comentario: Las respuestas codificadas 3 son las elecciones de una única respuesta correcta, en vez de las dos que hay cada vez.

Ejemplo que combina una pregunta de nivel básico y una de nivel profundizado.

Ejercicio 30.
Sobre una cartulina fueron dibujados tres etiquetas en forma de rectángulos de las mismas medidas (ver el dibujo).
La cartulina es rectangular con una longitud de 12 cm y un ancho de 10 cm.



a) Calcula la longitud real de una etiqueta. Escribe tus cálculos.
La longitud real de una etiqueta es .... 1 6 9 0 $_{72}$

b) Calcula el ancho real de una etiqueta. Escribe tus cálculos.
El ancho real de una etiqueta es .... 1 6 7 9 0 $_{73}$

Comentarios: El nivel de la primera pregunta es básico, de la segunda profundizado, porque hace falta determinar una operación (una resta) no señalada en el enunciado y movilizar un elemento obtenido en otra parte y otra dirección. En las calificaciones los números 6 corresponden a respuestas obtenidas por la medición de las dimensiones dibujadas.

Problema institucional:
¿Cuál es la proporción de iletrados en la población francesa a la edad de 11 años?

1. Significado de "iletrado": funcional (diferencia entre iletrado y analfabeto).
Por ejemplo, si puedo leer (se lee "hipérboles") que se ve en Grecia sobre unos vehículos pesados, no soy analfabeto con respecto a la escritura griega. Pero si no sé por lo tanto que eso significa "mudanzas", soy iletrado en griego.
2. Una evaluación usando el criterio enunciado antes fue: *en 1997 en la población francesa de 11 años de edad, la proporción de iletrados se situaba entre los 4,2 y 14,6%.*

Autor: Francois PLUVINAGE, IREM de Strasbourg.
E-mail: pluvin@math.u-strasbg.fr
El autor agradece a Myriam Vega (Universidad del Valle, Cali) por su muy preciosa ayuda.

Bibliografía

-ADME = Actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, 1996, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Ibero América, México.

-Olimpia FIGUERAS MOURUT de M., 1996, *Juntando partesÊ; hacia un modelo cognitivo y de competencia en la resolución de problemas de reparto*, ADME.

-Eugenio FILLOY, 1996, *El teorema de TalesÊ; significado y sentido en un sistema matemático de signos*, ADME.

-Fernando HITT, 1996, *Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos*, ADME.

-François PLUVINAGE, 1996, *Diferentes formas de razonamiento matemático*, ADME.

****

-Emile BENVENISTE, 1966, *Problèmes de linguistique générale* (tome 1), Paris, Gallimard.

-Jacqueline BIDEAU, Claire MELJAC et Jean-Paul FISCHER, 1991, *Les chemins du nombre*, Lille, Presses Universitaires.

-Régine DOUADY, 1987, *Jeux de cadres et dialectique outil objet*, Recherche en Didactique des Mathématiques v.7-2, Grenoble, La Pensée Sauvage.

-Raymond DUVAL, 1993, *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*, Annales de didactique et de sciences cognitives, Strasbourg, IREM.

-Raymond DUVAL, 1995, *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuel*, Peter Lang, Suisse.

-Gilles Gaston GRANGER, 1996, *Objet*, Encyclopedia Universalis France.

-Pierre M. Van HIELE, 1986, Structure and Insight, a theory of mathematical education, Orlando (Flor.), Academic Press.

-Sitio general de la Dirección de Prospectiva y Desarrollo (Ministerio de la Educación Pública) http://www.education.gouv.fr/dpd/default.htm

- Evaluación CE2 - 6emehttp://msg.education.gouv.fr/Evace26/debut.htm

ALGUNAS OBSERVACIONES DERIVADAS DE UN PRIMER ESTUDIO DE LA PROPUESTA DE ESTÁNDARES CURRICULARES PARA MATEMÁTICA[1]

Jorge Castaño García[2]
Universidad Javeriana.

Este documento es apenas un borrador inicial, no tiene la pretensión de hacer un análisis completo de la propuesta del MEN. A pesar de sus vacíos, puede ser un apoyo a los maestros en la discusión y en los aportes que hagan al MEN.

Algunas observaciones de orden general

En la presentación del documento de estándares se encuentran algunas consideraciones que motiva al MEN para la elaboración de la propuesta, "la Ley 115 de 1994 dió autonomía a las instituciones educativas para definir, ***en el marco de lineamientos curriculares y normas técnicas*** *producidas por el Ministerio de Educación Nacional, su propio Proyecto Educativo Institucional (PEI)... En el centro de la discusión sobre cómo mejorar la calidad está la pregunta ¿qué saberes y competencias deben desarrollar los estudiantes como resultado de su paso por los diferentes grados y ciclos escolares?.. .Por tratarse de educación para todos, el preescolar, la básica y la media deben proporcionar a toda la población estudiantil las mismas oportunidades de aprendizaje y desarrollo individual y social...De allí que sea conveniente contar con pautas o normas comunes, precisas y básicas para estos tres niveles educativos...Lo anterior motivó al Ministerio de Educación Nacional a desarrollar estándares curriculares, con los cuales busca concretar los lineamientos expedidos, de manera que las instituciones escolares cuenten con una información común para formular sus planes de estudio de acuerdo con sus prioridades educativas establecidas en el PEI".*

Es indudable que es útil y necesario para el país que se cuente *"con pautas o normas comunes, precisas y básicas,...de manera que las instituciones escolares cuenten con una información común para formular sus planes de estudio de acuerdo con sus prioridades educativas establecidas en el PEI".* Sin embargo de lo que se trata al analizar la propuesta es ver si ésta se configura en normas claras y precisas, y si ésta corresponde a un desarrollo de los lineamientos curriculares existentes, tal como se manifiesta en el documento.[3]

Más adelante en el documento se expresa la relación de la propuesta de estándares con la autonomía escolar[4]: *"con los estándares curriculares no se pretende 'uniformar' la educación; con ellos se busca contar con un referente común, que asegure a todos el dominio de conceptos y competencias básicas para vivir en sociedad y participar en ella en igualdad de condiciones. Las instituciones educativas, en el marco de su PEI, son autónomas para elegir sus enfoques y estrategias pedagógicas, así como para seleccionar las temáticas que mejor se adecuen a las exigencias y expectativas de los distintos contextos en que desarrollan su acción ...En ningún caso la forma como se plantean los estándares significa un orden estricto a partir del cual se debe organizar el plan de estudios o el proceso de enseñanza en un determinado grado; por el contrario, es cada institución escolar, en el marco de su PEI, la que define cómo organiza las temáticas en asignaturas, en proyectos pedagógicos o mediante la incorporación de áreas optativas, los tiempos, las estrategias y los recursos para lograr que todos sus estudiantes alcancen estos estándares".* Cuando se piensa en este punto se ve más clara la necesidad de

[1] Ponencia presentada en el marco de VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL. Junio 2002.

[2] He participado en las reuniones que la Asociación Colombiana de Matemática Educativa. Asocolme ha organizado para el estudio de la propuesta de estándares. Formo parte de uno de las comisiones organizadas para hacer un estudio más en profundidad de la propuesta: *la de pensamiento numérico*. Muchas de las ideas que aquí expreso son fruto de la construcción colectiva en las diferentes reuniones de trabajo con muchos de los que asistimos a estas reuniones; algunos de quienes participamos son Amparo Forero Sáenz, Filena Jiménez de Rodríguez, Marco Antonio Feria, Gloria García, Myrian Acevedo, Pedro Cruz, Teresa León, Carlos Eduardo Vasco, pero soy el único responsable de las afirmaciones que se hacen en este documento.

[3] Incluso me parece lícito que el MEN haga una propuesta de estándares que no responda a los lineamientos curriculares, ni a la resolución 2343 que se han desarrollado, porque los expertos encargados actualmente consideran la necesidad de revisar lo hecho; pero en este caso es necesario ofrecer los argumentos necesarios para introducir los cambios que llegaran a proponer. Lo que no es correcto es llegar a presentar una propuesta de estándares que dice ser un desarrollo de los orientaciones y enfoques que se vienen desarrollando en el MEN y sin embargo ser una revisión de esto.

contar con unos estándares de calidad curricular[4] que dentro del espacio de autonomía curricular ofrezca unas fronteras comunes, pero es precisamente este un punto bastante problemático: al estudiar la propuesta de estándares es necesario analizar si la forma como se conciben los estándares curriculares son un marco lo suficientemente equilibrado entre la necesidad de configurarse en una invitación para la creación institucional y la necesidad de mantener una unidad básica curricular.

Al revisar los desarrollos del país en materia curricular es claro que existe un desplazamiento que va desde la idea de un currículo prescriptivo a un currículo propositivo. En el primer caso el MEN especificaba con absoluta claridad a los maestros los contenidos a estudiar, las actividades a realizar en periodos de tiempo, por lo general grado por grado. En el segundo caso, el MEN asume que su papel es el de ofrecer marcos profundos y lo suficientemente flexibles para dejar libertad de movimiento al maestro que es visto como un profesional de la educación. La preocupación es más la de ofrecer formación cada vez más profunda a los maestros para que puedan desempeñarse más eficientemente, abandonando la idea de que la pedagogía es un simple saber instrumental. En el país la determinación de indicadores de logros por grupos de grado y no grado por grado, es una forma de garantizar que en la práctica se dejan unos grados de libertad a la acción institucional, como forma de responder a la gran diversidad Social y cultural; así como también a las innovaciones educativas, que muy a pesar del escepticismo de muchos ofrece frutos invaluables en el desarrollo de conocimiento y producción de propuestas, que en varias ocasiones han alimentado las acciones del mismo MEN. Una pregunta que hay que hacerse al estudiar la propuesta es la de la conveniencia de estándares grado por grado.

En el mismo documento se dice que los estándares curriculares "se traducen en formulaciones claras, universales, precisas y breves, que expresan lo que debe hacerse y cuán bien debe hacerse". Al estudiar las formulaciones que se hacen hay que revisar si éstas cumplen con estos criterios. A juzgar por algunas formulaciones que se encuentran parece que no se cumple este requisito. En grado octavo uno de los estándares dice: "*Reconoce un monomio y el grado de éste*[5] ¿Qué tan universal es este enunciado?.Este enunciado es de un grado de especificidad tal que las acciones de enseñanza que un profesor tendría que hacer para lograr que el estudiante llegue a reconocer tal cosa no exige mas que una explicación corta, que no supera unos cuantos minutos. Según mi manera de ver , un estándar no puede ser un enunciado que exprese desempeños alcanzables a través de actividades puntuales. E incluso se podría conceder a la propuesta del MEN la validez de tomar el camino de hacer enunciados muy puntuales, pero esta idea debería mantenerse a lo largo de todo el documento; ya que lo mínimo que podría esperarse de este documento es el que se mantenga el nivel de resolución del problema que se aborda; al revisar los estándares de este y los grados siguientes no se encuentra otro enunciado que haga referencia al hecho de que los estudiantes reconozcan el grado de un polinomio (al menos de grado menor o igual a tres). No entiende uno porque se antoja necesario, indispensable el grado de un monomio y no el de otros.

Al lado de este estándar, en el mismo grado se encuentra un enunciado como: "*utiliza una calculadora científica, de manera creativa, para evaluar expresiones algebraicas y fórmulas, resolver ecuaciones e inecuaciones y, en general, para facilitar el trabajo computacional*", éste sí de carácter general. Obsérvese que lograr el desempeño adecuado para responder el enunciado expuesto no es cosa de un taller, supone un proceso que se extiende en el tiempo, e incluso trasciende por mucho a la acción del maestro en grado octavo. Este desnivel en la formulación de los estándares que hace el MEN es común.

Con relación a otro de los criterios que según los autores de la propuesta debe tener los estándares, el de "*ser claro y preciso*": Es una constante la imprecisión, la falta de rigor en las formulaciones e incluso en algunos casos existe inexactitud desde el

[4] Y no sólo curriculares, también debería contarse con estándares de calidad de evaluación, e incluso algunos piensan que los debe haber de formación docente y de producción de material didáctico.

[5] Me pregunto que tan importante resulta para el desarrollo del pensamiento variacional o algebraico, que el estudiante haga tal reconocimiento.

[6] Al no ser que se acepte el siguiente estándar como complemento y extensión del que estamos estudiando. "*Reconoce un polinomio y sus partes*", pero en este caso tenemos que faltar a la precisión y lógica, en pondría en cuestión nuestra capacidad clasificatoria: el grado de un polinomio no es una parte de éste, como lo es uno de sus términos (uno de sus sumandos), es un atributo.

punto de vista disciplinar. En tercero se dice: "clasifica triángulos de acuerdo con su tamaño y forma". .Uno de los esfuerzos y en lo que considero que en el país se había ganado bastante terreno, es el de ganar precisión en el manejo del lenguaje.
Se ha hecho un esfuerzo por distinguir entre el signo de representación y el objeto representado. Esto es importante, no por un "simple" problema de lenguaje como algunos lo quisieran ver sino que detrás de esto hay un profundo problema de pensamiento. Desde el punto de vista disciplinar este enunciado no tiene sentido alguno y supone un craso error. Hacerle creer a los niños que los triángulos son clasificables por tamaño y forma, es mantener su pensamiento geométrico en el nivel de la percepción. Es posible que los autores hubiesen querido decir algo así como "clasificar fichas (quizá bloques lógicos) de forma triangular...",en este caso es un desempeño muy elemental para tercero, esto generalmente lo hacen los niños desde el preescolar. Es más en el mismo documento hay estándares en grado anteriores en los que se pide hacer clasificaciones de objetos. De forma semejante, esta observación puede extenderse a otras formulaciones: los estándares dejan ver que se confunde permanentemente entre la operación como concepto, como representación simbólica y como algoritmo para calcular un resultado.

Algunas observaciones referidas al pensamiento numérico.

Para el estudio de este sistema se reorganizaron los estándares propuestos en aspectos de lo numérico. Precisamente a continuación presentaremos esta organización y las observaciones pertinentes en cada caso. En este documento no se agota el análisis de sistema y menos se llega a establecer sus relaciones con otros sistemas y procesos, apenas son ideas fruto de un primer estudio.

1.Con relación al Sistema Decimal de Numeración.

En los grados de primero y segundo el MEN propone los siguientes estándares con relación a este aspecto de lo numérico.

En primero

-Representa conjuntos de hasta 999 objetos, utilizando materiales concretos.
-Lee, escribe y ordena números hasta 999.

-Reconoce los valores posicionales de los dígitos en un número de hasta tres dígitos.

En segundo

-Lee, escribe y ordena números de hasta cinco o más dígitos.

-Reconoce los valores posicionales de los dígitos de un número de hasta cinco (o más) dígitos.

Observación N 1. No se aborda el estudio del Sistema Decimal de Numeración como un sistema que demanda una comprensión lógica de parte del niño, sino el simple hacerse a unas reglas sintácticas.

Observación No 2. Los estudios existentes sobre la construcción del sistema de numeración por parte de los niños, parecen mostrar que conviene hacer una mayor dosificación. No es que los niños no sean capaces desde temprana edad de aprender a leer y escribir números, este aprendizaje es relativamente sencillo, lo que no es sencillo es acceder compresivamente a la lógica del sistema de numeración.

Pretender agotar este aspecto, aún tan elemental como el de la lectura y escritura, en tercero, es desconocer la complejidad que representa para los niños este aspecto.

Observación No 3. No basta buscar que los niños reconozcan el valor posicional de las cifras en un número para comprender la complejidad encerrada en la sintaxis del SDN. Hay estudios que muestran que el niño pasa por etapas en el reconocimiento del valor posicional. La más elemental es de tipo aditivo, por ejemplo, como cuando se dice que la cifra 3 del lugar de las unidades de tercer orden (las centenas) vale 100 unidades de primer orden; se accede a la etapa multiplicativa 3 de 100 y por último, a la potenciativa, 3 unidades de 10 de 10. A este último nivel no se logra acceder hasta que el niño no posee en un nivel elemental un pensamiento multiplicativo compuesto.

2. Relativos a la construcción de significado de las operaciones aditivas (modelación de situaciones problemáticas)

Se encuentran estos estándares:

En primero

-Comprende el significado de la adición, reuniendo dos conjuntos de objetos.

-Comprende el significado de la sustracción, retirando uno o varios objetos de un conjunto de ellos

.-Comprende la relación que hay entre la adición y la sustracción.

-Modela, discute y resuelve problemas que involucran la adición y la sustracción, tanto por separado como simultáneamente.

Sólo en el grado primero existen unos estándares que hacen referencia a la construcción de significado de la adición y sustracción. La adición como la acción de reunir y la sustracción como la acción de quitar. No existe, en ningún otro grado y en ningún otro campo estándares que busquen ampliar y complejizar estos significados tan elementales, excepto porque en el campo de procesos (resolución de problemas) se hace referencia a que se espera que el niño resuelva problemas que impliquen las operaciones de adición y sustracción. Si bien las acciones de reunir y separar son los puntos de partida para la construcción de un pensamiento aditivo, es un grave error.[7]

"Modela, discute, y resuelve problemas que involucran la adición y sustracción, tanto por separado como simultáneamente". Es necesario distinguir problemas aditivos compuestos que suponen la combinación de las dos operaciones de suma y resta, que exigen una coordinación muy elemental de estas dos operaciones, cuando se hace de forma sucesiva, y cuando esta coordinación es más estrecha. Estas últimas coordinaciones son muy prematuras en primero y realmente se deben extender hasta los últimos Años de la primaria; de manera que es un error presentarlo en primero y, más aún, pretender agotarlo en este curso.

[7] Error que es muy frecuente en la enseñanza primaria y que precisamente se refleja en la poca capacidad de los niños de poder modelar con la suma y la sustracción problemas que se salen un poco de los estereotipos escolares.

3. Relativos a la construcción de significado de las operaciones Multiplicativas (modelación de situaciones problemáticas)

En segundo

-Modela o describe conjuntos con el mismo número de elementos y reconoce la multiplicación como la operación adecuada para encontrar el número total de elementos en todos los grupos o conjuntos.

-Reconoce la adición de sumandos iguales como una multiplicación y la representa con los símbolos apropiados.

-Identifica la división como la operación aritmética necesaria para repartir en partes iguales un número dado de objetos.

En tercero

-Reconoce distintos usos de la multiplicación (para encontrar el área de un rectángulo), por ejemplo.

En Cuarto

-Comprende diferentes significados de la multiplicación y división de números naturales y la relación que hay entre estas operaciones.

Observación. La propuesta del MEN propone iniciar la multiplicación y la división en segundo: la primera, como suma abreviada y la segunda como repartición. En tercero no se hace ninguna referencia a la ampliación del significado de la división, sólo se hace referencia a la multiplicación: "reconoce distintos usos de la multiplicación". En cuarto se retoma diciendo "Comprende diferentes significados de la multiplicación y la división". De forma semejante a lo dicho para lo aditivo, aunque en este caso, los autores tienen la precaución de ampliar los significados de estas operaciones.

3. Cálculo de las operaciones.

Primero

-Lleva a cabo la operación de la adición (con o sin reagrupación) de dos o más números de hasta tres digitos.

-Lleva a cabo la operación de la sustracción (con o sin desagrupación), utilizando números de hasta tres digitos.

Segundo

-Lleva a cabo la adición o la sustracción (con o sin agrupación), utilizando números de hasta cinco (o más) dígitos.

-Compone y descompone números por medio de la adición.

-Divide números no mayores de 100 entre 2, 3, 4,... hasta 9 partes e indica el resultado y el residuo.

Tercero

-Hace cómputos con números naturales y aplica las propiedades...

Cuarto

-Conoce las tablas de multiplicar (12x12) y lleva a cabo cálculos mentales sencillos.

-Suma, resta, multiplica y divide número enteros (naturales) con fluidez (con o sin calculadora.

Quinto

-Tiene habilidad para el cálculo mental

-Utiliza calculadora en forma creativa.

Observación. En primero los niños deben aprender a sumar y restar en el rango del 0-999. En segundo se habla de dividir números menores de 100 por una cifra, no se habla del algoritmo de la multiplicación. Se supone agotado el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones de aritmética básica de los naturales en cuarto. En cuarto aparece el conocimiento de las tablas de multiplicar y sin embargo en tercero se hacen cálculos de multiplicaciones. Algo que caracteriza la propuesta en este punto es la ausencia de promover en los niños lo que se ha llamado procedimientos "espontáneos" de hacer cuentas, antes de los algoritmos universales, elemento fundamental para la compresión del sentido numérico y el desarrollo de la capacidad de hacer matemática. Si la propuesta evidenciara que se busca estimular la construcción de procedimientos universales, no sería grave que los niños hicieran cálculos de divisiones antes de conocer las tablas multiplicar, ya que lo niños se defienden inicialmente con sus recursos aditivos, pero esta no es la intención de los autores.

4. Propiedades de las operaciones

1. Sólo en tercero y octavo aparecen estándares orientados a estudiar lo numérico de forma estructural:

Tercero

-Hace cómputos con números naturales y aplica las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para las operaciones básicas.

Octavo

-Reconoce las propiedades de los números irracionales.

Observación. Al hacer esta revisión a lo largo de los diferentes grados se evidencia la ausencia de una intención de estudiar la estructura de los sistemas Numéricos para los sistemas de los enteros, racionales y reales. Sin embargo, mientras no se estudian las propiedades de los sistemas mencionados, sí se propone hacerlo con los irracionales, precisamente en un conjunto numérico que no tiene una de las estructuras matemáticas básicas, por no ser cerrado con relación a la adición y multiplicación.

5. Estimación

En tercero y cuarto se hace referencia a la estimación de los resultados de las operaciones, pero esto no aparece en ningún otro grado. No se encuentra en el sistema de medidas una intención clara de trabajar la estimación como un eje que atraviese el currículo. Esto que es un consenso entre los educadores de matemática se diluye en la propuesta.

Se propone iniciar su estudio en segundo y se extiende hasta sexto. En segundo se propone construir un significado como partidor y no existe ningún otro estándar en los siguientes grados, que tenga la intención de ampliar su significado. El concepto de equivalencia se reduce a procedimientos para obtener fraccionarios equivalentes: "reconoce y genera formas equivalentes de una fracción".

En este campo los estándares usan la expresión "fracción" y no "fraccionario", lo que muestra el enfoque que se le da a estos números. No es más que unos signos que tienen una sintaxis, o su comprensión no es más que saberla manejar. Este tópico desconoce, como ningún otro de lo numérico, desconoce los avances que en el país se han hecho a partir del documento de Vasco "El archipiélago de los fraccionarios".

7. Los números decimales.

Se inician en cuarto y se agotan en sexto. No es clara la conexión con los fraccionarios. Cuando se revisan los sistemas de medida no hay estándares que explícitamente involucren representaciones decimales del valor de ciertas medidas.

A MANERA DE UNAS CONCLUSIONES

Del análisis que se ha venido desarrollando se puede hacer algunas afirmaciones a manera de conclusiones, con el ánimo de sintetizar y proponer para el debate.

La propuesta de estándares presentada por el MEN es un listado de temas., que muestra grandes vacíos en términos de su estructura. Este listado no alcanza a ser completo. Tiene problemas de coherencia y fallas en su continuidad de un grado a otro.

Aunque el documento dice que es un desarrollo de los lineamientos generales, al revisar la propuesta necesariamente hay que afirmar que no lo es. No sólo en algunos casos no desarrolla de forma completa y precisa el enfoque plasmado en los stándares, sino que lo contradice.

La propuesta de estándares permite inferir que se desconoce el carácter estructural del cuerpo disciplinar. Este vacío es notorio en el sistema numérico.

Los estándares desconocen una idea elemental de currículo en espiral, idea ésta que es prácticamente consenso entre los estudiosos de educación en general muy especialmente en la matemática, tanto en nivel nacional como internacional.

Los estándares formulados desconocen los procesos que siguen los niños en la construcción de los diferentes pensamientos.

Los estándares mantienen la idea de un modelo pedagógico reproduccionista de la enseñanza. Reduce la educación matemática a la enseñanza de definiciones, procedimientos y algoritmos.

SUGERENCIA

Debido a que la propuesta de estándares en matemáticas deja mucho que desear en términos de unos estándares mínimos de calidad desde el punto de vista disciplinar y pedagógico, se propone al MEN que estudie la posibilidad de evitar la distribución masiva del documento. Si esto no es posible, como medida intermedia, introducir un anexo haciendo las correcciones a los errores más preponderantes. Esto se hace en términos de evitar los efectos negativos que para el MEN representa apoyar la circulación de un documento con estos vacíos.

El argumento que se repite por parte del MEN de poner sobre la mesa una propuesta para abrir un debate y con base en él hacer los correctivos necesarios, de partida aparece como sano. Sin embargo, hay que considerar que cuando el producto que se pone sobre la mesa tiene profundos vacíos, como es el caso de la parte relativa a lo matemático de este documento, más que benéfica es perjudicial. En el caso de este documento no se trata de hacer arreglos, muy posiblemente muchos expertos coincidirán que se trata de cambiarlo.

Se propone al MEN, que por la importancia que este tema tiene para la educación del país, organice un grupo constituido por profesionales en el campo de la educación matemática, con el suficiente reconocimiento de la comunidad académica en este campo, para que lidere un proceso, con amplia participación de expertos en educación matemática y docentes de aula, que en plazos claramente definidos ofrezca un producto que en verdad sirva de marco a la labor de aula y la evaluación.

SITIO DE LAS SITUACIONES-PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Francois Pluvinage

Distinciones útiles

El tema de esta presentación no es la didáctica de la resolución de problemas o heurística (véase Polya, *How to solve it,* en español: *Como plantear y resolver un problema*), sino el uso de problemas o más precisamente de situaciones-problemas dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Asimismo, los problemas ocupan lugares diferentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en la evaluación:
-La pregunta ¿que es un problema? recibe varias respuestas, dependientes del nivel de incertidumbre deseado, de la dificultad
-La escala de duración para la resolución no es la misma, en semanas o en minutos.

Aunque una situación-problema origina por supuesto una actitud activa de parte del estudiante, su utilización en la enseñanza va más allá del activismo de Dewey (el *learning by doing*), por el entorno que el profesor tiene que poner en sitio. Es precisamente la cuestión que se examina a continuación.

Elementos teóricos

El autor de la teoría de las situaciones, Guy Brousseau (Brousseau, 1972), precisa las condiciones que una situación-problema debe cumplir. Destacaremos las características siguientes:
- Hace falta un entendimiento de la problemática por los alumnos; eso implica una inquietud que tener con respecto a los prerrequisitos mas no únicamente, vease adelante el ejemplo a propósito del triángulo isósceles.
-Una resolución debe suponer la adquisición de los métodos o conceptos deseados.
-Debe ser posible planificar varias fases de trabajo (*formulación, validación, institucionalización*, que corresponden a dialécticas específicas).

La idea de contrato didáctico (sobre este concepto, precisiones fueron llevadas por Yves Chevallard después de Guy Brousseau) tiene una aplicación obvia en el caso de una situación-problema: el docente garantiza (cuanto menos implícitamente) al estudiante que llegará al aprendizaje deseado mediante la resolución. Además se presenta siempre la posibilidad de verificación de los desempeños por evaluación, o por auto evaluación como se aplica en los grupos "Freinet" (escuela cooperativa).

Un ejemplo que presentó Guy Brousseau (Brousseau, 1981) fue el grueso de hojas de papel y la comparación para varios tipos de papeles. El interés de la situación escogida esta en el hecho de que la comparación se hace mediante parejas: número de hojas - espesor en mm. En efecto es preciso tomar en cuenta un número de hojas de papel suficiente para que se pueda medir en milímetros. Aparece después la equivalencia de parejas como (50; 4) y (75; 6) y la comparación con otras como (40; 3). Los estudiantes logran así un buen manejo de los elementos pertinentes, pero subsisten dificultades para manejar las fracciones y sus operaciones cuando se usa su escritura usual. Estas dificultades fueron el objeto de investigaciones posteriores, en particular por parte de Robert Adjiage (Adjiage, 2001), cuya propuesta didáctica es uno de los casos presentados a continuación en el presente texto.

A otra investigadora le llamó la atención los papeles diferentes que un mismo concepto matemático puede jugar en un estudio matemático. Es eso que condujo Regine Douady a introducir en su tesis de doctorado la dialéctica objetos herramientas y los juegos de marcos, bien conocidos hoy. Uno de los ejemplos bien detallados que presentó es el de la raíz cuadrada de 27 (ver Douady, 1987). Vale la pena subrayar además que se trata de una investigación llevada a cabo por un binomio investigadora-profesora, de papeles bien determinados y de igual nivel.

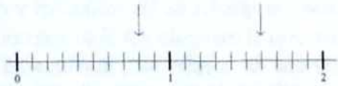
De los investigadores franceses, citaré otros dos que nos puedan proporcionar elementos útiles aquí. Marc Legrand propone el debate científico como método de enseñanza, para responsabilizar al estudiante. Como consecuencia en el uso didáctico de situaciones-problemas, vale la pena pensar en extensiones, no completamente estudiadas de antemano por el profesor. Por otro lado, una ayuda metodológica posible viene de las investigaciones de Michèle Artigue: Por ser experimental, la didáctica de las matemáticas no tiene el mismo carácter de la biología o la física por ejemplo. Entonces es útil una ingeniería didáctica específica, como la que ha introducido Michèle Artigue (Artigue, 1988): análisis a priori, definición de los resultados esperados y determinación de los resultados observados.

Estudios de caso.

Se trata aquí de ejemplificar los elementos teóricos presentados, sin intentar cubrir la variedad de los dominios matemáticos. Esperamos que después de su lectura, el lector pueda completar según los centros de interés que le sean propios.

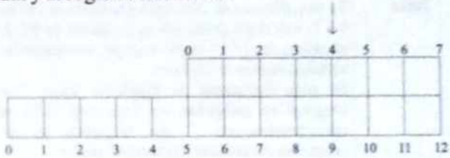
Situaciones para el estudio de los racionales

Hay una discusión con respecto a la recta numérica. Si su uso en ejes de coordenadas es indiscutible, su empleo para el aprendizaje de los números la rechazó Kathleen Hart, pedagoga inglesa bien conocida, en un texto que escribió hace una decena de años. El tipo de pregunta que no le parece generador de un aprendizaje es el que se ve en la figura siguiente: Se trata de determinar los valores que las flechas señalan.



Esta pregunta nos da la oportunidad de recordar aquí la diferencia de una situación-problema con ejercicios de evaluación, puesto que es en efecto uno de los ejercicios de la evaluación nacional francesa del año 2000 para el sexto grado. En efecto, es pertinente con respecto a la competencia a situar objetos en el espacio. Pero si solicita conocimientos numéricos, no genera un aprendizaje numérico.

Sin embargo, en investigaciones de Robert Adjiage (Adjiage, 2001), el recurso de la recta numérica interviene, mediante el uso de un software específicamente diseñado (llamado ORATIO). Pero las situaciones que Adjiage presentó a los estudiantes movilizan aspectos dinámicos. Sin ORATIO, intentamos dar una idea de lo que significa lo dinámico en este caso. Es algo que aparece por ejemplo con una "regla de cálculo"(comillas porque la que presentamos es para sumar y restar, no multiplicar y dividir como lo hacían las viejas regla de cálculo antes de los computadores), que esta en la figura que sigue. A la diferencia del ejercicio anterior, en el que teníamos un esquema representativo, hay ahora algo expresado: la flecha conduce a leer que 9 es la suma de 5 y 4 (o sea, en escritura numérica, $9 = 5 + 4$). Y más: un desplazamiento de la flecha (fácil con CABRI) muestra que podemos también ver sumas de 5 con varios números o, quitando la flecha,
ver la adición de 5. Y podemos leer en la misma regla de cálculo, con la flecha, la resta 9-4 y su resultado 5. Pues la operacionalidad caracteriza un registro que no es solo de representación, sino de expresión. Este registro tiene su especificidad respecto a la lengua usual y al registro numérico.



Hemos utilizado un computador y CABRI, para proyectar en una pantalla desplazamientos, no solo de la flecha sino también de la regla superior. Pero dos reglas usuales en frente una de otra permiten hacer exactamente el mismo estudio por un coste mínimo.

En una situación-problema que diseñar a partir de esta idea, hace falta pensar obviamente en operaciones numéricas (preguntar sobre las que se pueden ver en una posición de las dos rectas graduadas...), pero también en la composición de operaciones. Un comentario adicional es que valdría la pena incluir como uno de los registros entre los que hacer conversiones, el algorítmico que moviliza la memoria de una calculadora de bolsillo.

Para la explotación pedagógica de la recta graduada, Robert Adjiage formula dos principios: de *separación* y de *articulación*. Se trata de cuidar en que los estudiantes sepan:

- separar lo que corresponde a los dominios de la situación física y a ellos de las varias expresiones matemáticas presentadas.
- coordinar, articular los diversos dominios.

Eso supone presentar a los estudiantes, como acompañamiento de la situación estudiada, tareas, ejercicios específicamente diseñados con tal objeto.

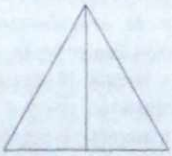
Para observar el impacto de la didáctica impartida, Robert Adjiage comparó los resultados de una clase con los de la evaluación nacional en dos momentos distintos: inicio del tercer grado, en las mismas condiciones de todas las clases del país, y fin del quinto retomando ejercicios de inicio del sexto, que reconstituyen una secuencia completa del cuaderno nacional (lo que conduce a una prueba que dura una hora de clase). Desde un punto de partida bien balanceado con la muestra nacional, la clase experimental llegó a un nivel muy elevado. Para dar solo un vistazo sobre los resultados alcanzados después de la aplicación de la metodología, extraemos una tabla que Robert Adjiage presenta (Adjiage, 2001, p. 26).

Item #	43	
Tarea	Se dan, *dibujados*, una regla graduada en cm de 0 a 8; una regla graduada en pulgadas de 0 a 4; un segmento [AB] cuya longitud, *no marcada*, es más o menos de 15,2 cm. Se pide completar la siguiente frase: "La longitud **en pulgadas** del segmento [AB] es aproximadamente…". La respuesta ha de escogerse de una lista de cinco números: 4; 6; 8; 12; 15.	
Exito Global (%)	Clase 73	Nacional 43

De un problema geométrico a una situación-problema

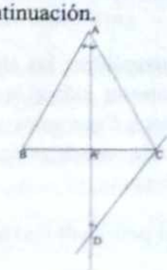
El siguiente enunciado tiene el interés de presentar a la vez una figura de las más sencillas (consta de cuatro rectas no más) y un razonamiento complejo. Fue un interrogante de sesiones de trabajo en el IREM de Strasbourg entre profesores de matemáticas y de filosofía.

Enunciado: Se supone que un triángulo tiene una mediana que es también una bisectriz. Demostrar que el triángulo es isósceles.



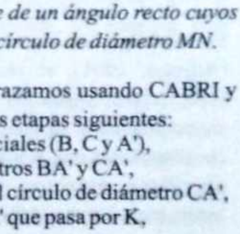
En si mismo, el dibujo no pone en evidencia nada de problemático. Comparamos el trazado de un triángulo con el triángulo de los puntos medios de sus lados: Un problema que se plantea pues en forma natural es el del paralelismo de lados que se ve, mientras jamás aparece en la descripción de la figura. En el triángulo isósceles y su eje de simetría no se ve nada de sorprendente; tampoco la distinción entre hipótesis y conclusiones se puede poner fácilmente en evidencia.

Una demostración puede apoyarse sobre simetría como se ve a continuación.



Pero esta demostración tiene solo interés para los estudiantes que ya tienen una idea bastante precisa de lo que es el razonamiento matemático. Los demás todavía no ven donde estuvo un problema. Por eso proponemos un cambio completo de problemática, poniendo el énfasis sobre la relación que hay entre ángulos y distancias. En particular en un triángulo ABC, los puntos de la bisectriz AA' se caracterizan por estar a distancias iguales de las rectas AB y AC. Los puntos interiores al triángulo AA'B se acercan más de la recta AB que de la recta AC, mientras los puntos interiores al triángulo AA'C se acercan más de la recta AB que de la recta AC.

Una situación-problema puede consistir en darse un segmento BC con un punto A' y tratar de construir un punto A de tal forma que la bisectriz del triángulo ABC sea AA'.



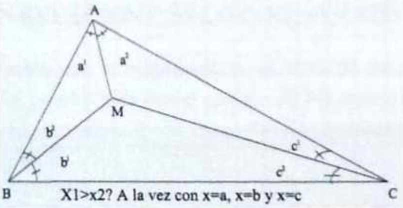
Un teorema conocido dice: *Sean M y N dos puntos; el lugar geométrico del vértice de un ángulo recto cuyos lados pasan por M y N, es el círculo de diámetro MN.*

Presentamos la figura que trazamos usando CABRI y que obtuvimos después de las etapas siguientes:
- puesta de los elementos iniciales (B, C y A'),
- trazar los círculos de diámetros BA' y CA',
- elección de un punto K en el círculo de diámetro CA',
- trazar el círculo de centro A' que pasa por K,

Trazar la recta CK,
-trazar la recta BJ, donde J es un punto de intersección del círculo (A', A'K) con el círculo de diámetro CA'.
El punto A es el punto de intersección de CK y BJ.

Una indagación que podría prolongar la situación sería determinar la naturaleza del lugar geométrico de A cuando K varía. Para eso CABRI puede dar ideas...

Nos queda elaborar una prueba de evaluación. El tema de una prueba de evaluación puede ser una desigualdad de ángulos. Un caso mínimo utiliza un triángulo ABC y un punto M interior al triángulo. El segmento que une M a un vértice del triángulo y los dos lados que pasan por este vértice determinan dos ángulos.
Por ejemplo obtenemos a1 y a2 como ángulos en A. Un mismo sentido de rotación produce así b1 y b2 en B y c1 y c2 en C.En la figura se observa: a1 > a2 y b1 > b2, pero c2 < c1.
¿Podríamos ubicar M en un tal sitio que tengamos a1 > a2, b1 > b2 y c1 > c2?



X1>x2? A la vez con x=a, x=b y x=c

Respuesta. Las desigualdades de distancias que corresponden a estas desigualdades de ángulos muestran, por transitividad, que la respuesta será negativa.

Autor: Francois PLUVINAGE, IREM de Strabourg.
E-mail: pluvin@math.u-strasbg.fr
El autor agradece a Myriam Vega por su muy preciosa ayuda.

Bibliografía

-Robert ADJIAGE, 2001, *Maturation du fonctionnement rationnel*, Annales de Didactique et de sciences cognitives, Strasbourg, IREM

-Michèle ARTIGUE, 1988, *Ingénierie didactique*, Recherches en Didactique de Mathématiques v.9-3, Grenoble, La Pensée Sauvage.

-Guy BROUSSEAU, 1972, Les processus de mathématisation in *La mathématique à l'Ecole Elémentaire*, Bulletin de l'APMEP n° 282 (n° spécial).

-Guy BROUSSEAU, 1981, *Problèmes de didactique desdécimaux*, Recherches en Didactique des Mathématiquesvol. 2-1, Grenoble, La Pensée Sauvage.

-Régine DOUADY, 1987, *Jeux de cadres et dialectique outilobjet*, Recherches en Didactique des Mathématiques vol. 7-2, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Mi correo electrónico: pluvin@math.u-strasbg.fr

http://perso.wanadoo.fr/jpq
http://perso.wanadoo.fr/nvogel

LOS MATERIALES EN EL AULA DE MATEMÁTICAS: ¿PARA QUÉ?

Marina Ortiz Legarda
Corporación Tercer Milenio

El interrogante que se anuncia en el título puede tener respuestas desde distintos ámbitos de comprensión de la problemática:

-En relación con lo cognoscitivo
-En relación con lo pedagógico-didáctico
-En relación con el desarrollo afectivo de los estudiantes

1. EN RELACIÓN CON LO COGNOSCITIVO:

En relación con lo cognoscitivo, se trata de mirar la relación, posibilitada por el empleo de los materiales, entre la intuición y la apropiación racional de conceptos:

PROCESOS INTUITIVOS ⟷ PROCESOS INTUITIVOS

Se trata de considerar, durante el proceso hacia el conocimiento, los logros sucesivos que van dando cuenta de intuiciones cada vez más elaboradas, más finas y separadas del referente concreto, de modo que se cumplan una serie de pasos que podrían sintetizarse de la siguiente manera:

↓
INTUICION VISUAL DIRECTA
↓
INTUICION INTELEGIBLE
↓
ACERCAMIENTO AL CONCEPTO

En efecto, la presencia de materiales en el aula de matemáticas permiten que aparezca la intuición como primer ámbito de aparición del acto de conocer. Se entiende aquí la intuición como el conocimiento directo, inmediato y cierto de un objeto o fenómeno concreto, sin que medien procesos distintos al de la percepción sensorial.

De manera resumida, habría que decir que el empleo de materiales en la clase de matemáticas se orienta a suscitar o generar procesos intuitivos, que en un primer momento corresponden a un nivel de intuición visual directa, y posteriormente comienzan a tomar el carácter de intuiciones inteligibles, es decir, intuiciones referidas ya no a los objetos mismos sino a sus representaciones y a las relaciones entre ellos. Este es el proceso que debe cumplirse, comenzando con la manipulación de objetos y recorriendo luego un camino de sucesivas *representaciones* y elaboraciones que vayan posibilitando el acercamiento a los conceptos que se hayan seleccionado como objetivo de la actividad didáctica. Igualmente, la *verbalización* de las acciones cumplidas, tanto en la etapa de manipulación de objetos, como en la de representación y en la de simbolización, permitirá la apropiación del lenguaje formal, componente importante de la estructura conceptual que debe buscarse permanentemente en la clase de matemáticas.

2. EN RELACIÓN CON LO PEDAGÓGICO - DIDÁCTICO:

El proceso didáctico que se diseñe a partir del empleo de materiales en el aula de matemáticas adquiere un mayor sentido si se cumplen condiciones como las siguientes:

Se trata de una propuesta de largo aliento, es decir no se pretende resolver solamente situaciones de carácter puntual, sino se apunta a desarrollar sistemas conceptuales amplios.

Se tiene claridad acerca de los objetos matemáticos a los que se espera acceder a partir de los materiales que pretenden emplearse, pues ello ilumina el camino que debe seguirse a través de la estrategia didáctica que se diseñe para tal fin.

Dentro del proceso didáctico, dos estrategias que pueden coadyuvar en la elaboración de procesos intuitivos hacia niveles de mayor abstracción son la *representación* y la *verbalización* de las acciones de aprendizaje.

El hecho de representar en forma gráfica los objetos y las acciones sobre los objetos puede verse en principio como un juego dialéctico de pérdida y ganancia, ya que paulatinamente se van dejando de lado algunos de los elementos del proceso, a fin de ganar otros más significativos para la conceptualización.

Se parte de situaciones espacio-temporales (con objetos en movimiento); luego se atrapa la espacialidad en dos dimensiones y se elimina la temporalidad (esquemas, dibujos, fotografías, mapas, etc); de esa manera se llega a la representación en el puro tiempo (imágenes mentales), lo que permite la realización de acciones sin los referentes concretos o representados, y el acceso progresivo a la aprehensión del concepto.

Por su parte la verbalización aparece como el proceso según el cual es posible poner en palabras todas las acciones de orden objetal - manipulatorio o mental que se cumplen en un evento; el hecho de realizar verbalmente las acciones, posibilita fundamentalmente la interiorización de las que aún se están manifestando en su forma externa.

Además, se posibilita la ejercitación de 4 funciones lingüísticas esenciales: la nominación, entendida como el esfuerzo permanente para dar a cada cosa su nombre (o si no lo tiene colocarle uno); la atribución, proceso en el que algunos nombres adquieren generalidad o pueden ser asignados como cualidad a otros nombres, con lo que se estaría desarrollando la capacidad para construir oraciones en la forma A es B; la articulación, que supera las limitaciones del lenguaje cuando solamente se ha accedido a las dos primeras funciones lingüísticas, ya que una mayor elaboración del lenguaje requiere conectar las oraciones construidas, con el fin de ganar en niveles de complejidad y lograr una verdadera especialización del pensamiento; por esa razón debe dársele la suficiente importancia al empleo de los eslabones en el lenguaje, como son las conjunciones, las preposiciones y los signos de puntuación, que son los que permiten el cumplimiento coherente de la realización verbal. Por último, la derivación, según la cual es posible dar a los nombres la función de adjetivos, o a los adjetivos la función de verbos, en un proceso que abre nuevas perspectivas en el manejo del lenguaje. Como ya se anotó, lo esencial en la realización verbal es el hecho de que durante su cumplimiento se interioriza la acción externa, la cual adquiere entonces carácter mental.

3. EN RELACIÓN CON EL DESARROLLO AFECTIVO:

El empleo de materiales en el aula de matemáticas y, en general, todo el trabajo que se desarrolle al interior de la educación matemática, puede propiciar el desarrollo moral y afectivo de los estudiantes en el siguiente sentido:

-Desarrollo de la autonomía, mediante el ejercicio permanente de la toma de decisiones en la búsqueda del conocimiento y de la elaboración de argumentos para sustentar y defender los puntos de vista personales.

-Formación de valores propicios para la convivencia, a partir de la práctica permanente de las actitudes necesarias para construir acuerdos y para trabajar como equipo.

-Avance en el desarrollo estético, mediante la búsqueda constante de manifestaciones de orden, armonía, coherencia y belleza, tanto en las relaciones con las demás personas, como en las relaciones con el conocimiento y con los materiales de trabajo.

-Desarrollo de la actividad de estudio, por cuanto las propuestas didácticas tienen fundamentalmente el propósito de entusiasmar a los alumnos en el proceso cognitivo, animarlos a emprender nuevas búsquedas fijándose ellos mismos sus propias tareas, formarlos en la necesidad de ser responsables de su personal crecimiento intelectual y ético, lograr, en fin que el hecho de estudiar se convierta para los estudiantes en algo *necesario y vital.*

ANÁLISIS DIDÁCTICO, CONOCIMIENTO DIDÁCTICO Y DISEÑO CURRICULAR DE ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS[8]

Pedro Gómez

En este artículo describo el análisis didáctico como una conceptualización del modo en el que el profesor diseña, lleva a la práctica y evalúa actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Este procedimiento permite abordar la problemática de la planificación curricular a nivel local, al identificar herramientas conceptuales y metodológicas y sugerir estrategias sistemáticas para cerrar la brecha entre la planificación global que surge de las directivas gubernamentales e institucionales y la actuación de profesor y escolares en el aula.

INTRODUCCIÓN

En circunstancias de descentralización curricular, como las que existen en Colombia y España, los profesores de matemáticas enfrentan frecuentemente un problema de planificación y gestión de clase. Las directivas gubernamentales y la planeación estratégica de la institución educativa determinan los contextos social, educativo e institucional en los que se produce el diseño curricular global de cada asignatura. Sin embargo, este diseño curricular global no aporta pautas específicas para el día a día de la práctica docente de los profesores. Usualmente los profesores planifican y realizan sus clases con ayuda de su experiencia y de los documentos y materiales de apoyo disponibles, y muchos de ellos se apoyan exclusivamente en las propuestas de los libros de texto. Si esperamos que los profesores de matemáticas aborden su trabajo diario de manera sistemática y reflexiva, basándose en un conocimiento profesional, entonces ellos deberían conocer y utilizar principios, procedimientos y herramientas que, fundamentados en la didáctica matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que pueden conformar su planificación de clase.

Rico et al. (1997) y Segovia y Rico (2001) han identificado esta problemática al poner de manifiesto las dificultades de la noción de currículo al nivel de planificación global para los profesores. En este nivel, el profesor debe identificar unos objetivos, unos contenidos, una metodología y un esquema de evaluación con el que se pretende describir el currículo como plan de formación para una asignatura o para una porción amplia de una asignatura. Yo pretendo diferenciar entre los problemas de diseño curricular global (para la totalidad de una asignatura, por ejemplo) y los problemas de diseño curricular local (para una unidad didáctica o una hora de clase sobre una estructura matemática específica o uno o más aspectos de ella).

Si consideramos únicamente los problemas de diseño curricular global (con el esquema de objetivos, contenidos, metodología y evaluación), entonces el profesor tiende a ver la planificación como la secuenciación de contenidos matemáticos y a considerar la enseñanza como el "cubrimiento" de estos contenidos. Al no considerar las problemáticas conceptuales, cognitivas y de instrucción de las estructuras matemáticas específicas, el profesor tiene que describir los objetivos, la metodología y la evaluación en términos generales. Por lo tanto, lo que diferencia a las diferentes parcelas del diseño curricular son los contenidos. Cuando consideramos a nivel local los problemas de diseño curricular y nos concentramos en una estructura matemática específica, es posible ampliar esta visión de la planificación y de la enseñanza. Para ello, propongo una conceptualización de ese nivel de la planificación y la gestión de clase, el análisis didáctico, como un procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del conocimiento matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

En este artículo considero algunas de las cuestiones que mencioné en Gómez (2000) con relación al "modelo de los organizadores del currículo" propuesto por Rico et al. (1997). En particular, presento una estructura conceptual que organiza y relaciona las nociones de la educación matemática que estos autores proponen. En este sentido, la mayor parte del artículo se basa en los trabajos que Rico ha desarrollado en este

8 Este documento se publicó en la *Revista EMA*, N° 2, Volumen 7 (2002) con el título "Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas". Se reproduce aquí con permiso de la *Revista EMA*.

tema (ver, por ejemplo, Rico et al., 1997; Rico, 1995a, 1997a, 1998a, 1998b). Este esfuerzo de sistematización también surge de la experiencia que he vivido al tener la oportunidad de compartir con Rico la responsabilidad docente en la asignatura "Didáctica de la Matemática en el Bachillerato" en la Universidad de Granada durante los últimos dos años y de discutir con él y otros colegas sobre la problemática de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.[9]

El artículo comienza describiendo brevemente el "ciclo de enseñanza de las matemáticas" propuesto por Simón (1995), con el que este autor aborda explícitamente el problema del diseño curricular a nivel local en matemáticas. En seguida, se introducen las ideas centrales que componen la noción de currículo. El análisis didáctico se describe a continuación, comenzando por una reflexión sobre las creencias y las metas del profesor y sobre los contextos que condicionan su práctica docente, para después presentar los diferentes análisis que lo componen: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. El artículo termina con una reflexión sobre el conocimiento didáctico que el profesor pone en juego cuando realiza el análisis didáctico.

CICLO DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Simón (1995) centra su atención en la problemática de la planificación local y reflexiona sobre cómo debería ser la enseñanza, si se asume una posición constructivista social del aprendizaje de los escolares. Él resume su trabajo de la siguiente manera: "partiendo de una perspectiva de constructivismo social sobre el desarrollo del conocimiento, el artículo continua la discusión sobre las deliberaciones pedagógicas que llevan a la determinación de los contextos de problemas que promueven la participación de los estudiantes. En particular, el artículo extiende la noción de enseñanza como indagación, examina el papel de diferentes aspectos del conocimiento del profesor, y explora el reto intrínseco y actual para *integrar los objetivos y la dirección del profesor para el aprendizaje con la trayectoria del pensamiento y el aprendizaje matemático de los estudiantes*" (p. 121). Simón propone, en términos de Steffe y d'Ambrossio (1995), un *modelo* de enseñanza coherente con los principios constructivistas del aprendizaje de las matemáticas. Este modelo reconoce al profesor como agente reflexivo y cognitivo. Esto es, como alguien que construye su conocimiento a través de adaptarse a las experiencias que vive dentro de su contexto.

Este modelo, llamado por Simón *el ciclo de enseñanza de las matemáticas*, es un "modelo esquemático de la interrelación de aspectos del conocimiento, pensamiento, toma de decisiones y actuaciones del profesor"(p. 135). En este modelo (ver Figura 1),

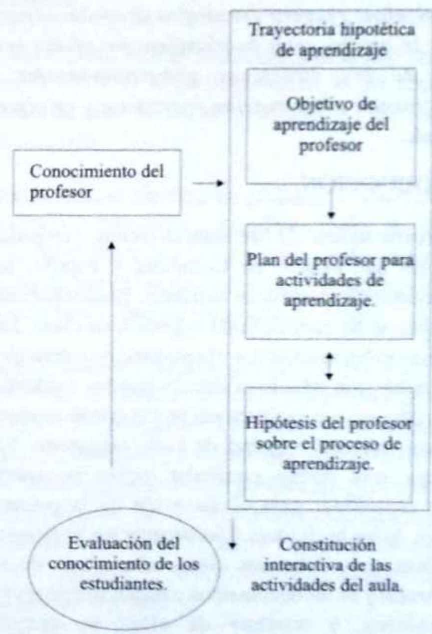


Figura 1. Ciclo de enseñanza de las matemáticas.

la enseñanza, desde la perspectiva del profesor, está guiada por la *trayectoria hipotética de aprendizaje*. Esta trayectoria consiste en la predicción que el profesor hace acerca del camino por el cual puede proceder el aprendizaje. "Una trayectoria hipotética de aprendizaje le da al profesor criterios para seleccionar un diseño instruccional particular; por lo tanto, yo tomo mis decisiones de enseñanza basado en mi mejor conjetura acerca de cómo va a proceder el aprendizaje" (p. 135). La trayectoria hipotética de

[9] Habiendo aclarado que la mayor parte de las ideas contenidas en este artículo han sido propuestas por Rico y otros autores en diversas publicaciones, asumo la responsabilidad de la manera como las he interpretado y organizado aquí.

aprendizaje tiene tres componentes, relacionados entre sí: la visión que el profesor tiene del objetivo de aprendizaje, la planificación del profesor para las actividades de aprendizaje y las hipótesis del profesor acerca del proceso de aprendizaje. El objetivo de aprendizaje es la guía que le permite al profesor decidirse por unas actividades de aprendizaje. Esa decisión la toma teniendo en cuenta también sus hipótesis acerca del proceso de aprendizaje. Y estas actividades afectan, a su vez, sus hipótesis sobre el proceso. El centro de la propuesta consiste en sugerir que se trata de un proceso dinámico y cíclico. La trayectoria hipotética de aprendizaje no se determina con anterioridad a la realización de la clase y no permanece estática durante ella. Por el contrario, la trayectoria hipotética de aprendizaje estará en permanente evolución a lo largo de la clase porque la puesta en práctica de las actividades y la permanente evaluación del conocimiento de los alumnos llevará al profesor a revisar dinámicamente la trayectoria hipotética de aprendizaje. El profesor diseña y revisa la trayectoria hipotética de aprendizaje con base en la evaluación de los conocimientos de los alumnos y su propio conocimiento.

En resumen, las principales características del modelo son las siguientes.
-El pensamiento de los estudiantes juega un papel central.
-El conocimiento del profesor evoluciona permanentemente.
-La planificación para la enseñanza incluye la generación de una trayectoria hipotética de aprendizaje.
-El cambio continuo en el conocimiento del profesor produce un cambio continuo en la trayectoria hipotética de aprendizaje.
-El modelo es local en el sentido de que se centra en la enseñanza de un tópico específico para una sesión de clase.

NOCIÓN DE CURRÍCULO

Como noción que permite organizar y describir un plan de formación, el concepto de currículo pretende responder a una serie de cuestiones con respecto a la naturaleza del conocimiento a enseñar, del aprendizaje, de la enseñanza y de la utilidad de ese conocimiento. Estas cuestiones dan lugar a cuatro *dimensiones* que permiten estructurar el análisis y el diseño del currículo:
- dimensión cultural/conceptual,
- dimensión cognitiva,
- dimensión ética/formativa y
- dimensión social.

Como veremos enseguida, la noción de currículo, como herramienta analítica del proceso educativo, se puede utilizar en múltiples niveles. Por esa razón, resulta ilustrativo utilizar una representación geométrica, como la de la Figura 2, en la que cada dimensión se representa en un eje (Rico, 1997b, pp. 387-388).

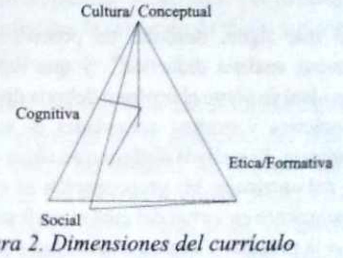


Figura 2. Dimensiones del currículo

En Rico (1997b) se estudian cuatro niveles de reflexión sobre el currículo. Para cada uno de estos niveles, es posible determinar unas *componentes* que corresponden a cada una de las dimensiones, como se muestra en la Tabla 1 (p. 409).

		Dimensiones del currículo			
		1a dimensión	2a dimensión	3a dimensión	4a dimensión
		Cultural Conceptual	Cognitiva o de desarrollo	Ética o formativa	Social
Niveles	Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
	Sistema Educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula
	Disciplinas Académicas	Epistemología e Historia de la Matemática	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
	Teológico o de fines	Fines culturales	Fines formativos	Fines políticos	Fines sociales

El nivel de planificación para los profesores representa la versión más conocida del currículo. Es el esquema con el que tradicionalmente se describen los planes de formación a cargo de un profesor en el espacio de un aula. El segundo nivel representa la reflexión curricular cuando el ámbito de actuación es la institución educativa y el encargado es la administración. Los dos últimos niveles tienen un carácter más teórico. El tercer nivel considera las disciplinas que fundamentan la noción de currículo y que aportan la información necesaria para el estudio del currículo de matemáticas. El último nivel considera las finalidades para la educación matemática. El análisis didáctico, que describiré a continuación, se constituye en otro nivel del currículo, como procedimiento de planificación local de los profesores.

ANÁLISIS DIDÁCTICO: UN PROCEDIMIENTO PARA ORGANIZAR LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

En lo que sigue, describo un procedimiento, que denomino análisis didáctico[10] y que representa mi visión ideal de cómo el profesor debería diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje. El análisis didáctico se ubica en un nivel local del currículo. Mi preocupación se centra en el procedimiento en virtud del cual el profesor planifica, lleva a la práctica y evalúa una unidad didáctica, una hora de clase o una porción de una clase. Entiendo por unidad didáctica "una unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos"(Segovia y Rico, 2001, p. 87). Por lo tanto, el contenido matemático que es objeto de la instrucción es una estructura matemática específica o uno o más aspectos de una estructura matemática. El periodo de tiempo en el que tiene lugar la instrucción es limitado y la especificidad del contenido permite profundizar en sus múltiples significados. Esta visión local de la enseñanza es similar a la adoptada por Simón (1995), quien también se centra en las actividades que conciernen un periodo limitado de tiempo y un contenido matemático específico, y constituye una reflexión curricular diferente de aquella que corresponde a la planificación global para los profesores.

La descripción de un ciclo del análisis didáctico seguirá la secuencia propuesta en la Figura 3, a la que haré referencia permanentemente en lo que sigue.

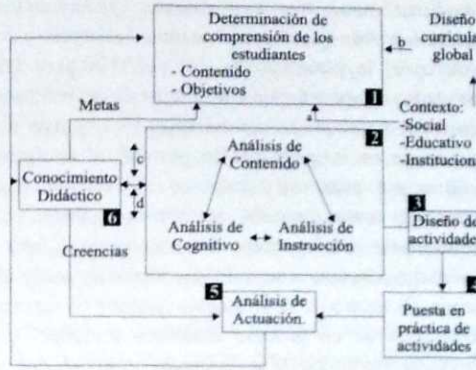


Figura 3. Ciclo de análisis didáctico

Describiré las herramientas conceptuales y metodológicas que el profesor debe poner en juego para realizar el análisis didáctico, y haré énfasis en las múltiples relaciones entre los análisis que lo componen y las herramientas que se ponen en juego. El análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido a tratar y de los objetivos a lograr a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción (cuadro 1 de la Figura 3).

A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido. Esta relación simbiótica entre los análisis también se establece con el análisis de instrucción. Su formulación depende de y debe ser compatible con los resultados de los análisis de

10 Una búsqueda en Internet con el término "análisis didáctico" produce, a comienzos de 2002, más de 500 resultados. Este término se ha convertido en una expresión genérica utilizada en muchos campos con diferentes significados. Por ejemplo, Freud (1981) lo utilizó cuando se refirió a la formación de psicoanalistas. En la didáctica de la matemática varios autores utilizan el término (i.e., Puig, 1997 y González, 1998). Puig (1997) lo define de la siguiente manera: "el análisis didáctico de las matemáticas, esto es, el análisis de los contenidos de las matemáticas que se realiza al servicio de la organización de su enseñanza en los sistemas educativos" (p. 61). Yo utilizaré el término para designar un procedimiento que se encuentra en el centro del modelo de enseñanza que quiero describir en este artículo.

contenido y cognitivo, pero, a su vez, su realización puede generar la necesidad de corregir las versiones previas de estos análisis (cuadro 2). La selección de tareas que componen las actividades debe ser coherente con los resultados de los tres análisis y la evaluación de esas tareas a la luz de los análisis puede llevar al profesor a realizar un nuevo ciclo de análisis, antes de seleccionar definitivamente las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje (relación entre cuadros 2 y 3). El profesor pone en práctica estas actividades (cuadro 4) y, al hacerlo, analiza las actuaciones de los escolares para obtener información que sirve como punto de inicio de un nuevo ciclo (cuadro 5). El conocimiento didáctico (cuadro 6) es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso. La realización de un ciclo del análisis didáctico se encuentra condicionada por las creencias y las metas del profesor y por los contextos social, educativo e institucional (relaciones a, b, c y d de la Figura 3). Inicio la descripción del ciclo haciendo una reflexión sobre estas condiciones para después describir las diferentes fases y análisis que se proponen en la Figura 3.

CREENCIAS, METAS Y CONTEXTOS

Las metas y las creencias del profesor, por un lado, y los contextos institucional, educativo y social, por el otro, condicionan la práctica docente. En este apartado hago algunas consideraciones sobre el papel del contexto y de las metas y las creencias del profesor en sus decisiones y actuaciones, como factores que influyen en y condicionan la manera como él aborda el análisis didáctico de una estructura matemática.

Schoenfeld (2000), en su propuesta para construir un modelo del profesor de matemáticas, describe de la siguiente manera la relación entre las creencias, las metas, el conocimiento del profesor y su práctica docente: "Postulamos que las creencias, las metas y el conocimiento del profesor, ya sea que se mantengan conscientemente o no, son factores claves en el proceso de toma de decisiones del profesor y que ese proceso de toma de decisiones toma en cuenta esos factores...El modelo de un profesor particular contendrá representaciones de metas, creencias y conocimiento atribuidos a ese profesor y un mecanismo de toma de decisiones que sugiere cómo, en unas circunstancias dadas, esas metas, creencias y conocimiento configuran la decisión del profesor con respecto a qué hacer "después"" (pp. 248-249).

Las metas es lo que uno quiere lograr. Las metas pueden ser globales con respecto a los estudiantes en periodos largos de tiempo, en las lecciones, en partes particulares de la lección y locales a una interacción particular. Pueden estar orientadas epistemológicamente (con respecto al contenido) o socialmente. Pueden estar predeterminadas o pueden ser emergentes. Usualmente hay varias metas operativas en un momento dado (p. 250). "Las creencias del profesor ... configuran lo que el profesor ve como creíble, posible o deseable. Por lo tanto, las creencias configuran la selección de metas y planes de acción" (p.253).

Se han realizado una gran variedad de estudios sobre el papel de las creencias en la actuación del profesor (Thompson, 1992). No obstante, no se puede afirmar que esta relación sea evidente (Lerman, 2001). En todo caso, "como sucede en las demás áreas, las creencias configuran la percepción que el individuo tiene de su experiencia. Ellas configuran las metas que el profesor se impone para la interacción en el aula, las opciones que el profesor cree que están disponibles para lograr esas metas, y la manera en que estos recursos (en este caso, diferentes tipos de enseñanza y de contenido matemático, rutinas de clase, etc.) se pueden emplear" (Schoenfeld, 2000, p. 248). La línea divisoria entre creencias y conocimiento no es evidente. En este artículo considero como creencias las visiones que el profesor tiene de las matemáticas como disciplina, de las matemáticas escolares, de su enseñanza y de su aprendizaje. El profesor puede y debe tener un conocimiento sobre las diferentes posturas que es posible asumir en estos temas y asume consciente o inconscientemente una de ellas. Su posición sobre estas cuestiones afecta y condiciona la manera como él aborda las diferentes fases del ciclo del análisis didáctico.

El contexto social, educativo e institucional condiciona la instrucción. Este contexto determina las normas y valores que rigen social e institucionalmente y determina aquello que se valora como deseable en el proceso educativo. De esta manera, el contexto restringe las opciones de las que el profesor puede escoger para realizar su práctica docente. Por ejemplo, las normas legales pueden determinar unas finalidades de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, mientras que el proyecto educativo del centro puede promover modelos de evaluación particulares. Adicionalmente, el profesor debe tener en cuenta los intereses, conocimientos y capacidades de sus estudiantes y reconocer las diferencias entre ellos. Estos y otros factores hacen parte del contexto social, educativo e institucional que conforman el marco en el que el profesor realiza su trabajo. Por otro lado, el contexto del aula es el entorno estructurado dentro del cual tiene lugar la construcción del conocimiento matemático por parte de los escolares. Este contexto es el espacio en el que se constituye y se desarrolla una comunidad de práctica de las matemáticas escolares. Este contexto se negocia y se conforma conjuntamente entre profesor y estudiantes y, por consiguiente, no restringe la instrucción.

En la Figura 3, la relación (a) expresa relación entre los diferentes contextos y la instrucción. La relación (b) muestra que la planificación local tiene lugar dentro del entorno de una planificación global. Esta planificación global debe tener en cuenta las condiciones impuestas por los contextos social, educativo e institucional. Las relaciones (c) y (d) muestran (en uno de los sentidos) cómo las metas y las creencias del profesor influyen en sus decisiones en el proceso de planificación. Incluyo también aquí la influencia que el proceso de planificación, puesta en práctica y evaluación de las actividades de enseñanza y aprendizaje puede tener en las metas y creencias del profesor (el otro sentido de las flechas). Estas relaciones representan las condiciones que las creencias, las metas y el contexto imponen en la actividad del profesor. Estas condiciones se expresan, entre otros, en el diseño curricular global de la asignatura. El diseño curricular global y lo que haya sucedido en las sesiones anteriores, determinan unos objetivos que se deben lograr, un contenido que se debe tratar y unos esquemas generales para la gestión de la clase y la evaluación de los estudiantes. En la mayoría de las ocasiones, las indicaciones que provienen del diseño curricular global son de carácter general y no tienen en cuenta la especificidad de la estructura matemática que se desea tratar, ni las condiciones cognitivas e instruccionales de la hora de clase que se quiere planificar. El profesor tiene que realizar un proceso de planificación local (el análisis didáctico) que tenga en cuenta estas especificidades conceptuales, cognitivas e instruccionales. Inicio a continuación la descripción de este procedimiento.

INICIO DEL CICLO

En este apartado describo el inicio de un ciclo a partir de las condiciones iniciales que acabo de formular. Me refiero al cuadro identificado con el número 1 en la Figura 3. En los apartados siguientes examinaré secuencialmente cada uno de los cuadros en el orden en el que aparecen en el esquema. El ciclo se inicia con la determinación, por parte del profesor, de la comprensión que los estudiantes tienen en ese momento, de los contenidos que se pretenden tratar y de los objetivos que se quieren lograr. El diseño curricular global delimita inicialmente esos objetivos y contenidos. Pero la determinación de los objetivos específicos que se deben buscar y de los contenidos matemáticos particulares que se deben tratar también depende del resultado del ciclo anterior del análisis didáctico. El análisis de actuación (cuadro 5 del esquema) proporciona al profesor información sobre las actuaciones y producciones de los escolares al final del ciclo anterior. Con esta información, el profesor debe hacer una descripción de la comprensión de sus estudiantes sobre la estructura matemática en cuestión. Esta descripción deberá identificar:

- las tareas que sus estudiantes pueden resolver,
- las tareas que no pueden resolver,
- los errores en los que los estudiantes han incurrido al abordar las tareas,
- las dificultades que subyacen a esos errores, y
- los obstáculos que es necesario superar para resolver esas dificultades.

Describiré con mayor detalle este procedimiento cuando considere, más adelante, el análisis cognitivo. Esta información cognitiva es central para determinar con suficiente especificidad los objetivos y los contenidos de la unidad didáctica o la hora de clase que se pretende planificar. La manera como el profesor recoja, analice e interprete esta información dependerá de sus conocimientos y sus creencias. El resultado de esta etapa inicial del análisis didáctico debe ser la identificación de una estructura matemática específica y la delimitación de los objetivos que se quieren lograr con respecto a esa estructura matemática. La siguiente etapa del análisis didáctico es el análisis de contenido que describo a continuación (cuadro 2 del esquema).

ANÁLISIS DE CONTENIDO

El contenido matemático es el eje central del análisis didáctico. El proceso de planificación, puesta en

práctica y evaluación de las actividades de enseñanza y aprendizaje se refiere a una estructura matemática específica. Las herramientas conceptuales y metodológicas en las que se basa el análisis didáctico, y que describiré a continuación, adquieren sentido cuando se utilizan para analizar los diferentes significados de esa estructura matemática. Por lo tanto, el análisis de contenido, siendo el análisis *matemático* de esa estructura matemática, debe ser el punto de inicio y de referencia en el proceso cíclico del análisis didáctico. El análisis de contenido es un análisis de las matemáticas escolares. Su propósito es la descripción de la estructura matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula.
Rico (1997c, p. 31) describe el conocimiento conceptual de la siguiente manera.

Los conceptos son aquellos con los que pensamos y, mayor o menor sea su concreción, podemos distinguir tres niveles de conocimiento en el campo conceptual:
1. *Los hechos que son unidades de información y sirven como registros de conocimientos.*
2. *los conceptos propiamente tales, que describen una regularidad o relación de un grupo de hechos, suelen admitir un modelo o representación y se designan con signos o símbolo.*
3. *las estructuras conceptuales, que sirven para unir conceptos o para sugerir formas de relación entre conceptos constituyendo, a veces, conceptos de orden superior, ya que pueden establecer algún orden o relación entre conceptos no inclusivos.*

La anterior es una descripción cognitiva de la noción de concepto en sus distintos niveles de concreción. Su interpretación desde la perspectiva de las matemáticas escolares, en la dimensión conceptual, permite organizar el conocimiento matemático en hechos, conceptos y estructuras conceptuales. Restrinjo el análisis de contenido a los conceptos y a las estructuras conceptuales. Los hechos pueden ser utilizados como ejemplos o casos particulares de los conceptos, pero no los incluiré formalmente en el análisis.

En el análisis de contenido se busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados *matemáticos* de la estructura matemática. Este análisis se hace desde la perspectiva de las matemáticas escolares y tiene en cuenta tres tipos de significados: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico). A continuación considero cada uno de estos significados

Estructura conceptual

La estructura conceptual, como herramienta para el análisis de las matemáticas escolares, es la descripción, a nivel de conceptos y relaciones entre ellos, de la estructura matemática en cuestión. Por lo tanto, la estructura conceptual no es solamente la enumeración de los conceptos que se encuentran involucrados en la estructura matemática. La construcción de la estructura conceptual es un proceso que se inicia con la identificación de los conceptos y algunas de sus relaciones pero que se desarrolla en la medida en que se tienen en cuenta los sistemas de representación, los modelos y los fenómenos asociados. La Figura 4 muestra una versión inicial de la estructura conceptual para la función de segundo grado (Gómez y Carulla, 2001).

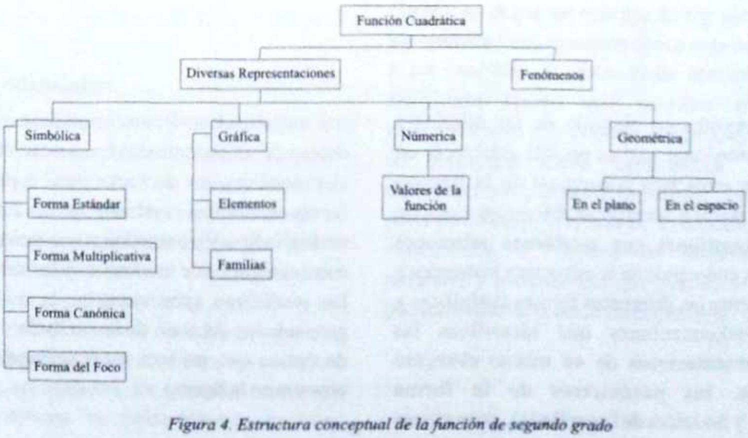


Figura 4. Estructura conceptual de la función de segundo grado

Al nivel de detalle en el que se presenta la estructura matemática en la estructura conceptual de la Figura 4 no es posible identificar los conceptos involucrados. Para ello, tenemos que entrar en mayor detalle. La Figura 5 muestra algunos aspectos de la representación simbólica de la función cuadrática. En este caso, aparecen los parámetros de las diversas formas simbólicas. Cuando podemos identificar conceptos dentro de la estructura conceptual, vemos la necesidad de establecer relaciones. En la figura 5 se insinúan relaciones entre los parámetros de las formas simbólicas. Por otro lado, cuando representamos los conceptos en la estructura conceptual, aparece la necesidad de establecer las relaciones entre estos conceptos y sus representaciones.

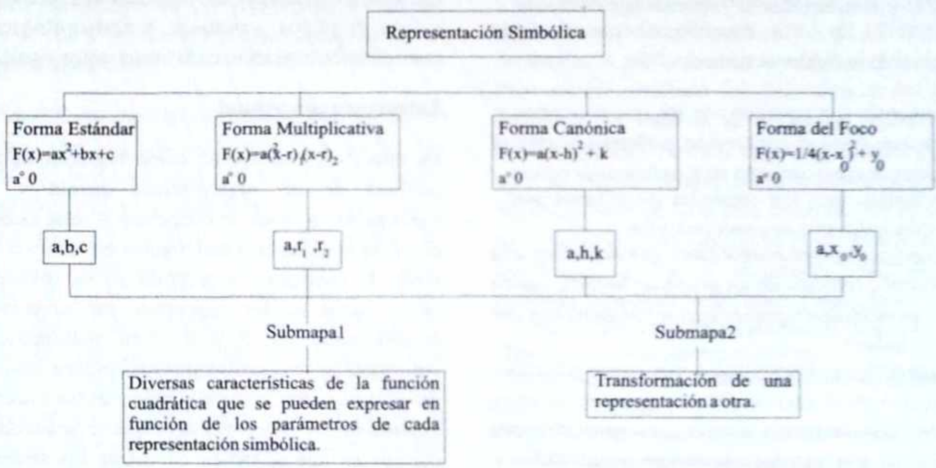


Figura 5. Representación simbólica de la función cuadrática

La Figura 6 muestra un ejemplo de las diferentes relaciones o conexiones que es posible establecer en una parte de la estructura conceptual de la función cuadrática. Se pueden identificar diferentes tipos de conexiones: conexiones que establecen relaciones entre diferentes conceptos de la estructura matemática (por ejemplo, entre las diferentes formas simbólicas y sus parámetros),conexiones que identifican las diferentes representaciones de un mismo elemento (por ejemplo, los parámetros de la forma multiplicativa y las raíces de la parábola), conexiones que muestran transformaciones de un elemento en otro dentro de un sistema de representación (por ejemplo, el procedimiento de factorización para pasar de la forma simbólica estándar a la forma simbólica multiplicativa), y conexiones que muestran la relación entre categorías de fenómenos y las subestructuras que los modelizan (por ejemplo, la relación entre las propiedades del foco de la parábola y los fenómenos de óptica que utilizan estas propiedades que no se muestra en la figura).

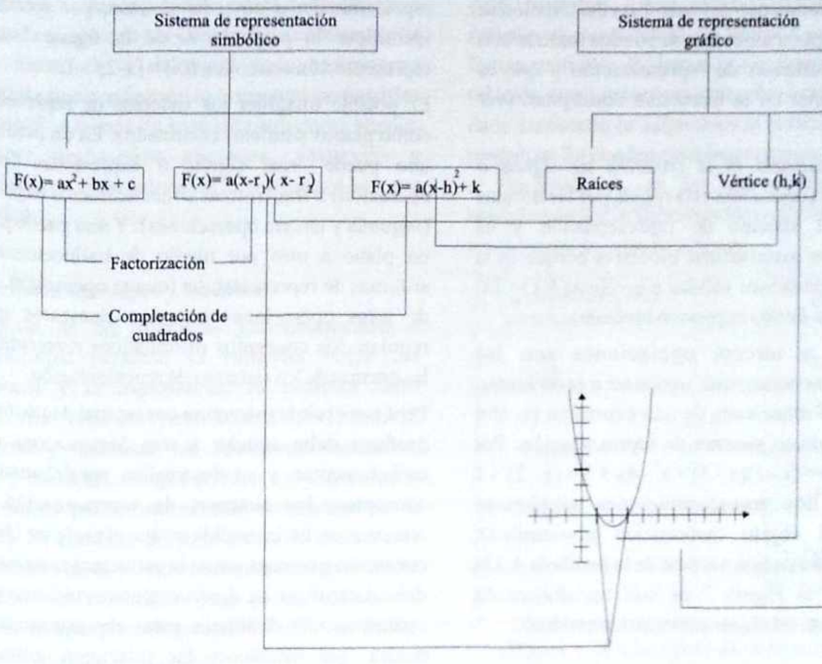


Figura 6. Conexiones en una estructura conceptual

La construcción de la estructura conceptual se basa en los sistemas de representación. A continuación describo algunas de las características de los sistemas de representación y estudio su papel en el análisis de contenido.

Sistemas de representación

El análisis de contenido se centra en la noción de sistema de representación. La estructura conceptual deberá representar la estructura matemática en Todos sus posibles sistemas de representación bajo el supuesto de que se ciñen a un conjunto de reglas que se encuentran condicionadas por las matemáticas, en general, y por el concepto matemático específico, en particular. Por estas razones, considero que la definición de Kaput (1992) sobre sistema de notación se adapta a mis necesidades. De acuerdo con esta definición, un sistema de representación es "un sistema de reglas para (i) identificar o crear caracteres, (ii) operar en ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)" (p. 523).Complemento esta definición de Kaput con la Primera de las definiciones de Goldin y Janvier (1998), en la que un sistema de representación puede ser también "una situación física externa estructurada, o un conjunto de situaciones estructuradas en un ambiente físico que pueden ser descritas matemáticamente o pueden interpretarse en el sentido de involucrar ideas matemáticas" (p. 1). Esta definición complementaria permite considerar, como parte de las características de un concepto o estructura matemática, al conjunto de fenómenos sociales, naturales y matemáticos que pueden ser organizados por subestructuras de dicha estructura.

La noción de sistema de representación permite describir las actividades matemáticas que tienen lugar en el discurso matemático del aula. Esta descripción se basa en cuatro operaciones que se pueden realizar con respecto a los sistemas de representación y que es posible representar en la estructura conceptual (ver Figuras 4, 5 y 6).

La primera operación es la *creación de signos o expresiones*. Esta operación está regida por las normas que regulan el sistema de representación y es importante en las matemáticas escolares porque es la que produce expresiones válidas e inválidas $f(x)= 2x^2 + 1$ es un ejemplo de una expresión inválida).

Las segunda y tercera operaciones son las *transformaciones sintácticas variantes e invariantes*. Estas son transformaciones de una expresión en otra dentro de un mismo sistema de representación. Por ejemplo, en $f(x) = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ tienen lugar dos transformaciones sintácticas invariantes (el objeto matemático no cambia), mientras que la traslación vertical de la parábola A a la parábola B en la Figura 7 es una transformación sintáctica variante (el objeto matemático cambia).

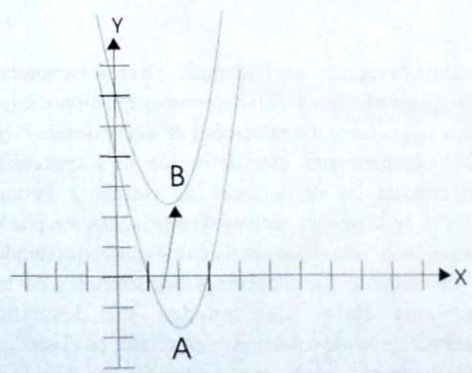


Figura 7. Transformación sintáctica variante

La cuarta operación es la *traducción entre sistemas de representación*. Se refiere al paso de un sistema de representación a otro. Es el caso, por ejemplo, de identificar la parábola A de la figura 7 con su representación simbólica $f(x) = (x-2)^2 - 1$.

Es posible imaginar los sistemas de representación como planos paralelos conectados. En un plano dado, uno puede crear signos o expresiones (primera operación) o transformar sintácticamente expresiones (segunda y tercera operaciones). Y uno puede pasar de un plano a otro por medio de traducciones entre sistemas de representación (cuarta operación). Detrás de estas operaciones hay dos elementos que las regulan: los conceptos matemáticos representados y las normas de los sistemas de representación.

Para construir la estructura conceptual de un tópico, el profesor debe atender a tres dimensiones que se complementan y se desarrollan paralelamente: los conceptos, los sistemas de representación y las conexiones. En la medida en que el profesor identifica conceptos que conforman la estructura matemática, él debe determinar las diversas representaciones de esos conceptos. Al distinguir estas representaciones, él tendrá que establecer las relaciones entre ellas. Algunas de estas relaciones serán de pertenencia. Por ejemplo, al afirmar que el foco es un elemento de la representación gráfica de la función cuadrática o que la dilatación (parámetro *a*) es un elemento de todas sus representaciones simbólicas. El profesor tendrá que identificar y explicitar en la estructura conceptual las diversas representaciones de un mismo concepto y las relaciones entre ellas. Estas relaciones determinan las traducciones entre sistemas de representación. También tendrá que exponer las relaciones entre los conceptos dentro de un mismo sistema de representación. Estas relaciones describen las transformaciones sintácticas. La construcción de la estructura conceptual con base en los sistemas de representación es un proceso cíclico en el que, en la medida en la que se avanza, se descubren nuevos aspectos que se deben considerar. Al realizar este proceso, el profesor debe poner en juego su conocimiento matemático. Sin embargo, no bastará con movilizar el conocimiento simbólico formal que tradicionalmente se utiliza en las matemáticas disciplinares. El profesor tiene que abordar el análisis de la estructura matemática desde la perspectiva de los significados estructurales y representacionales expuestos hasta ahora y profundizar en la descripción de esos significados para la estructura matemática en la que trabaja. La descripción detallada de la estructura conceptual con base en los sistemas de representación permite identificar y delimitar las subestructuras matemáticas que conforman la estructura matemática representada. Algunas de esas subestructuras pueden modelizar fenómenos sociales, naturales y matemáticos. Considero a continuación esa posibilidad.

Análisis fenomenológico y modelos

La mayoría de las directivas gubernamentales e institucionales resaltan la relación entre las matemáticas y la experiencia. El profesor debe analizar esta relación para identificar, describir, caracterizar y clasificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelizados) por subestructuras contenidas en la estructura en cuestión. El profesor debe incluir este análisis dentro de la estructura conceptual que resulta del análisis de contenido. Este procedimiento se denomina *análisis fenomenológico*. Para describirlo, comienzo con algunos ejemplos.

La función cuadrática permite modelizar multitud de fenómenos naturales, sociales y matemáticos. Con base en ese proceso de modelización es posible resolver problemas relacionados con esos fenómenos. El problema de prever y describir la trayectoria de una pelota de golf o del obús de un cañón, el problema de optimizar el área de un terreno que debe tener un perímetro fijo, el diseño de antenas de satélite o de lentes, y el problema de hallar dos números que cumplen ciertas condiciones con respecto a su suma y producto son ejemplos de este tipo de problemas. En general, la resolución de estos problemas utiliza sólo algunos de los elementos y propiedades de la estructura matemática. Por ejemplo, el diseño de antenas de satélite o de lentes utiliza propiedades del foco de la parábola o el problema de optimizar el área de un terreno con un perímetro dado utiliza el hecho de que el vértice de una parábola con dilatación negativa es su punto máximo. En otras palabras, la resolución de estos problemas pone en juego una subestructura de la estructura matemática en cuestión.

Los ejemplos que he presentado muestran que una misma subestructura se puede relacionar con diversos fenómenos. Por ejemplo, la subestructura que permite abordar el problema de la trayectoria de una pelota de golf, modeliza todos aquellos fenómenos que se refieren al movimiento de cuerpos en un campo de fuerza uniforme. Podemos por lo tanto establecer una relación entre subestructuras y fenómenos en la que a cada fenómeno le asignamos la subestructura que lo modeliza. Se pueden establecer parejas (Subestructura *i*, Fenómeno *j*), en las que el Fenómeno *j* es modelizado por la Subestructura *i*. La Figura 8 muestra un esquema de estas relaciones.

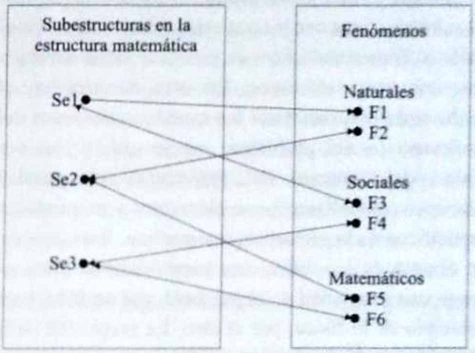


Figura 8. Análisis fenomenológico y modelos

El análisis fenomenológico de una estructura matemática consiste en la identificación de las subestructuras correspondientes a esa estructura, de los fenómenos organizados por ellas y de la relación entre subestructuras y fenómenos. De esta manera se puede establecer una relación de equivalencia en la que cada clase de equivalencia, representada por una subestructura dada, organiza todos aquellos fenómenos que pueden ser modelizados por ella. "El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste entonces en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto y la estructura con esos fenómenos" (Puig, 1997, p. 63). Denominamos *modelo* a la tripla (subestructura, fenómeno, relación) en la que la subestructura modeliza el fenómeno de acuerdo con una relación. Esta relación identifica aquellas características estructurales del fenómeno que se pueden representar con elementos y propiedades de la subestructura en cuestión. Por lo tanto, el término modelo se puede referir a una tripla en la que se identifica un fenómeno específico (por ejemplo, la caída libre de una pelota de una masa específica desde una altura dada), o al conjunto de triplas que reúne a todos los *fenómenos* de caída libre de objetos, o, inclusive, a todos los fenómenos que se refieren al movimiento de cuerpos no relativistas en un campo de fuerzas. Dado que la subestructura matemática organiza y caracteriza los fenómenos, en algunas ocasiones se utiliza el término modelo para designar la subestructura misma. Utilizaré el término *modelo matemático* para ello.

El análisis fenomenológico no consiste únicamente en establecer la relación entre subestructuras y fenómenos y clasificar los fenómenos de acuerdo con las subestructuras con las que están relacionados. En el análisis fenomenológico el profesor debe también describir esas relaciones. En esta descripción, el profesor debe caracterizar los aspectos relevantes del fenómeno (o del problema que se quiere resolver dentro del contexto del fenómeno) que pueden asociarse (modelizarse) con elementos y propiedades específicas de la estructura matemática. Por ejemplo, en el caso de los reflectores parabólicos se pone en juego una propiedad de la parábola, por un lado, y un principio de la física, por el otro. La propiedad de la parábola establece que la tangente en cualquier punto de la parábola forma ángulos iguales con el segmento que une el punto con el foco y con la recta que pasa por el punto y es paralela al eje de simetría de la parábola. El principio de la física afirma que cuando un rayo choca con una superficie reflectora, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Por lo tanto, en el análisis fenomenológico se identifican, por un lado, aquellas características del fenómeno (o de un problema relacionado con el fenómeno) que son relevantes dentro del problema desde el punto de vista matemático y se relacionan con elementos y propiedades de la estructura matemática en uno o más sistemas de representación, por el otro (Ver Figura 9).

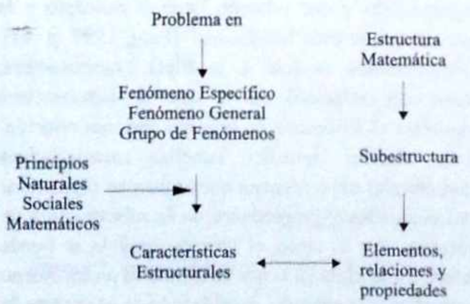


Figura 9. Análisis fenomenológico

Más adelante, en el apartado correspondiente al análisis de instrucción, consideraré con más detalle el *proceso de modelización* que aquí se insinúa. El propósito de la modelización no es únicamente el de describir matemáticamente (en uno o más sistemas de representación) aspectos relevantes de un fenómeno. La potencia de la modelización surge de la capacidad que nos da el modelo matemático (y las propiedades de la estructura matemática en la que se representa) para resolver problemas relacionados con el fenómeno, que no se podrían resolver en el contexto no matemático del fenómeno.

La discusión sobre los sistemas de representación en la didáctica de la matemática puede llevar a una serie de paradojas (Rico, 2000). Algunas de estas paradojas tienen que ver con la condición ontológica de los objetos matemáticos y con la dualidad entre las representaciones internas y externas. Con respecto a la existencia de los objetos matemáticos, suponemos, siguiendo a Sfard (2000) y Dörfler (2000), que ellos no existen por fuera del discurso matemático. Sin embargo, "la sensación de los participantes [en el discurso] de que los objetos existen es una condición necesaria para el uso eficiente de los significantes" (Sfard, 2000, p. 91). Por lo tanto, aunque los objetos matemáticos no existen por fuera del discurso, quienes participan en él se comportan como si existieran. Para Cobb, Yackel y McClain (2000) la dualidad entre representaciones internas y externas desaparece: símbolo y significado se construyen dinámicamente. Lo importante es la actividad de simbolización en la que el sujeto se hace capaz de actuar socialmente compartiendo significados. El significado para un sistema de símbolos se construye en la medida en que se llegan a acuerdos sociales sobre la manera como se manejan los símbolos. Estas aclaraciones resaltan el papel de esta noción en las actividades de profesor y escolares en la construcción del conocimiento matemático y la relación entre el análisis de contenido y el análisis cognitivo que considero a continuación.

ANÁLISIS COGNITIVO

Dada su percepción de la comprensión de los estudiantes al final de un ciclo del análisis didáctico, y teniendo en cuenta los objetivos que él se ha propuesto para el siguiente ciclo, el contenido que pretende tratar, y el contexto, en el análisis cognitivo, el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje. El análisis cognitivo es un análisis *a priori*. Con él, el profesor pretende prever las actuaciones de los escolares en la fase posterior del ciclo en la que se ponen en juego las actividades de enseñanza y aprendizaje que él ha diseñado. Estas hipótesis deben estar sustentadas por una descripción de aquellos aspectos cognitivos que se relacionan directamente con la estructura matemática sobre la cual se trabaja en dichas actividades. Por lo tanto, el análisis de contenido sirve de punto de partida y de punto de referencia para el análisis cognitivo.

El análisis cognitivo de una estructura matemática es, por un lado, la identificación, descripción y caracterización sistemática, detallada y fundamentada de las tareas (relacionadas con dicha estructura matemática) que los escolares pueden resolver en ese momento y de aquellas tareas que deberían poder abordar durante la sesión que se está planificando. El análisis cognitivo es también la identificación, descripción y caracterización de los errores en los que los escolares pueden incurrir al abordar dichas tareas, de las dificultades que subyacen a esos errores y de los obstáculos que es necesario superar para resolver dichas dificultades. Describiré el significado de estos términos más adelante.

La estructura conceptual que el profesor ha producido en el análisis de contenido, su conocimiento sobre el aprendizaje y la comprensión en matemáticas, y su conocimiento sobre la estructura matemática en cuestión le permiten caracterizar las tareas que los escolares pueden resolver y las que deberían poder abordar desde la perspectiva de:

a) los elementos (conceptos y estructuras conceptuales) involucrados en la tarea,

b) las representaciones de esos conceptos y estructuras conceptuales,

c) las relaciones entre esas representaciones,

d) las relaciones entre los elementos de una misma representación,

e) los modelos involucrados.

Vemos, por lo tanto, la relación entre el análisis de contenido y el análisis cognitivo.

Cada tarea involucra unos conceptos (o estructuras conceptuales) pertenecientes a la estructura matemática sobre la que se está trabajando. El punto a) requiere que el profesor identifique aquellos elementos de la estructura conceptual que pueden llegar a ponerse en juego cuando los escolares aborden la tarea. Es posible que una tarea pueda abordarse poniendo en juego más de un grupo de conceptos. Es decir, que su resolución no requiera de la puesta en juego de una única subestructura. La identificación de hacerse en aquellos sistemas de representación que, en principio, podrían o deberían activarse en la resolución de dicha tarea. De nuevo, diferentes aproximaciones a la tarea pueden poner en juego diferentes representaciones de los conceptos involucrados. Mientras que en el análisis de contenido, el profesor identifica estos elementos desde la perspectiva matemática, en el análisis cognitivo, el profesor busca identificar estos elementos desde la perspectiva del conocimiento conceptual que el escolar debería movilizar para poder abordar las tareas. Estos aspectos se refieren a los puntos a) y b).

Los puntos c) y d) tienen que ver con el conocimiento procedimental. Desde la perspectiva del análisis de contenido, en estos puntos el profesor identifica relaciones entre representaciones de un mismo concepto, entre diferentes expresiones de ese concepto dentro de un mismo sistema de representación y entre diferentes conceptos de la estructura conceptual. Desde la perspectiva del análisis cognitivo, el interés del profesor se debe centrar en identificar las capacidades de los escolares para establecer las relaciones necesarias para abordar y resolver la tarea en cuestión. Relaciono estas capacidades con los niveles del conocimiento procedimental (Rico, 1997c, p. 31):

Los *procedimientos* son aquellas formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas; igualmente podemos distinguir tres niveles diferentes en el campo de los procedimientos:

1. Las *destrezas* consisten en la transformación de una expresión simbólica en otra expresión; para ello hay que ejecutar una secuencia de reglas sobre manipulación de símbolos; por lo general las destrezas se ejecutan realizando hechos.
2. Los *razonamientos* se presentan en realizar relaciones entre conceptos y permiten establecer relaciones de inferencia entre los mismos.

3. Las *estrategias*, que se ejecutan sobre representaciones de conceptos y relaciones; las estrategias operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse, teniendo en cuenta las relaciones y conceptos implicados. Las destrezas tienen que ver entonces con dos de las relaciones que el profesor identifica en el análisis de contenido: las relaciones entre diferentes representaciones de un mismo concepto (por ejemplo, la representación gráfica y simbólica de la función cuadrática) y las transformaciones de las expresiones de un concepto dentro de una misma representación (por ejemplo, la completación de cuadrados como procedimiento para transformar una forma simbólica de la función cuadrática en otra). Los razonamientos, por su parte, describen la capacidad de los escolares para relacionar dos o más conceptos dentro un sistema de representación (por ejemplo, la relación entre el foco y la directriz de la parábola en la representación gráfica de la función cuadrática). Las estrategias tienen que ver, al menos parcialmente, con el punto e).

El punto e) se refiere al análisis fenomenológico descrito en el análisis de contenido. En este análisis, el profesor debe identificar, describir, caracterizar y clasificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelizados) por subestructuras contenidas en la estructura en cuestión. Por lo tanto, desde la perspectiva matemática se da un juego entre fenómenos por un lado y modelos matemáticos por el otro. Se establecen parejas de fenómenos y subestructuras matemáticas que los modelizan. Desde la perspectiva del análisis cognitivo, cuando los escolares abordan una tarea cuya formulación involucra fenómenos y no está descrita en lenguaje matemático, su resolución requiere estrategias. Estas estrategias tienen que ver con la identificación del fenómeno, la representación del fenómeno en términos matemáticos dentro de la subestructura que lo modeliza, la resolución del problema dentro de las representaciones matemáticas, la traducción e interpretación de los resultados de la resolución en términos del fenómeno original, y la verificación de la solución. Estas estrategias componen el proceso de modelización que consideraré más adelante.

La identificación, descripción y caracterización del conocimiento conceptual y procedimental que puede llegar a ponerse en juego cuando los escolares abordan unas tareas específicas es la primera parte del análisis cognitivo. El análisis cognitivo también involucra la identificación, descripción y caracterización de los errores en los que los escolares pueden incurrir, de las dificultades que subyacen a esos errores y de los obstáculos que es necesario superar para resolverlas. Cuando un alumno proporciona una respuesta incorrecta a una cuestión matemática se puede decir que su respuesta es errónea, y la solución proporcionada es un error en relación con la cuestión propuesta (Radatz, 1979). Los errores se identifican en las producciones de los escolares cuando ellos abordan tareas específicas poniendo en juego el conocimiento que tienen en ese momento. Por lo tanto, la mayor parte de los errores son consecuencia de ese conocimiento y de la manera como los escolares lo movilizan para resolver la tarea. Los errores se pueden clasificar de múltiples maneras (Rico, 1995b). En el análisis cognitivo, el profesor identifica aquellos errores que son producto del conocimiento de los escolares y los puede clasificar en dos categorías: aquellos que son producto de un conocimiento que es independiente de la estructura matemática que se está trabajando y aquellos que surgen de un conocimiento que es específico a esa estructura matemática. Por ejemplo, los escolares pueden incurrir en errores porque no conocen o no utilizan apropiadamente reglas lógicas de deducción. Éste es un conocimiento que no es específico a la estructura matemática que se pone en juego en la tarea. El conocimiento que el profesor debe tener sobre el aprendizaje y la comprensión en matemáticas y la investigación que él haga en la literatura le deben permitir identificar esos errores. Por otro lado, cada estructura matemática tiene asociados unos errores que son específicos a ella.

Mientras que los errores se expresan en la resolución de una tarea específica y, por lo tanto, son producto de la actuación del escolar, las dificultades organizan los errores y se refieren al conocimiento que se pone en juego cuando los errores se producen. Una manera de clasificar las dificultades consiste en disponerlas en dos categorías: aquellas que son especificas a la estructura matemática que se está trabajando y aquellas que no lo son. Las dificultades que son específicas a la estructura matemática pueden ser organizadas de acuerdo con la dualidad entre conocimiento conceptual y procedimental. Por ejemplo, cuando los escolares no pueden identificar el foco en la gráfica de una parábola, ellos pueden incurrir en errores, puesto que no conocen apropiadamente hechos que son necesarios en la resolución de la tarea. De la misma manera, se puede incurrir en un error cuando se ponen en juego uno o más conceptos o cuando la tarea requiere relacionar esos conceptos. Éste sería el caso de confundir las coordenadas del foco de una parábola con las coordenadas de su corte con el eje de las ordenadas. Por otro lado, los escolares pueden incurrir en errores al desconocer o aplicar mal una destreza, realizar un razonamiento o poner en juego una estrategia. Por ejemplo, los escolares pueden cometer errores al relacionar elementos de la representación simbólica en la representación gráfica (para obtener las coordenadas del foco a partir de la forma estándar), al relacionar diferentes expresiones dentro de un mismo sistema de representación (en el procedimiento de completación de cuadrados), al establecer relaciones entre dos conceptos (al hacer la equivalencia entre las soluciones de la ecuación cuadrática y los valores para los cuales la función cuadrática se anula), o al interpretar un fenómeno en términos de una representación matemática (al resolver problemas de tiro parabólico).

Las dificultades se conectan y se refuerzan en redes complejas. Cuando estas relaciones entre dificultades resultan en conocimientos firmemente establecidos que han funcionado con éxito en el pasado, resulta difícil resolverlas. Es el caso entonces de un conocimiento parcial, arraigado cuya movilización genera errores en algunas circunstancias. Nos encontramos con un obstáculo. Un obstáculo es un conocimiento adquirido que tiene un dominio de eficacia. Los escolares lo utilizan para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto en el que el dominio de ese conocimiento es eficaz y adecuado. No obstante, cuando se usa este conocimiento fuera de ese contexto se generan respuestas inadecuadas, y se producen errores. En resumen, "las dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores" (Socas, 1997, p. 125).

Los diferentes elementos del análisis cognitivo están relacionados. He establecido la relación entre obstáculos y dificultades, entre errores y dificultades, entre las tareas y los errores en los que los escolares incurren cuando las abordan, y entre la descripción de esas tareas y el resultado del análisis de contenido de la estructura matemática. Para identificar, describir y caracterizar las tareas, los errores, las dificultades y los obstáculos el profesor debe movilizar diversos conocimientos. El profesor debe tener un conocimiento y asumir una postura con respecto a la comprensión y el aprendizaje en matemáticas. Este conocimiento, que es independiente de la estructura matemática en cuestión, le permite identificar algunos errores, dificultades y obstáculos. Por otro lado, el profesor necesita profundizar en el significado cognitivo de la estructura matemática para efectos de identificar, describir y caracterizar las tareas que los escolares pueden abordar y los errores en los que ellos pueden incurrir. Una manera de clasificar las dificultades consiste en disponerlas en dos categorías: aquellas que son específicas a la estructura matemática que se está trabajando y aquellas que no lo son. Las dificultades que son específicas a la estructura matemática pueden ser organizadas de acuerdo con la dualidad entre conocimiento conceptual y procedimental. Por ejemplo, cuando los escolares no pueden identificar el foco en la gráfica de una parábola, ellos pueden incurrir en errores, puesto que no conocen apropiadamente hechos que son necesarios en la resolución de la tarea. De la misma manera, se puede incurrir en un error cuando se ponen en juego uno o más conceptos o cuando la tarea requiere relacionar esos conceptos. Éste sería el caso de confundir las coordenadas del foco de una parábola con las coordenadas de su corte con el eje de las ordenadas. Por otro lado, los escolares pueden incurrir en errores al desconocer o aplicar mal una destreza, realizar un razonamiento o poner en juego una estrategia. Por ejemplo, los escolares pueden cometer errores al relacionar elementos de la representación simbólica en la representación gráfica (para obtener las coordenadas del foco a partir de la forma estándar), al relacionar diferentes expresiones dentro de un mismo sistema de representación (en el procedimiento de completación de cuadrados), al establecer relaciones entre dos conceptos (al hacer la equivalencia entre las soluciones de la ecuación cuadrática y los valores para

los cuales la función cuadrática se anula), o al interpretar un fenómeno en términos de una representación matemática (al resolver problemas de tiro parabólico).

De la misma manera que los resultados del análisis de contenido pueden implicar la necesidad de revisar la formulación de los contenidos propuestos al inicio del ciclo, los resultados del análisis cognitivo pueden llevar al profesor a reformular los objetivos que desea lograr. Por otra parte, la información que se produce en el análisis cognitivo depende de la información que se produce en el análisis de contenido. La descripción que se hace de las tareas que los escolares pueden abordar se basa en la identificación de los diversos elementos y relaciones de la estructura conceptual que pueden estar involucrados en la tarea. Estos elementos y relaciones (conceptos y conexiones entre ellos) están en la base de las dificultades que son específicas a la estructura matemática y que subyacen a una parte de los errores en los que los escolares pueden incurrir cuando abordan las tareas. Al profundizar en el análisis cognitivo, el profesor revisará el análisis de contenido. Esta revisión puede dar lugar a reformulaciones de esa información. De esta manera, el profesor mantiene una relación biunívoca entre el análisis de contenido y el análisis cognitivo (que se representa por la flecha en los dos sentidos en la Figura 3). La relación entre el análisis cognitivo y el análisis de instrucción es similar. Con el análisis cognitivo el profesor busca predecir los errores en los que los escolares pueden incurrir cuando aborden las tareas que conformarán las actividades de enseñanza y aprendizaje que él diseñe en el análisis de instrucción. Estas tareas deberán ser escogidas y diseñadas de tal manera que pongan en juego el conocimiento (dificultades y obstáculos) que subyacen a esos errores. Por lo tanto, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción deben hacerse de manera coordinada. En el apartado que sigue describo el análisis de instrucción.

ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN

El resultado del análisis de instrucción debe ser la identificación y descripción de las tareas que son posibles utilizar en el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje. Utilizo el término "Actividades de enseñanza y aprendizaje"en un sentido amplio. Una actividad puede ser una presentación introductoria hecha por el profesor o la resolución de una tarea por parte de los escolares, entre otras. Las actividades se refieren al contenido descrito en la estructura conceptual y examinado en el análisis de contenido y deben tener como propósito lograr los objetivo descritos al comienzo del ciclo. Por lo tanto, deben abordar los errores, dificultades y obstáculos identificados en el análisis cognitivo. Como veremos en el siguiente apartado, el diseño de actividades se centra en la selección y justificación de las tareas que

Conformarán esas actividades a partir de un universo de tareas que son compatibles con el análisis de contenido y el análisis cognitivo.

En el análisis de instrucción el profesor organiza este universo y lo complementa con dos consideraciones adicionales: la resolución de problemas y los materiales y recursos disponibles. La importancia que se da a la relación entre las matemáticas y la experiencia en las directivas gubernamentales e institucionales nos lleva a resaltar la modelización de fenómenos en la selección de las tareas que pueden componer las actividades de enseñanza y aprendizaje. En el marco del análisis de contenido describí la idea de modelo como una relación biunívoca entre elementos y propiedades de una subestructura de la estructura matemática y características estructurales de fenómenos sociales, naturales y matemáticos y establecí su relación con el análisis fenomenológico. Estas relaciones entre estructura matemática y fenómenos se expresan en el proceso de modelización y en las destrezas, los razonamientos y las estrategias que los escolares deben desarrollar para identificar el modelo matemático que corresponde a un fenómeno (o a un problema que se refiere a un fenómeno), para expresar ese fenómeno o problema en términos de uno o más sistemas de representación, para resolver el problema o interpretar el fenómeno dentro de esos sistemas de representación, para traducir la solución o la interpretación en términos del fenómeno, y para verificar esa solución o interpretación. En la Figura 10 he identificado estos procedimientos. Por otro lado, también he identificado (subrayado) dos procedimientos que el profesor debe realizar para diseñar la tarea: el análisis fenomenológico, como el procedimiento que le permite establecer la relación entre fenómenos (y los problemas que se refieren a ellos) y la estructura matemática; y la descripción que el profesor hace del problema del mundo real en un texto del tipo que comúnmente se conoce como problema de palabras (Ortiz, 2000, p. 15).

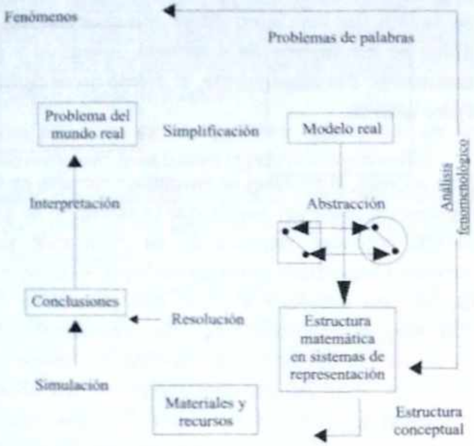


Figura 10. Análisis fenomenológico, resolución de problemas y modelización

Desde la perspectiva del análisis de instrucción, la gestión de tareas que busquen el desarrollo de destrezas, razonamientos y estrategias de modelización implica la necesidad de que el profesor tenga conocimientos sobre resolución de problemas. En este sentido se establece una relación entre el análisis fenomenológico como parte del análisis de contenido, las estrategias de modelización como parte del análisis cognitivo, y la resolución de problemas como parte del análisis de instrucción.

El universo de tareas posibles puede ampliarse cuando el profesor tenga en cuenta los materiales y recursos que tiene disponibles y la manera como estos materiales y recursos permiten diseñar experiencias matemáticas complementarias a aquellas que es posible proponer con papel y lápiz. Los materiales y recursos pueden transformar la manera como profesor y escolares representan los conceptos y estructuras conceptuales que hacen parte de la estructura matemática. Por ejemplo, algunos materiales manipulativos pueden convertirse en "modelos no matemáticos "[11]de subestructuras de la estructura matemática que se desea tratar. Con estos modelos físicos (como el ábaco) es posible establecer una relación biunívoca entre algunos elementos de la estructura matemática y elementos del modelo, y entre las normas que rigen el manejo del modelo y las normas matemáticas que regulan los elementos correspondientes de la estructura matemática. De esta manera, la manipulación del modelo permite "simular" el funcionamiento de la estructura matemática y genera un nuevo significado para ella. Otros materiales y recursos, como las calculadoras y algunos programas de ordenador, pueden verse como sistemas de representación complementarios en los que no sólo se representan los conceptos involucrados, sino que también es posible manipular dinámicamente estos conceptos.

Estos modelos y estas nuevas representaciones pueden sugerir formas alternativas en las que los escolares ponen en juego su conocimiento al resolver tareas y, por lo tanto, pueden insinuar nuevas tareas que permitan abordar los errores, dificultades y obstáculos identificados en el análisis cognitivo.

SELECCIÓN DE TAREAS Y DISEÑO DE ACTIVIDADES

Para cualquier estructura matemática existen multitud de tareas disponibles en los libros de texto y en la literatura de investigación e innovación curricular. Por lo tanto, el problema de la planificación en esta fase del análisis didáctico no es necesariamente el de crear nuevas tareas, sino el de seleccionar justificadamente un grupo de tareas que sean coherentes con los contenidos y objetivos propuestos al inicio del ciclo y con los resultados de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción (cuadro 3 del esquema de la Figura 3).

La delimitación de las tareas que se pueden seleccionar para una estructura matemática surge de diferentes fuentes. La selección de contenidos y objetivos al inicio del ciclo determina unos marcos conceptuales y cognitivos para el análisis didáctico. Dentro de este contexto, en el análisis de contenido se identifican:

11 Recordemos que la noción de modelo involucra una tripla (fenómeno, estructura matemática, relación). En esta caso, el fenómeno es el material junto con las normas que regulan su utilización. Por lo tanto, aquí estoy utilizando el término "modelo" con dos significados relacionados, pero diferentes.

A) los conceptos y estructuras conceptuales a tratar,

b) las representaciones de estos conceptos y estructuras conceptuales,

c) las conexiones entre diversas representaciones de un mismo elemento de la estructura conceptual,

d) las conexiones entre diferentes elementos en un mismo sistema de representación, y

e) los modelos involucrados.

En el análisis cognitivo se determinan:

- los significados que se pueden construir (hechos, conceptos y estructuras conceptuales relacionados con los puntos a y b anteriores),

- los procedimientos que se pueden desarrollar (destrezas, razonamientos y estrategias relacionados con los puntos c, d y e), y

- los errores, las dificultades y los obstáculos que se pueden abordar (descritos en términos de los significados y los procedimientos anteriores).

Finalmente, en el análisis de instrucción se identifican:

-Los procesos de modelización y de resolución de problemas específicos a la estructura matemática y los materiales y recursos disponibles. De esta manera, la información que resulta de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción delimita el universo de tareas que se pueden utilizar en las actividades de enseñanza y aprendizaje. La selección de tareas y la planificación de su gestión en el aula también depende de la visión que el profesor tenga de las matemáticas escolares, su aprendizaje y enseñanza. Por ejemplo, una postura de constructivismo social con respecto al aprendizaje implica la formulación de tareas que:

Tengan en cuenta la comprensión de los escolares en ese momento, generen su interés, puedan ser abordadas por los escolares con el conocimiento que tienen en ese momento, representen un desafío para ellos, pongan en juego su conocimiento con el propósito de generar conflictos cognitivos, y promuevan la construcción social de significados.

En esta fase del análisis didáctico, el profesor debe hacer un proceso de selección de tareas. Esta selección debe ser tal que las tareas que terminen conformando las actividades de enseñanza y aprendizaje sean coherentes con los contenidos y objetivos previstos y con el resultado de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción. Se puede pensar que el proceso va en un solo sentido: de los análisis al diseño. Y que, una vez que se han realizado los análisis, las actividades se deducen del resultado de esos análisis. Sin embargo, la riqueza de las estructuras matemáticas desde la perspectiva didáctica propuesta aquí y la complejidad de los procesos cognitivos necesarios para su comprensión implican que puede haber gran variedad de diseños que sean compatibles con unos resultados dados de los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción. Por consiguiente, el diseño no se deduce de los análisis.

Pero además, el profesor se encontrará siempre en un proceso sin terminar, puesto que la selección de una posible actividad requiere de su evaluación con respecto a los análisis que le dieron lugar. Al escoger o diseñar una actividad él tiene que vislumbrar las diferentes maneras como los escolares pueden abordar las tareas que componen la actividad, los diferentes caminos y estrategias que ellos pueden tomar y utilizar al intentar resolverla, y las dificultades que pueden tener y los errores en los que pueden incurrir al intentarlo.

En este proceso de puesta en juego hipotética de la actividad (que hace parte del diseño del análisis de actuación que considero más adelante), la información recogida en los otros análisis juega un papel central. La previsión de los caminos, estrategias, dificultades y errores (entre otros) debe surgir del análisis del contenido matemático, de los aspectos cognitivos y de los aspectos de instrucción. Cuando el profesor analice la actividad escogida a la luz de los diferentes análisis y de sus correspondientes elementos, se dará cuenta que puede revisar y mejorar esos análisis. Por consiguiente, esta evaluación de la actividad puede implicar la necesidad de reformular los análisis generando un nuevo ciclo, cuyo producto final será la selección de una nueva actividad compatible con el nuevo análisis (doble flecha entre los cuadros 2 y 3 del esquema de la Figura 3).

Las reflexiones anteriores pueden dar a entender que el profesor no termina nunca de hacer análisis, seleccionar tareas y diseñar actividades, evaluarlas a la luz de los análisis, reformular esos análisis con motivo de la evaluación y volver a seleccionar tareas y diseñar actividades.

Sin embargo, es el profesor quien decide cuándo termina una fase de este proceso. Habrá diferentes razones para hacerlo, entre ellas el tiempo. No obstante, el profesor deberá buscar al menos cuatro resultados:

-una selección de las tareas que conforman las actividades de enseñanza y aprendizaje;

-una justificación informada y sistemática, a la luz del análisis didáctico, de la validez de las actividades y tareas escogidas con respecto al contenido matemático en cuestión, a la comprensión de los escolares y a los objetivos que se ha propuesto;

-una previsión de las posibles actuaciones de los alumnos cuando se lleve a la práctica la actividad;

- ideas para la gestión de la clase, para el análisis de las actuaciones de los alumnos, y para sus reacciones a esas actuaciones.

Al realizar el análisis de instrucción y el diseño de tareas, el profesor pone en juego diversos conocimientos. La manera como él aborde la selección de tareas y el tipo de tareas que él seleccione dependerá de su visión y su conocimiento acerca de la enseñanza de las matemáticas. Esta visión y conocimiento están relacionados con sus visiones y conocimientos acerca de las matemáticas escolares y el aprendizaje de lasmatemáticas. Estas visiones y estos conocimientos no dependen directamente de la estructura matemática para la que se realiza la planificación. Sin embargo, el profesor pone también en juego conocimientos que son específicos a la estructura matemática. Es el caso de su conocimiento sobre el proceso de modelización y su relación con la resolución de problemas, por un lado, y de los materiales y recursos disponibles, por el otro. Con la selección de las tareas y la previsión de las actuaciones de los alumnos y las posibles reacciones del profesor a ellas culmina la fase de planificación del análisis didáctico. A continuación considero algunos aspectos de la puesta en práctica de esas actividades.

PUESTA EN PRÁCTICA DE LAS ACTIVIDADES: DISCURSO EN EL AULA Y GESTIÓN DE CLASE

En este artículo no pretendo reflexionar en profundidad sobre la problemática de la gestión de la clase de matemáticas. Por ejemplo, no considero las reflexiones pedagógicas de carácter general. Me intereso por dos aspectos de la gestión de clase que están directamente relacionados con los fundamentos de las matemáticas escolares, el análisis didáctico y la estructura matemática objeto del proceso de Enseñanza y aprendizaje. Se trata del discurso matemático del aula y de la planificación que, en algunas ocasiones, el profesor debe hacer sobre la marcha durante la clase.

El discurso matemático del aula juega un papel central en el proceso de construcción de los significados sociales que parten de y condicionan la conformación de los significados individuales. Esta construcción de significados (y el consiguiente desarrollo de destrezas, razonamientos y estrategias) debe surgir de la negociación de las normas que regulan ese discurso. Por lo tanto, los procesos de comunicación y justificación son centrales en el diseño y gestión de las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje. En el trabajo en grupo, los escolares deben asegurarse que el objeto de discusión es común y que existe un consenso en los significados que le asignan a ese objeto. Esta búsqueda del consenso requiere que cada quien justifique su posición y busque convencer a los otros. Paralelamente, en la comunidad de práctica del aula, grupos e individuos deben comunicarse y convencer a los demás participantes. El profesor, siendo el participante experto en esta comunidad, deberá guiar esta comunicación para resaltar las justificaciones válidas y promover la construcción de significados que estén acordes con los significados de las matemáticas escolares establecidos previamente por él. La planificación que resulta del análisis didáctico debe proveer al profesor con criterios para tomar estas decisiones y actuar durante la clase. Sin embargo, éste no es necesariamente el último nivel de la planificación.

La planificación de una hora de clase debe contener, entre otras cosas, la previsión de las actuaciones de los escolares cuando abordan las tareas que componen las actividades propuestas. La complejidad del contenido matemático y de los procesos cognitivos necesarios para construirlo hace que las actuaciones de los escolares puedan ser diferentes de aquellas previstas por el profesor en su planificación. Esta diferencia entre lo previsto y lo que realmente sucede puede ser un indicativo de dificultades y obstáculos que el profesor creía superados o que no logró prever y, por lo tanto, puede invalidar la planificación hecha previamente. El profesor puede considerar que no tiene sentido continuar con un seguimiento estricto de la planificación inicial. Él tendrá entonces que reformular los objetivos y los contenidos de al menos una parte de la clase y producir una o más actividades que aborden esos errores, dificultades y obstáculos. Para ello, tendrá que realizar, sobre la marcha, un nuevo ciclo de análisis didáctico que parta de su percepción de las dificultades no previstas. En este caso, el profesor tendrá que poner en juego el análisis de contenido que ya ha producido, incluir aquellos aspectos de la estructura matemática que no se encuentren en ella y que estén en la base de las dificultades, reformular los análisis cognitivo y de Instrucción y seleccionar nuevas tareas. Este tipo de análisis didáctico "sobre la marcha"debe sustentar aquellas nuevas decisiones y actuaciones que el profesor no tenía previstas en su planificación de la hora de clase. Aunque la gestión de clase incluye otros aspectos que no trato aquí (como, por ejemplo, el manejo de la disciplina), veo la gestión de las matemáticas escolares dentro del aula como un juego entre las actuaciones que el profesor tiene previstas en su planificación previa y las decisiones y las actuaciones que el profesor realiza con base en análisis didácticos " sobre la marcha " cuando las actuaciones de los escolares no corresponden a sus previsiones. Otro aspecto de la gestión de clase del profesor es la observación y registro de las producciones y actuaciones de sus alumnos. Esta actividad es el punto de partida para el análisis de actuación que considero a continuación.

ANÁLISIS DE ACTUACIÓN

El análisis de actuación es la última fase del análisis didáctico (cuadro 5 del esquema de la Figura 3). El profesor recoge la información para el análisis de actuación durante la puesta en práctica de las actividades y basándose en las actuaciones de los escolares. Mientras que en el análisis cognitivo el profesor hace una previsión de las actuaciones de los escolares cuando ellos aborden las tareas propuestas, en el análisis de actuación él debe describir esas actuaciones. El análisis cognitivo es un análisis *a priori* y el análisis de actuación es un análisis *a posteriori*.

El resultado del análisis de actuación es la descripción sistemática de la comprensión de los escolares con el propósito de proporcionar información que sea útil para el inicio de un nuevo ciclo del análisis didáctico.

Esta descripción debe hacerse, por un lado, en términos de las tareas que los escolares pudieron resolver. Estas tareas pueden ser indicadores del conocimiento adquirido en ese ciclo del análisis didáctico y de las dificultades y obstáculos que los escolares pudieron superar. Por el otro lado, en muchas ocasiones los escolares no podrán resolver adecuadamente todas las tareas propuestas. Aparecerán, por lo tanto, soluciones incompletas y con errores. El profesor deberá analizar estas soluciones con el objetivo de dilucidar las dificultades que subyacen a esos errores y los posibles obstáculos que explican esas dificultades. Este análisis surgirá de su experiencia y de su conocimiento sobre el aprendizaje y la comprensión de la estructura matemática en cuestión. El análisis de las actuaciones de los escolares se centra en la descripción de la manera como ellos abordan las tareas. Esta descripción seguirá esquemas similares a los utilizados en el análisis cognitivo. Es decir, el profesor debe identificar:

- los conceptos y estructuras conceptuales puestos en juego,
-las representaciones de esos conceptos que fueron utilizadas,
- las relaciones que establecieron entre los conceptos,
-Las relaciones que establecieron entre las representaciones de los conceptos, y los modelos utilizados.

Esta descripción del conocimiento conceptual de los escolares, le permite al profesor analizar al menos una parte de los errores en los que ellos hayan incurrido.
Este análisis de errores conceptuales debe conjugarse con el consiguiente análisis del conocimiento procedimental.

En este análisis el profesor debe determinar las destrezas, los razonamientos y las estrategias utilizados por los escolares y los errores relacionados con ellos. El resultado de este análisis será la descripción de la comprensión de los escolares en este punto de la instrucción en términos, por un lado, del conocimiento adquirido y, por el otro, de las dificultades y obstáculos que es necesario superar. Con base en esta información, el profesor podrá iniciar un nuevo ciclo del análisis didáctico.

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO

El conocimiento didáctico es el único elemento del esquema de la Figura 3 que no he considerado hasta ahora (cuadro 6). El conocimiento didáctico es el conocimiento que el profesor pone en juego y construye cuando realiza el análisis didáctico. No es posible realizar apropiadamente el análisis didáctico de una unidad didáctica o de una hora de clase a partir de la intuición o la experiencia. El análisis didáctico requiere de unos conocimientos técnicos que permiten analizar el contenido matemático con el propósito de identificar, desarrollar y organizar sus diversos significados. Estos conocimientos, que sustentan el proceso de planificación, ejecución y evaluación, tienen unos conocimientos disciplinares de referencia. Organizo estos conocimientos de referencia en tres ejes (Figura 11):

-la noción de currículo,
-los fundamentos de las matemáticas escolares y
-Los organizadores del currículo.

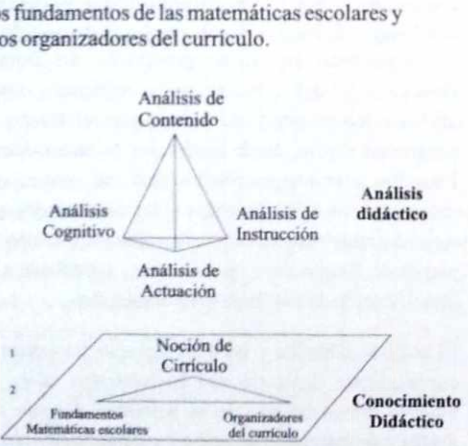


Figura 11. Conocimiento didáctico y análisis didáctico

Llamo *fundamentos de las matemáticas escolares* a aquellos conocimientos relacionados con las matemáticas escolares que no son específicos a la estructura matemática sobre la que se trabaja, pero que condicionan el contexto en el que se realizan los diversos análisis del análisis didáctico. Organizo, de nuevo, estos conocimientos de acuerdo con las dimensiones del currículo: matemáticas escolares, aprendizaje, enseñanza y evaluación. Recordemos que cada uno de estos temas surgió como uno de los conocimientos que el profesor pone en juego cuando realiza el análisis didáctico. El conocimiento que el profesor tenga y la postura que él asuma con respecto a las matemáticas escolares condiciona la manera como él se aproxima al análisis de contenido. Esta relación también se mantiene entre el aprendizaje y el análisis cognitivo, la enseñanza y el análisis de instrucción, y la evaluación y el análisis de actuación.

Al introducir el análisis didáctico, indiqué que las decisiones que el profesor toma durante la planificación y la gestión de clase dependen parcialmente de sus creencias sobre las Matemáticas, el aprendizaje, la enseñanza y la evaluación. Es por ello que afirmo que el profesor asume una postura con respecto a estos temas cuando realiza el análisis didáctico. La postura que él asuma y la justificación que él pueda dar a esta postura dependerán de su conocimiento de las diferentes teorías que existen sobre cada uno de los temas.

De hecho, estas cuestiones, que Rico (1997b, p. 381) expresa en términos de cuatro preguntas:

-*¿Qué es, en qué consiste el conocimiento?*
-*¿Qué es el aprendizaje?*
-*¿Qué es la enseñanza?*
-*¿Qué es, en qué consiste el conocimiento útil?*,

permiten establecer las cuatro dimensiones del currículo y relacionan los dos primeros ejes de los conocimientos disciplinares que sirven de referencia al conocimiento didáctico del profesor: la noción de currículo y los fundamentos de las matemáticas escolares.

Al describir cada uno de los análisis que conforman el análisis didáctico, he identificado unos conocimientos que el profesor debe poner en juego en el proceso de planificación y que tienen como referencia unas nociones de la didáctica de la matemática. Con excepción del análisis histórico, que no hemos mencionado y que tiene carácter transversal puesto que puede ser puesto en juego de diferentes maneras en cada fase del ciclo, he identificado y ubicado estas nociones en cada uno de los análisis: estructura conceptual, sistemas de representación, análisis fenomenológico y modelos (análisis de contenido), errores, dificultades y obstáculos (análisis cognitivo y análisis de actuación), resolución de problemas, modelización y materiales y recursos (análisis de instrucción). La puesta en juego de estas nociones en el análisis didáctico es específica a la estructura matemática sobre la que se trabaja. Su utilización le permite al profesor identificar, organizar y caracterizar la multiplicidad de significados del tópico que es objeto del discurso matemático en el aula. Rico (1997d) utiliza el término *organizadores del currículo* para referirse a estas nociones y considera que son la referencia de "aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas" (p. 45). Si, como lo he propuesto antes, el propósito del discurso matemático del aula debe ser el de presentar y compartir socialmente unas normas que ponen en juego una multiplicidad de significados, de tal forma que los escolares tengan una variedad de alternativas para participar en este discurso, entonces los organizadores del currículo juegan un papel central en la identificación de estas normas y de estos significados. Cada organizador del currículo es una herramienta conceptual y metodológica que le ofrece al profesor una perspectiva desde la cual él puede identificar, desarrollar y organizar esos significados de la estructura matemática.

DISCUSIÓN

El ciclo del análisis didáctico se inicia con la constatación de un estado inicial y pasa por una planificación, en la que se basa una actuación (de profesores y escolares), que es observada y evaluada con el propósito de dar lugar al inicio de un nuevo ciclo. Estos pasos son equivalentes a los propuestos en la investigación - acción, planificación, observación y reflexión (Kemmis y McTaggart, 1988). Shulman (1987) detalla más estos pasos desde la perspectiva del profesor en su modelo de razonamiento y acción pedagógicos.

En este modelo él sugiere las fases de comprensión, transformación, instrucción, evaluación, reflexión y nueva comprensión (p. 15).

De la misma manera, el modelo del ciclo de enseñanza de las matemáticas de Simón (1995) (Figura 1), partiendo de una visión constructivista del aprendizaje, sugiere un procedimiento similar, en el que se determina un objetivo de aprendizaje, se realiza un plan de actividades, se formulan hipótesis sobre el proceso de aprendizaje, se ponen en práctica las actividades y se evalúa el conocimiento de los escolares. Con la descripción detallada del análisis didáctico que he hecho en los apartados anteriores, he buscado dotar de un significado específico, desde la perspectiva de las matemáticas escolares, a este esquema cíclico que ya ha sido sugerido de diferentes maneras en la literatura.

Este artículo no tiene como propósito profundizar en la noción de conocimiento didáctico. He introducido esta noción puesto que es una pieza integral del análisis didáctico. El conocimiento didáctico es una noción compleja y sería necesario describir en detalle cómo el profesor pone en juego este conocimiento al realizar el análisis didáctico e identificar los procesos en virtud de los cuales él puede construir y desarrollar su conocimiento didáctico. También sería necesario ubicar la noción de conocimiento didáctico en el contexto de la literatura sobre el conocimiento del profesor de matemáticas y, en particular, establecer la relación entre la noción de conocimiento didáctico y la noción de conocimiento pedagógico de contenido (Shulman, 1986) y sus formulaciones posteriores (Bullough, 2001; Gess-Newsome & Lederman, 2001). La descripción que se ha presentado del análisis didáctico y del conocimiento didáctico puede utilizarse como punto de partida para el diseño de programas formación de profesores de matemáticas. Estas dos nociones permiten asumir una postura con respecto a los conocimientos y las capacidades que sería deseable promover y desarrollar en este tipo de planes de formación y, por lo tanto, contribuye a la identificación de sus objetivos y contenidos.

El análisis didáctico y las nociones que componen el conocimiento didáctico son herramientas útiles en muchas circunstancias de la actividad docente del profesor de matemáticas, puesto que pueden utilizarse como instrumentos de análisis y reflexión. El profesor puede utilizar estas herramientas dentro y fuera del aula, con la profundidad y el detalle que le permiten el tiempo y los recursos disponibles. Con estos instrumentos, el profesor puede examinar diseños curriculares existentes , decidir su utilidad y determinar estrategias para mejorarlos y adaptarlos de acuerdo con sus propósitos y necesidades. Por ejemplo, el análisis didáctico es una herramienta útil para la evaluación de libros de texto. Por lo tanto, la utilización sistemática del análisis didáctico, a cualquier nivel de detalle, puede contribuir permanentemente a la comprensión de los problemas didácticos que enfrenta el profesor y a su conciencia de la complejidad del conocimiento matemático escolar, de su aprendizaje en el aula y de la planificación de la actividad docente.

He presentado la función cuadrática como ejemplo de una estructura matemática para la que se puede desarrollar una estructura conceptual compleja y en la que se pueden hacer análisis cognitivos y de instrucción detallados. Sin embargo, los tópicos matemáticos que componen las matemáticas escolares son de diversos tipos. Encontramos tópicos que se concretan en un concepto específico, como la función cuadrática, la esfera o los poliedros regulares. Otros tópicos se refieren a operaciones sobre objetos o propiedades de esos objetos, como es el caso de los movimientos en el plano o las áreas y perímetros, respectivamente. Por otra parte, hay tópicos que son resultados, como el teorema de Pitágoras, o que son sistemas de representación, como los números decimales. En todo caso, cada tópico se ubica dentro de una estructura matemática e involucra objetos matemáticos (los conceptos), sus propiedades y sus relaciones con otros objetos. En este sentido, el análisis didáctico es aplicable a cualquier tópico de las matemáticas escolares. No obstante, cada tópico tiene su especificidad, que se revela cuando el profesor profundiza en sus diversos significados al realizar el análisis didáctico. En algunos tópicos, como el de la función cuadrática, es posible avanzar rápidamente al comienzo, puesto que se prestan más fácilmente al análisis estructural y representacional. En otros casos, el análisis estructural es más difícil de desarrollar. No obstante, en la medida en que se profundiza en el análisis, cada tópico manifiesta su propia complejidad e interés.

Esta complejidad se hace evidente cuando se consideran estructuras matemáticas específicas. Si el tópico es demasiado general, entonces las herramientas del análisis didáctico no pueden demostrar todo su potencial. En los casos en los que el análisis se hace sobre estructuras conceptuales amplias, no se pueden identificar conceptos o procedimientos específicos, ni determinar con claridad los errores y las dificultades correspondientes. La información que se recoge es general y no permite diseñar actividades de enseñanza y aprendizaje que sean específicas al tópico en cuestión. Por lo tanto, el análisis didáctico debe utilizarse al nivel local, sobre estructuras matemáticas específicas. La información que se produce a nivel local con el análisis didáctico puede ser después resumida y organizada en el nivel del currículo de planificación global, con su esquema de objetivos, contenido, metodología y evaluación. De esta manera, el profesor puede describir en términos del currículo tradicional la planificación de una unidad didáctica (Segovia y Rico, 2001, pp. 101-104).

He pretendido mostrar que es posible diseñar actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de manera sistemática y que, para ello, se pueden seguir procedimientos que sirven de guía en el diseño curricular. Estos procedimientos se basan en herramientas conceptuales y metodológicas propias de la educación matemática que surgen de nociones que permiten explorar los múltiples significados de las matemáticas escolares. El profesor debe buscar desarrollar permanentemente su conocimiento sobre estas nociones y su capacidad de ponerlo en práctica en esos procedimientos.

REFERENCIAS

-Bullough, R. V. (2001). Pedagogical content knowledge circa 1907 and 1987: a study in the history of an idea. *Teaching and Teacher Education, 17*, 655-666.

-Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K. (Eds.). (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

-Dörfler, W. (2000). Means for meaning. En P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 99-131). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

-Freud, S. (1981). Análisis terminable e interminable. En Freud, S., *Obras Completas. Tomo III*. Madrid: Biblioteca Nueva.

-Goldin, G. A., & Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior, 17*, 1, 1-4.

-Gómez, P. (2000). Los organizadores del currículo en matemáticas. *Revista EMA, 5*, 3, 267-277.

-Gómez, P., y Carulla, C. (2001). Enseñanza constructivista, conocimiento didáctico del profesor y análisis didáctico en matemáticas. El caso de la función cuadrática. En Tirado, M. L. (Ed.), *Educación en matemáticas*. Bogotá: IDEP.

-González, J.L. (1998). *Números naturales relativos*. Granada: Comares.

-Gess-Newsome, J., & Lederman, N. G. (Eds.). (2001). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education*. Dordrecht: Kluwer.

-Kaput, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.

-Kemmis, S., y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación - acción*. Barcelona: Laertes.

-Lerman, S. (2001). A review of research perspectives on mathematics teacher education. En F-L Lin & T.J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 33-52). Dordrecht: Kluwer.

-Ortiz, J. (2000). *Modelización y calculadora gráfica en la formación inicial de profesores de matemáticas. Memoria de tercer ciclo*. Granada: Universidad de Granada.

-Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Barcelona: ice - Horsori.

-Radatz, H. (1979). Error Analysis in the Mathematics Education. *Journal for the Research in Mathematics Education, 9*, 163-172.

-Rico, L. (2000). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. En Contreras, L. C., Carrillo, J., Climent, N. y Sierra, M. (Eds.), *Cuarto simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática* (pp. 219-231). Granada: Universidad de Granada.

-Rico, L. (1998a). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de secundaria en didáctica de la matemática. En Braira et al. (Ed.), *La formación inicial de los profesores de primaria y secundaria en el área de didáctica de las matemáticas* (pp. 183-194). León: Universidad de León.

-Rico, L. (1998b). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 1*, 1, 22-39.

-Rico, L. (Ed.). (1997a). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis.

-Rico, L. (1997b). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 377-414). Madrid: Síntesis.

-Rico, L. (1997c). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Barcelona: ice - Horsori.

-Rico, L. (1995a). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA, 1*, 1, 4-24.

-Rico, L. (1995b). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico y P. Gómez (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 69-108). Bogotá: una empresa docente.

-Rico, L. (Coord.), Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., y Socas, M. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice - Horsori.

-Schoenfeld, A.H. (2000). Models of the Teaching Process. *Journal of Mathematical Behavior, 18*, 3, 243-261.
Segovia, I., y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.

-Sfard, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. En P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 37-98). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

-Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*, 2, 4-14.

-Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*, 1, 1-22.

-Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, 2, 114-145.

-Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico (Coord.), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: ice - Horsori.

-Steffe, L. P., & D'Ambrosio, B.S. (1995). Toward a working model of constructivist teaching: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, 2, 146-159.

-Thompson, A.G. (1992). Teacher's Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
1	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SAN BERNARDO	Tarde	Oficial Distrital	6723922 6771239	Una nueva visión del conocimiento matemático en la escuela.	Yina Moreno Gil Blanca Báez Báez	El trabajo se desarrolla en torno a la aplicación de diferentes juegos que tienen una intencionalidad definida: desarrollar un tipo de pensamiento matemático en especial se parte de situaciones significativas y cotidianas de los niños que les ofrezcan experiencias para establecer relaciones y ejecutar operaciones que son necesarias para construir el conocimiento matemático.
1	COLEGIO DISTRITAL BÁSICO Y MEDIA GENERAL SANTANDER	Tarde	Oficial Distrital	2134041 2134087 6205055	Uso de la calculadora gráfica como herramienta pedagógica dentro de las clase de matemáticas.	Gloria Ardila Liliana Rodríguez Melisa García David Barrios	El proyecto muestra las aplicaciones pedagógicas presentadas por las herramientas geométricas y algebraicas de la calculadora gráfica TI92 Plus, dentro de la enseñanza de las matemáticas, proyectando las experiencias de los estudiantes de secundaria dentro del áula.
1	COLEGIO DISTRITAL TOBERIN	Mañana	Oficial Distrital	6696782 6790327 Fax 6731189	Propuesta didáctica de la matemática	Maria Ligia Cortes Leandro Gonzalez German Pabón Ma. De los Angeles Velz	Esta didáctica se centra en la conexión de varios sistemas matemáticos buscando potenciar la acción cognitiva a través del reconocimiento perceptual, la abstracción de estructuras, la representación, generalización y aplicación de nuevas adquisiciones en variados contextos utilizando medios interactivos en la formulación y solución de problemas.
1	COLEGIO FUNDACIÓN COLOMBIA	Completa	Privado	6760284 6765083 Fax:6761428	El ábaco como instrumento de aprendizaje de las matemáticas		
1	COLEGIO BILINGÜE DE LA UNIVERSIDAD DEL BOSQUE	Completa	Privado	6276255	¿Qué debe hacerse -además de lo que habitual mente se hace- para favorecer un mejor aprendi zaje?	Luis Fernando Almeyda	Esta experiencia tiene como antecedentes los resultados poco satisfactorios de los estudiantes al resolver problemas. Se muestra cómo a través de la resolución de problemas abiertos, se inicia a los estudiantes en procesos de investigación en el aula.
1	GIMNASIO CAMPESTRE	Completa	Privado	6711337 Fax 5261710	Me equivoco! Por algo será	Fernando Gómez Onzaga	Los procesos mentales que un estudiante hace antes de emitir una respuesta a alguna situación planteada y en especial cuando se hace oral, puede generar errores que dan pauta al maestro para establecer procesos pedagógicos que permitan llevar al estudiante hacia " la verdad".
2	COLEGIO DISTRITAL SIMÓN RODRIGUEZ	Mañana	Oficial Distrital	3132432 2358681	Desarrollo del pensamiento lógico a través de la lúdica	Isabel Cuestas Claudia Benitez Guillermo Rey Nohelia Hernández Elizabeth Rojas	La experiencia consiste en realizar jornadas lúdicas institucionales preparadas por los estudiantes de grado 10° y 11°, aquellos cursos que tienen énfasis en ciencias; después de un proceso de clasificación de los juegos según las habilidades de pensamiento a desarrollar y según el nivel de complejidad. Es aplicada con el objetivo de desarrollar el pensamiento lógico, espacial, numérico, crítico y creativo.
2	COLEGIO DISTRITAL SIMÓN RODRIGUEZ	Nocturna	Oficial Distrital	3132432 2358681	Loro viejo si aprende a plantear y resolver problemas.	Hugo Saldaña Ana Sofía Lombana	La experiencia pretende motivar el aprendizaje de matemática mediante el planteamiento y resolución de problemas, el diseño de estrategias para resolverlos. Como caso de estudio se asume un miniproyecto del agua en cuanto la matematización para construir recibo del agua, analizar consumo, métodos de ahorro, características fisicoquímicas del tratamiento del agua, visión sacra, mitos y leyendas, incidencia del costo del agua en la economía familiar, textos literarios relacionados con el agua, política social de manejo, del agua entre otros.
2	INSTITUCIÓN MILITAR ANTONIO RICAURTE	Única	Privado	2323249	Mi mundo ideal matemático.	Edgar Avila Botia Luz Dary Hemelberg Consuelo Gómez	El conocimiento matemático está conectado a la vida social de los escolares, por ello reorientamos nuestras metodologías al fortalecimiento del aprendizaje lúdico cotidiano e interdisciplinario de la lmisma. A través de un proyecto macro titulado "Mi mundo ideal matemático" que engloba unos proyectos particulares que satisfacen las necesidades particulares de cada grado como lo son: Mi tienda escolar, estadística D, El presupuesto de mi hogar, Mi lugar favorito, Elaborando maquetas.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
3	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LOS PINOS	Mañana	Oficial Distrital	2896557 3337917	Experiencia geométrica como situación problemática.	Sandra Barreto Pedro Romero Hugo Rincon	En pretender desarrollar las inteligencias (espacial, lógica y cinestésica corporal) de los alumnos, haciendo uso de micromundos, tangram y juegos multimediales, para desarrollar las competencias argumentativas, propositiva e interpretativa de los estudiantes.
3	LICEO NACIONAL POLICARPA SALAVARRIETA	Tarde	Oficial Distrital	3341965 2812015 2812016	Desarrollo del pensamiento matemático a través de la lúdica	John Padilla Pablo Vargas Claudia Hurtado Viriginia Alarcón	Lo lúdico, placentero, el estímulo reforzante con calidad y calidez en la relación docente estudiante, estará presente en la consolidación de las redes conceptuales matemáticas en el paso del pensamiento concreto al pensamiento formal. Con producción y manejo de: Abaco, dados, cabriz.
4	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LA BELLEZA	Tarde	Oficial Distrital	3644240 3644242	Una propuesta para la enseñanza de los núme - ros enteros en grado séptimo	Liliana Suárez	La propuesta parte de lo más concreto y elemental para concluir en lo más abstracto y complejo, esta se desarrolla a través de juegos como el golf, triángulos de colores, los dulces y apoyados en el computador para llegar a la utilización intuitiva (número relativo), para pasar al número entero como util matemático y llegar otra vez al número entero como objeto.
4	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SAN CRISTOBAL SUR	Mañana	Oficial Distrital	2464811	Acercamiento histórico al teorema de Pitágoras	María A. García Nubia Beltrán	
4	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SAN CRISTOBAL SUR Y CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL RAMAJAL	Tarde	Oficial Distrital	2464811	Viajando por poligolandia	Yolanda Pérez Liz Bello	
4	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SAN JOSE SUR ORIENTAL	Tarde	Oficial Distrital	3644229 3644230 3644231	Desarrollo del pensamiento matemático a través de las regletas de cussinaire y otros materiales didácticos	María Jeannette García Myriam E. Lara Armando A. López	"Desarrollo del pensamiento matemático a través de las regletas de cussinaire". Consiste en una experiencia de innovación metódica que surge a partir de nuestra propia reflexión sobre cuestiones de carácter didáctico, pedagógico y epistemológico y cuyo único propósito es contribuir de la mejor manera posible en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.
4	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SANTA RITA SUR ORIENTAL	Tarde	Oficial Distrital	2398599	Pensar matemáticamente: Una manera distinta de enfocar el ambiente matemático en la escuela	James Frank Becerra OscarL. Cárdenas	
4	COLEGIO DISTRITAL EDUCATIVO BÁSICO Y MEDIA REPÚBLICA DEL ECUADOR	Mañana	Oficial Distrital	2332566 2467236	Resolución de problemas como estrategia en la interpretación y planteamiento a partir de la lecto escritura	Magda Liliana Ramírez	
4	COLEGIO MADRE PAULA MONTAL	Mañana	Privado	3620735 2211828 2079136 Fax 2216125	Errores en la interpretación y modelación mate - mática en la resolución de problemas	Cecilia Robayo Eliseo Ramírez	
5	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL EL BOSQUE	Mañana	Oficial Distrital	7612444	El mundo cuenta, contemos el mundo	Himelda Camelo Raúl Sastoque Ruiz Edilberto Gonzalez Hector O.Puerto	Diseñar estrategias que potencien el desarrollo del pensamiento en todos los niveles teniendo en cuenta las diferentes características para obtener una mayor solvencia cogniscitiva en las actividades académicas mediante estrategias de juegos, matemática lúdica y problemas cotidianos.
5	- CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL FEDERICO GARCIA LORCA - CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL CHUNIZA - CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL MONTEBLANCO	Mañana	Oficial Distrital	7681523 7681636	Hacia una interpretación de la letra como número generalizado	Claudia Estrella Maleidy Samacá Luz Marina Casallas	La experiencia consiste en una propuesta metodològica y de actividades para inicial el trabajo en algebra con los grados octavos, partiendo de la interpretación de la letra como representante de un número.
5	CENROT EDUCATIVO DISTRITAL FEDERICO GARCIA LORCA	Tarde	Oficial Distrital	7681523 7681636	Matemáticas escolares: una nueva visión de enseñanza y aprendizaje	Luis Angel Bohorquez Eduardo Ramírez Enrique Rojas	Consistió en establecer y diseñar un nuevo plan curricular que potenciara el desarrollo del pensamiento matemático. Además se consideró prudente involucrar las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, así como necesario acudir a la metodología de resolución de problemas para facilitar ésta incorporación.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
5	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LAS VIOLETAS	Tarde	Oficial Distrital	2066433	Juguemos a apropiarnos del conocimiento matemático.	Juan Carlos Castro	
5	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL NUEVO SAN ANDRES DE LOS ALTOS	Mañana	Oficial Distrital	2001522 7671610 7688290 7687898 ext 102	Desplazamiento real con CABRI.	Carlos Humberto Narváez Sánchez	Los estudiantes, ante la dificulatad en el manejo de la construcción de figuras geométricas en movimiento, ubicación en el espacio como la construcción de estructuras, se familiarizó con el manejo del software Cabri, para diseñar objetos tecnológicos móviles, donde estos se implementan con figuras geométricas definidas, para su construcción y reconstrucción utilizando Cabri hasta su óptimo funcionamiento.
5	COLEGIO SAN GREGORIO HERNANDEZ	Completa	Privado	7613806 5699996 5699997 7617555	Cómo desarrollo mi empresa con lógica, análisis y comprensión	Hipólito Neusa Luz Myriam Ruiz Nestor M. Tovar Fredy Rodríguez	Es un proyecto integral donde la modalidad agroalimentario comercial, la comunidad y el estudiante como centro del proceso educativo, van de la mano con el enfoque lógico-matemático, donde el análisis, resultados y proyección tienen significado propio en la práctica empresarial, institucional gregoriana, desde grado 0° a grado 11°.
5	LICEO MAX PLANCK	Mañana	Privado	7627313	Desarrollo del pensamiento "del instrumento al conocimiento".	Mario Guillermo Rodríguez	Aplicación de una estrategia metodológica basada en el uso de eventos discrepantes para lograr una aprensión y obtención más duradera de los conocimientos científicos en general y los principios matemáticos en particular.
6	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL AGUSTIN CODAZZI	Tarde	Oficial Distrital	2384234 7411884	Salto, me muevo, juego, represento y aprendo.	Rosa M. Sánchez Dina O. Mora Amanda Daza Andres F. Marín Teresa Rodríguez	Desde la geometría este proyecto incentiva en los niños el desarrollo del pensamiento espacial y simbólico de lo tridimensional a lo bidimensional, expresando en la representación gráfica, utilizando herramientas tecnológicas y habilidades comunicativas interdisciplinarias para la comprensión de los dominios conceptuales numéricos y de medición.
6	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL NUESTRA SRA DEL ROSARIO	Tarde	Oficial Distrital	2704201 7412478	Aprendamos matemáticas jugando con el mini computador.	Rita Julia Bulla	Nuestra experiencia pedagógica está basada en el manejo del minicomputador de Pappy, como herramienta lúdica en el aprendizaje de los procesos matemáticos en los primeros años de escolaridad y cuyo objetivo es el desarrollo de las competencias matemáticas, e incrementar el gusto por esta área del conocimiento.
6	COLEGIO DISTRITAL JOSE MARIA CORDOBA	Mañana	Oficial Distrital	7690294 2708469 7695376	La lúdica y el desarrollo del pensamiento en la enseñanza de las matemáticas.	Esperanza Casas.	Elaboración de guías, tomando como eje central la resolución de problemas, utilizando mateiral didáctico, procesos del desrrollo del pensamiento y los niveles de desempeño de las alumnas y alumnos.
6	COLEGIO DISTRITAL MARCO FIDEL SUAREZ	Mañana	Oficial Distrital	7410033/22 2700366 2304300	Gimnasia Matemática	Alba Obando Bertha Gonzalez Cristina Melo Gloria S. de Lopez Cesar Castaño	El proyecto de gimnasia matemática es una estrategia pedagógica basada en la lúdica, con la cual pretendemos brindar al estudiante un acercamiento a un aprendizaje significativo y feliz de la asignatura. Una forma de expresar y aplicar este aprendizaje dentro del contexto cultural.
6	FUNDACION INSTITUCIONAL TECNOLOGICO DEL SUR	Mañana y Tarde	Privado	2381018 7105146	Las matemáticas, factor común de nuestra vida diaria.	Herney Pardo Alirio Díaz	
7	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LOS LAURELES	Tarde	Oficial Distrital	7800071	Desarrollo de Competencias para resolución de problemas matemáticos en básica primaria.		
7	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LUIS LOPEZ DE MESAM	Mañana	Oficial Distrital	7750440	Conozcamos, analicemos y construyamos má~quinas.	Elizabeth Colmenares Patricia Moreno	El trabajo denominado "Conozcamos, analicemos y construyamos máquinas", es un proyecto de innovación pedagógica apoyado por el IDEP; pretende el desarrollo de la competencia para "plantear y argumentar hipótesis y regularidades" mediante la implementación de programas guia de actividades en el área de Ciencias Naturales a partir de la temática - máquinas simples.
7	CENTRO EDUCATIVO FE Y ALEGRIA EL REGALO	Completa	Privado	5976304 5976356	El casino matemático	Martha Cecilia Jiménez Peña	Enfrenta a los niños a situaciones que les exiga realizar operaciones mentales, implementa diversas estrategias a través del juego, desarrolla procesos de análisis y competencias, fortalece el desarrollo del pensamiento lógico matemático, se realiza a partir de las experiencias significativas que tienen los niños en el aula y está basado en los diferentes juegos agrupados por niveles de transición a quinto de básica primaria.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
7	COLEGIO CLARETIANO	Mañana	Privado	7750241 7750412 7751308	Las matemáticas, un pretexto para compartir.	Efrain Martínez Erique Rodríguez	La experiencia surge dentro del área como una reflexión de cada uno de los docentes que apunta al cuestionamiento de nuestras metodologías y didácticas al interior de las aulas. Para ello se implementaron estrategias lúdicas como: Geometría para enseñanza del álbegra, atangram, cabri, rompecabezas, olimpiadas matemáticas claretianas para el desarrollo del pensamiento lógico.
7	COLEGIO COOPERATIVO DE BOSA	Completa	Privado	27750982 7769073	El juego de los cuatro cuatros.	Juan Francisco Ayala	El juego de los 4 cuatros consiste en que el estudiante, con solo 4 números y las 4 operaciones aritméticas obtengan como resultados: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,y,10. A lo largo de 8 años de estarlo aplicando han surgido un gran número de soluciones, las cuales han permitido desarrollar varios temas, como propiedades de la potenciación, radicación, logaritmación, factorial....
7	COLEGIO EL LIBERTADOR	Completa	Privado	7751327 7750289	Para aprender a aprehender y aprender a pensar		
8	CEDID ALFONSO LOPEZ PUMAREJO	Mañana	Oficial Distrital	7107101 7133578	La paradoja del maestro singular.	Olga Jimenez Mariana Rincón Gilberto Jaramillo Orlando Valencia	Los docentes del área de matemática asumen como principio la siguiente misión: De una forma más comprometida despertarían en sus estudiantes el interés y el amor por la ciencia matemática, ella en adelante constituirá un pilar invaluable en sus vidas. No será mas el "coco", ni un tabú. Matematizar a parte de resolver problemas matemáticos será comunicar a otros la solución, validarla y generalizarla en otros contextos y situaciones. Es decir, la matemática adquiere un carácter eminentemente social.
8	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL BASICO Y MEDIA TOM ADAMS	Mañana	Oficial Distrital	2730340 2875163	La lúdica como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento lógico	Angela Rosas	
8	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL ISABEL II	Tarde	Oficial Distrital	2928295	Historia y matemáticas: compañeras de viaje	Rodrigo Torrejano Vargas	Se trata del diseño de una propuesta metodológica pedagógica encaminada al fomento de capacidades lógicas a través de la resolución de problemas históricos mediante algoritmos aritméticos.
8	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SAN JORGE	Tarde	Oficial Distrital	2734477 4549240	Construyamos la casa de nuestros sueños	Ines Cruz Amanda Salgado Emilce Valderrama Claribeth Parra Elsa Gualteros Yeny Cumaco Norberto Gómez	
8	COLEGIO COOPERATIVO CARVAJAL	Mañana y Tarde	Privado	2930953	Una visión de las matemáticas desde una perspectiva lúdica.	Javier Puentes Carol Andrea Varda Luis Carlos Pulido Gonzalo Parada Fernando Ochoa	Desarrollar las operaciones mentales y las funciones cognitivas de nuestros alumnos con el fin de solucionar el problema de aprendizaje de las matemáticas. Para tal efecto, utilizamos diferentes recursos: Instrumentos de Feverstein, abaco, ajedrez, tangram, cinco en línea, mini arco y cartillas de desarrollo de pensamiento.
8	COLEGIO DISTRITAL CARLOS ARANGO VELEZ	Tarde	Oficial Distrital	7104423 7134726	Resultados de un proyecto colaborativo enfocado en la resolución de problemas	Nivia E.Yela Caicedo	Se muestra los resultados de una propuesta que a través de promover el análisis cuidadoso del enunciado y el uso de representaciones, logró mejorar el desempeño por parte de los estudiantes en la resolución de problemas.
8	COLEGIO DISTRITAL LA AMISTAD	Tarde	Oficial Distrital	2643169 2643189 2646605 2930278	Innovación curricular en Matemáticas para la Educación Media: estudio del precálculo mediado por la tecnología portátil.	Rosa Alicia Rojas Magdalena Oliveros	En el proyecto se estudia el precálculo mediante la teconología portatil; trabaja como eje curricular las funciones como objetos matemáticos. En precálculo se considera el concepto de función como elemento unificador de las matemáticas escolares. En secundaria se trabajan talleres en equipo y se socializa los resultados al curso.
8	COLEGIO MIXTO DE INTEGRACION MODERNA	Completa	Privado	2901653 4176260	Una visión humana de las matemáticas	Flor Ortiz Edward Jaramillo Fernando Jaramillo Edilson Jaraillo	
8	COLEGIO SANTO DOMINGO	Completa	Privado	4502504	Aprender matemática jugando desde el enfoque pedagógico conceptual	Flavio Burbano R. Gladys Pinto Maria Jiménez Michel Lizarazo	Las matemáticas se desarrollan a manera de juegos en todos los grados, aplicando el enfoque pedagógico conceptual; esto significa que a través de los instrumentos de conocimiento: Noción, proposición, concepto, pre-categoría y categoría, se construye el pensamiento.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
9	ATENEO INTEGRAL ANA B. DE FLOREZ	Mañana	Privado	2671432 2671452	La aptitud un taller para las matemáticas	Diego Moscos Carlos Julio Leal Yanneth Avila Luz Elena Ospina Miller Mantilla	Consiste en la construcción de procesos básicos del desarrollo del pensamiento matemático y de estructuras cognitivas a través de modulos según edad y nivel del estudiante. Se pone en evidencia estrategias diseñadas para lograr que la matemática sea recreativa y se desarrolle el pensamiento creativo en el planteamiento y solución de problemas.
9	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LA CABAÑA	Mañana	Oficial Distrital	2989774	Trabajando una matemática lúdica	Luz Beatriz Osuna C.	Identificación y aplicación de diferentes estrategias lúdicas que permiten la resignificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a favor de una disposición positiva y afectiva de estudiantes y docentes hacia el área y una construcción individual y colectiva de concetos matemáticos fundamentados y aplicados en situaciones concretas y diversas del entorno y otras áreas del conocimiento.
9	COLEGIO SANTA ANA	Completa	Privado	2670543 2670346	Jugando con la matemática una experiencia constructiva.	Graciela Jimenez Martha L. Ruiz Idelfonso Trujillo Alcira Gacharná Pablo Villalobos	
10	CENTRO COMERCIAL DE EDUCACI ON MEDIA MARGARITA BOSCO	Completa	Privado	4361457 4370697	Matemania	Yadira Sanabria Mejia	Nuestra experiencia hace alusión a brindar un nuevo enfoque y presentar alternativas didácticas y de aplicación de la matemática en otros contextos. Además de profundizar y actualizar el curriculo de matemáticas por medio de herramientas pedagógicas, accequibles y significativas para los estudiantes.
10	CENTRO EDUCACION DISTRITAL MORISCO	Tarde	Oficial Distrital	27603581	Integración de áreas del conocimiento con base en la lúdica matemática.		
10	CENTRO EDUCATIVO INTEGRAL COLSUBSIDIO -CEIC-	Mañana	Privado	4318181 4316792 4317651 4316971 4317217 Fax 2289709	Propuesta para el desarrollo del pensamiento matemático.	Neila Bellio Katia Escobar	La propuesta muestra un modelo curricular en el área de matemáticas a través de la construcción de una matriz que integre los elementos básicos de competencias transversales disciplinarias, procesos y niveles de desempeño.
	COLEGIO DE FORMACION INTEGRAL VIRGEN DE LA PEÑA	Completa	Privado	4358742 4358745 4407519	La matemática como herramienta fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico-mate mático y su transferencia a la realidad en el pro-ceso de formación integral del estudiante	Martha Yaneth Diaz Angelo Díaz Ospina Jesus E Salamanca	Nuestra experiencia pretende facilitar a los estudiantes a través de actividades lúdicas y artísticas, el análisis y la solución de situaciones que ameritan el uso de los diferentes principios geométricos algebráicos y matemáticos, basándose en la lógica como conjetura de sus propios razonamientos.
10	COLEGIO DISTRITAL REPUBLICA DE COLOMBIA	Tarde	Oficial Distrital	2509683 2312313 2319931	Experiencias didácticas en el aula de clase como afianzamiento de operaciones matemá - ticas.	Mario Hans Marínez Evidalia Molina	Creamos herramientas didácticas como son: el computador de Pappy, el computador de bases y manejo del tangram para afianzar operaciones matemáticas con estudiantes de 6 y 7 grado que presentan dificultades en desarrollo del pensamiento y en el desarrollo operativo.
11	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL ALVARO GOMEZ HURTADO	Mañana	Oficial Distrital	6845715 6845716 6852339	El lenguaje matemático como mediador en la reconstrucción del conocimiento a partir del error	Lily Chaparro Fernando Humanez Irma Ortiz Luis A. Mican	El proyecto pretende superar los bajos niveles presentados por los estudiantes en las evaluacines de desempeños, planteando alternativas como son el uso del lenguaje mediador entre la aritmética y el algebra en forma activa y lúdica para la corrección de errores y la aprehensión de nuevos conceptos y su aplicación.
11	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LA NUEVA GAITANA	Mañana	Oficial Distrital	5387580 5387582	La geometria en la factorización	Mauricio Vanoy H.	
11	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LA PALMA	Mañana	Oficial Distrital	6924140 6924161	Construyendo afectos alrededor de una matemá-tica lúdica y significativa.	Maria Esperana Corredor de Avila	Proporcionar ambientes de aprendizaje e involucrar el juego del ábaco, el minicomputador de Pappy y otros juegos de origen sensomotor y simbólicos que permitan al niño y niña desarrollar procesos de pensamiento, habilidades, destrezas, actitudes, competencias para manejar los principios de nuestro sistema de numeración y los conceptos fundamentales del área.
11	COLEGIO CAMPESTRE MAXIMINO POITIERS	Completa	Privado	6835013 6841539	Formación de individuos con competencias lec - toras y sociales.	Kilian A. Arenas Juan Sebastian Oliverio Gonzalez Mario Rodriguez Martha Cardenas	

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
11	COLEGIO CELESTIN FREINET	Completa	Privado	6895749 6897719	Nuestra huella: el placer por el trabajo matemático	Patricia Parra Rafael Silva Lisandro Parrado	
11	COLEGIO DE LA ENSEÑANZA	Completa	Privado	6761668 6761739	Los problemas matemáticos no tienen que ser un problema.	Patricia Rodríguez	Experiencia con niños de 6 años, grado 1°. Iniciación del proceso para trabajo con problemas: 1.Ejercicios de observación en diferentes instalaciones del colegio, de situaciones de aplicación de operaciones. 2.Expresión oral de situaciones observadas. 3. Redacción escrita de situaciones observadas. 4.Construcción de problemas inventados (concurso)
11	COLEGIO DISTRITAL GUSTAVO MORALES MORALES	Tarde	Oficial Distrital	2712209	El desarrollo curricular del grado sexto desde la significación y la resolución de situaciones problema.	Libardo Millan M.	
11	COLEGIO HIJAS DE CRISTO REY	Completa	Privado	2262432 2537911	El pensamiento lógico-matemático un arte en la cotidianidad.	Myriam de Espinel Martha Sánchez Flor Gonzalez Eloyna Ruiz	Este proyecto se basa en la utilización de herramientas como la imaginación y la lúdica haciendo de la educación un proceso atractivo y dinámico que le permite al estudiante el desarrollo de alternativas, a partir de lo simple, de lo cotidiano, de lo concreto, para llegar a niveles de complejidad que exige su nivel de desarrollo.
11	NUEVO GIMNASIO COLOMBO BRITANICO	Completa	Privado	0918625239 / 40 / 44	El computador como recurso de apoyo en el currículo de matemáticas.	Edgar Fajardo Walter Avendaño	Por horario desde la básica primaria y secundaria hasta la media, cada uno de los cursos tiene una hora semanal de las clases de matemática en la sala de informática, dicha hora está orientada a apoyar los conceptos trabajados en la clase, pero en ocasiones para abordar un nuevo tema. Software: Cabri, Derive, Math Blaster, Officce, Read Internet.
12	COLEGIO DISTRITAL EDUCACION BASICA Y MEDIA JUAN FRANCISCO BERBEO.	Mañana	Oficial Distrital	2401890	Desarrollo de habilidades mentales	Nubia Segura	Desarrollamos habilidades mentales con el próposito de llegar al manejo del pensamiento formal por medio de ejercicios de entretenimiento de una manera lúdica y gradual, comenzando por la fijación de la ATENCIÓN, la manipulación de objetos, el conteo, la numeración, el establecimiento de hipótesis, la argumentación, la deducción y la conclusión.
12	COLEGIO DISTRITALHELADIA MEJIA HIJOS DE EDUCADORES	Mañana	Oficial Distrital	2486831 2551173	Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas.	Rocío Pesca	La calculadora T.I. 92 Plus se ha incorporado en el currículo de matemáticas desde el grado 7° a 11° en temáticas de geometría, funciones y análisis de datos estadísticos; también se han realizado prácticas de física y química con los sensores que la acompañan.
12	COLEGIO DISTRITAL TOMAS CARRASQUILLA	Tarde	Oficial Distrital	2509760 2407959 Fax:6601741	Proyecto de innovación pedagógica: educación a través de la inter y la transdisciplina.	Rebeca Rodríguez Edgar Torres Aura C. Buitrago	Innovar nuevas estrategias pedagógicas que generen en el alumno una visión holística del mundo a través de la solución de problemas reales y concretos.
12	ESCUELA DISTRITAL CENTRAL OBRERO UNION SOCIAL	Mañana	Privado	2400106	Escenarios lúdicos para una matemática cotidiana.	Dora Luz Morales. Maria A.González.	
13	COLEGIOAMERICANO DE BOGOTA	Completa	Privado	2327392	Calcular para la vida, construir para el futuro	Nidia Garzón Liceeth Yanes Evangelina Rodriguez	Experiencia de tipo estratético que permite desarrollar los diferentes niveles de pensamiento a través de diversas habilidades (comparación y contraste, clasificación y toma de desiciones) aplicando estrategias del nivel cognitivo y didáctico como: Lectura comprensiva, autoevaluación y trabajo cooperativo.
13	COLEGIO CHAMPAGNAT	Completa	Privado	3403440	Descubro la matemática: una experiencia innova dora basada en el desarrollo del pensamiento	Jorge Castaño Alexandra Oicatá Vasken G. Stepanian	El proyecto asume como marco conceptual los postulados fundamentales del constructivismo. Busca desarrollar una práctica fundamentada entre los planteamientos derivados del estructuralismo genético y el socio constructivismo. Su próposito ha sido derivar de la experiencia y de la investigación rigurosa y sistemática, un sistema diáctico alternativo, fundaentado en el plano conceptual como en el metodológico, que promuevan un aprendizaje significativo de los conceptos que se enseñan.
13	INSTITUTOPEDAGOGICO ARTURO RAMIREZ MONTUFAR	Mañana	Oficial Nacional	3681446 3165000 ext 11711	La construcción de la aritmética elemental	María Fanny Nava.	La noción de medida es el fundamento del trabajo con regletas. Se traba de un conjunto de paralelepiedos de sección cuadrada (1cms2) y de 1 a 10 cms de longitud, de modo que a cada longitud le corresponde un color, este conjunto de objetos y ciertas manipulaciones que los niños realizan con ellos conforman un sistema isomorfo con los números racionales positivos.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
14	LICEO PARROQ SAN GREGORIO MAGNO	Completa	Privado	2477407 2477487	Pensar matemáticamente	Luis Miguel Rangel A. Juan Pablo Garcés	Situaciones didácticas construidas del juego de ajedréz o de tableros del mismo que permiten desarrollar dominios conceptuales (conteo, medición, variación y aletoriedad) de la matemática escolar y fortalecer el pensamiento matemático dando sentido a la matemática en el aula.
15	CENTRO EDUCATIVO DE NUSTRA SRA DE LA PAZ	Mañana	Privado	2035561 7203051	Formas de generalización en la didáctica del álgebra geométrica.	Leandro Rodrigo Achicanoy	A partir de la manipulación, reflexión y análisis de los elementos que constituyen la didáctica del algebra geométrica (cuadrados y rectángulos) se propician los procesos de generalización y abstracción referidos a los conceptos de términos semejantes, suma, producto y casos de factorización.
15	COLEGIO DISTRITAL GUILLERMO LEON VALENCIA	Mañana	Oficial Distrital	2782716 Fax 2782679	El complemento y la intergración de contenidos	Carlos Rodríguez Hernando Hurtado	Se pretende retomar elementos básicos de nuestro sistema de numeración como son ser decimal y posicional, siendo a partir de las agrupaciones de 10 desde donde se muestra como desrrollar más facilmente cualquiera de las operaciones. También busca el como integrarse con otras asignaturas pretendiendo encontrarle sentido a los contenidos desde diferentes puntos de vista.
16	COLEGIO DISTRITAL BENJAMIN HERRERA	Mañana	Oficial Distrital	2380179 7411939	Incorporación de nuevas tecnologías en el aula. Ambiente de aprendizaje en geometría con el software Geometre Cabri.	Blanca Cecilia Moncada	El uso de las calculadoras algebráicas que incorporan el programa Cabri ha convertido la clase de geometría para los alumnos en un espacio de trabajo emocionante teniendo la oportunidad de relacionar lo teórico con lo visual para favorecer la comprensión de los conceptos geométricos.
16	COLEGIO DISTRITAL LA MERCED	Mañana	Oficial Distrital	I2688281 2444707 Fax 2688056	La cotidianidad: otra estrategia para vivenciar las matemáticas .	María Isabel Torres Martha Malagón	Construir e implementar una propuesta curricular de matemáticas desde pre-escolar a quinto, realizando actividades de aula que retomen aspectos de la cotidianidad para enriquecer los conocimientos básicos potenciando los desempeños de las niñas en los distitntos dominios de la matemática escolar, en torno a la resolución de problemas en contextos diversos.
16	COLEGIO DISTRITAL LA MERCED	Mañana	Oficial Distrital	I2688281 2444707 Fax 2688056	Recreo diario con el calendario.	Amparo de Guarín Jenny Velasquez Jose Gutierrez	Utilización del calendario matemático mensual en 4 niveles para: Desarrollar competencias básicas: Interpretación, comprobación y argumentación. Promocionar la matemática más allá del aula y explorar nuevas habilidades. Involucrar a la familia en el desarrollo de problemas de matemáticas recreativas. Explorar destrezas matemáticas, probabilísticas e intuitivas.
16	COLEGIO DISTRITAL LUIS CARLOS GALAN SARMIENTO	Tarde	Oficial Distrital	7200700 7273060	Habilidades del pensamiento en el desarrollo integral humano.	Lucia Camacho Emilce de Buchelli Bernardo Guevara Gustavo Parra	Es un proyecto transversal e integral que cubre todas las áreas del plan de estudios, busca dar solución a los problemas detectados en el aprendizaje mediante el desarrollo y potencialización de las habilidades con una mayor apropiación del conocimiento.
12	ESCUELA DISTRITAL CENTRAL OBRERO UNION SOCIAL	Mañana	Privado	2400106	Escenarios lúdicos para una matemática cotidiana.	Dora Luz Morales. María A.González.	
17	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL LA CONCORDIA	Tarde	Oficial Distrital	2438514 3365243	Propuesta pedagógica para el aprendizaje significativo de las matemáticas a través de ambientes lúdicos.	María Clara Matallana	Esta propueta tiene como objetivo alcanzar los logros en los grados 6° y 7° en cuanto a un aprendizaje significativo de las matemáticas a través de ambientes de estudio - aprendizaje, en los cuales los estudiantes elaboran sus propias guías lúdicas, para hacer de las matemáticas un saber agradable de comprender y aplicar en su vida cotidiana.
18	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL MANUEL DEL SOCORRO RODRIGUEZ	Mañana y Tarde	Oficial Distrital	2798736	Contemos contando cuentos.	Jasmín Guerrero Luz Dary Riaño	Esta experiencia se desarrolla en el nivel de preescolar, que consiste en aprovechar la atrayente fascinación que sienten los niños por los cuentos, para a partir de allí generar un conocimiento matemático formal, no solo teniendo como eje los procesos lecto-escriturales y el disfrute del lenguaje que de allí se deriva, sino también generando un aprendizaje significativo, que entrelace todas las áreas, permitiendo de este modo un trabajo interdisciplinario.
18	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA	Tarde	Oficial Nacional	2799616 7142428 7142585	Optimización de competencias básicas en matemáticas en los estudiantes de grado sexto desde la constextualización y la interdisciplinariedad.	Matilde Wilches Salazar.	Construcción de una estrategia pedagógica que desde la contextualizaci´pn y la interdisciplinariedad genere meramiento en los desempeños de los estudiantes de sexto grado. El trabajo interdisciplinario genera aconstrucción de material didáctico, contextualizado "grado de trabajo ...." que al ser validados tienen origen al texto escolar integrado "voces y caminos".

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
18	COLEGIO DISTRITAL GUSTAVO RESTREPO	Completa	Oficial Distrital	2727202 2787917 3662125	Recursos tecnológicos y currículo de matemáticas.	María Elena Molina José Luis Orozco	Con el uso de equipos como calculadoras científicas, computadores, video beam, video screem, proyector de acetatos y los programas Derive, Cabri Geometry II y Excel, se hace trabajo de exploración, construcción gráfica, visualización, elaboración de conceptos, solución y planteamiento de problemas con temática de geometría, algebra, trigonometría y cálculo.
18	INSTITUTO NUESTRA SRA DE LA SABIDURIA INSABI	Completa	Privado	2394218 2090332 Fax 3665222	Integremos la matemática	Andrea Corredor Nasly González Giovanny Duque	Ofrecer a los estudiantes con discapacidad auditiva la oportunidad de acceder al conocimiento matemático de forma recreativa e integrada", rompiendo con los esquemas tradicionales. El trabajo se desarrollo en tres etapas - Motivación, exploración y el desarrollo de competencias. Se lleva al estudiante a que cree, plantee y solucione situaciones de su vida cotidiana. Su evaluación es continua y permanente, así se detectan las fallas, se corrigen y se superan las dificultades, el estudiante es controlador de su proceso educativo "(Interdisciplinaridad).
18	COLEGIO DISTRITAL BENJAMIN HERRERA	Mañana	Oficial Distrital	2380179 7411939	Incorporación de nuevas tecnologías en el aula. Ambiente de aprendizaje en geometría con el software Geometre Cabri.	Blanca Cecilia Moncada	El uso de las calculadoras algebráicas que incorporan el programa Cabri ha convertido la clase de geometría para los alumnos en un espacio de trabajo emocionante teniendo la oportunidad de relacionar lo teórico con lo visual para favorecer la comprensión de los conceptos geométricos.
19	CEDID GUILLERMO CANO ISAZA	Mañana	Oficial Distrital	7901300 7650665 Fax 7901299	Parque Geométrico	Miguel Guerrero Julio Villafañe Alberto Suárez Lamberto Herrera Juan Cadavid	Es una propuesta para el desarrollo de las diferentes habilidades de pensamiento (observación, concentración, análisis, síntesis, etc) y el acercamiento a conceptos geométricos.
19	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL CIUDAD DE MONTREAL	Mañana	Oficial Distrital	l7913793	Matemáticas para jugar y pensar	Blanca Forero Luz Nava Nidia Flórez Teresa Lagos	Nuestra experiencia consiste en aplicar en el aula una serie de actividades y estrategias que pretenden trabajar de una manera dinámica, agradable y lúdica, la estructura aditiva, multiplicativa, fortaleciendo el pensamiento variacional.
19	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL PRADERA ESPERANZA	Tarde	Oficial Distrital	7310164	La feria de las matemáticas	Fernando Barbosa Julio Suárez Leonor Alfonso Janeth Vergara	
19	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL QUIBA ALTA	Mañana	Oficial Distrital	7782426	Introducción a la Geometría Euclidiana mediante el modelo enseñanza-aprendizaje por investigación y su aplicación en la agricultura.	Claudia Villarreal	Introducir la geometría Euclidiana en el CED Quiba Alta por medio de programas guía de actividades basados en el modelo pedagógico enseñanza por investigación, mostrando la aplicación de la geometría en la gricultura por medio de la huerta escolar dado que nuestro CED es rural, zona campesina y suburbana de Ciudad Bolívar.
	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL SAN FRANCISCO	Tarde	Oficial Distrital	7168030 7168041	Por la ruta de las operaciones mentales	Edgar Hernández osé Guillermo G.	
19	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL UNION EUROPEA	Mañana	Oficial Distrital	7909847 Fax 7658390	Matemáticas un mundo genial para todos	María Duarte Fernando Picón Niria Sánchez Rubiela Díaz	Los profesores del departamento de matemáticas jornada mañana, deseamos compartir el trabajo que se está realizando al interior de nuestra institución con el ánimo de recibir sus aportes y conformar en el futuro una red de matemáticas que se comprometa con la innovación e investigación en ésta importante área del conocimiento. Si le interesa nuestra invitación, favor ponerse en contacto.
19	COLEGIODISTRITAL EDUCATIVO BASICO Y MEDIA COMPARTIR MEISSEN	Mañana	Oficial Nacional	7187846 7187845	Viajemos con la tecnología hacia las matemáticas	Oscar Pulido Claudia Castañeda	Los elementos informáticos constituyen un elemento que, en un principio, motiva a los estudiantes a trabajar en clase de matemáticas, pero que además ayudan a la construcción y la aplicación de concetos que facilitan la solución de problemas. Para ello la institución esta utilizando paquetes computacionales de fácil adquisición o adquisición gratuita tales como Word, Excel, Powert Point, regla y compas y derive mediante talleres y guías.
19	COLEGIODISTRITAL EDUCATIVO BASICO Y MEDIA RODRIGO LARA BONILLA	Tarde	Oficial Nacional	7151028 7168031 7168032	Construcción del conocimiento en los niños de grado cero a partir de sus propias experiencias	Edelmira Celis Nubia Morales Otilia Galeano	Mediante la implementación del trabajo por proyectos pedagógicos de aula, el niño de pre-escolar inicia el proceso de construcción de su conocimiento y en especial de la matemática dentro de significación; ya que parte de sus propias experiencias y conocimientos, las que hacen que dicha construcción sea un ejercicio gozoso y fructífero.

DIRECTORIO DE EXPERIENCIAS

LOC	INSTITUCIÓN	JORNADA	SECTOR	TELÉFONO	NOMBRE DE LA EXPERIENCIA	RESPONSABLES	DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA
19	LICEO CONTADORA	Mañana	Privado	7159641 7179150	Posibilitando la matemática desde la educación física.	César Mancilla	Aplicamos las fases de aprendizaje motor propias de la educación físicas al desarrollo de las operaciones mentales básicas de las matemáticas para demostrar que las sensaciones, percepciones, representaciones y simbolizaciones generan una mejor comprensión, desempeño y competitividad en los procesos tales como: La abstracción, seriación, variación, secuenciación y clasificación.
20	CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL RURAL NAZARETH	Mañana	Oficial Distrital.		En los procesos matemáticos, el juego multiplica las posibilidades.	Claudia Tellez Adriana Baquero	
20	LICEO NACIONAL MAGDALENA ORTEGA DE NARIÑO	Tarde	Oficial Distrital	2504961 2256214	Es un problema formular y resolver problemas.		

BALANCE DE LAS EXPERIENCIAS PRESENTADAS AL VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL

JUNIO 19 Y 20 DE 2.002

Elaborado por:

Equipo de Matemáticas
CORPORACIÓN MAGISTERIO

Coordinadora: Marina Ortiz Legarda

Integrantes:

Marco Antonio Feria
Yofre Hernán García
Oswaldo Puerto
Guillermo Ramírez
Fernando Bejarano

INTRODUCCIÓN

El VII Foro Educativo Distrital "Las Matemáticas: mucho más que cuatro operaciones" se cumplió en tres momentos: los Foros Institucionales en los que se analizó la situación de las matemáticas escolares al interior de los centros educativos; los Foros Locales en los que se presentaron un total de 383 experiencias de 389 inscritas y el Foro Distrital para el que fueron seleccionadas 90 experiencias.

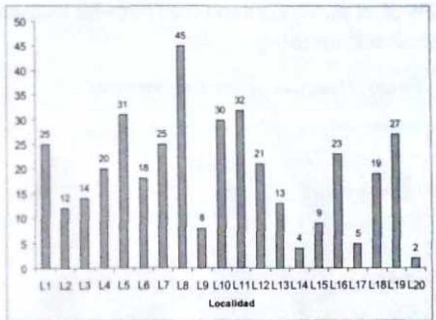
El presente Balance está basado en la lectura de las 383 experiencias que participaron en los Foros Locales y en él se desarrollan dos perspectivas de análisis del contenido de los documentos: La primera tiene que ver con los principales planteamientos de las experiencias en cuatro (4) de los componentes del documento síntesis, según las orientaciones del Comité Asesor de Matemáticas de la SED; ellos son: problemática atendida por las experiencias, enfoque teórico, enfoque metodológico y formas de evaluación. La segunda hace referencia a los ocho (8) ejes temáticos que se identificaron como aquellos en los que las experiencias ubican su interés en tanto proyectos de innovación en el aula. Tales ejes temáticos se definen como: desarrollo de pensamiento matemático; actividad lúdica en la enseñanza de las matemáticas; planteamiento y solución de problemas; innovación curricular en matemáticas; impacto de la tecnología en el aula de matemáticas; interdisciplinariedad y matemáticas; enseñanza y aprendizaje de la geometría y formación de valores en la clase de matemáticas.

Integrantes del Grupo de Apoyo al VII Foro

Marina Ortiz Legarda, Marco Antonio Feria, Yofre Hernán García, Oswaldo Puerto, Guillermo Ramírez, Fernando Bejarano.

1. GENERALIDADES

Experiencias presentadas en los Foros Locales

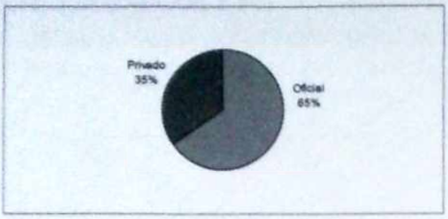


Gráfica No 1

Número de experiencias inscritas:	389
Número de experiencias participantes:	383
Número de experiencias analizadas:	383

Las diferencias en el número de experiencias participantes por localidad se deben entre otras razones al tiempo de preparación de los Foros Locales; en el proceso de organización fue posible ubicar grupos de docentes que no alcanzaron a preparar y presentar su documento; ello puede reflejar también la falta de rigor en el proceso de sistematización de la práctica que se presenta en algunas ocasiones; por otra parte, la tradición pedagógica de las localidades es otro factor que puede reflejarse en el nivel de participación de los docentes en los foros locales.

Carácter de las Instituciones



Gráfica No 2

Jornadas de las Experiencias

Las experiencias están ubicadas, de acuerdo con lo que recoge la Gráfica 3, en un 35% en la jornada de la mañana, 27% en la jornada de la tarde, 33% en jornada única o completa (instituciones del sector privado) y 4.2% en el sector nocturno o en jornadas mañana y tarde simultáneamente.

Título: ***Jornadas de las Experiencias***

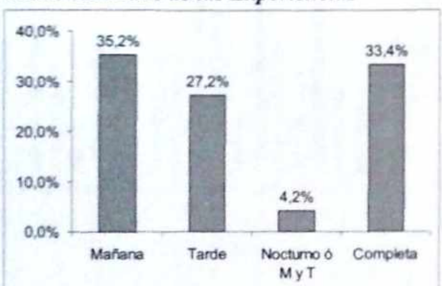


Gráfico No 3

Niveles atendidos por las experiencias

Los niveles educativos atendidos por las experiencias se muestran en el Gráfica 4. El mayor porcentaje corresponde a la suma de experiencias en secundaria (31.9%) más experiencias en educación media (6.8%) más experiencias que atendieron secundaria y media (12.3%); el total 51% significa que más de la mitad de las experiencias corresponden a innovaciones adelantadas en los grados 6° a 11°, lo cual se explica porque sus autores son docentes con formación en educación matemática. Pero de igual manera los licenciados en el área de matemáticas forman parte del 6.5% que atendió el ciclo de educación básica (1° a 9°) del 1.6% que atendió básica y media (1° a 11°) así como del 12.3% que atendió el ciclo completo de la educación formal (preescolar a grado 11°).

Los grupos que conforman el 1.6% que atendió el Nivel Preescolar, el 19.6% que atendió Básica primaria (1° a 5°), el 5.2% que atendió Preescolar y primaria y el 2.3% que atendió preescolar y básica corresponden a docentes normalistas, licenciados en Básica Primaria y licenciados en educación preescolar, para un total de 28.7%.

Título: ***Niveles atendidos por las experiencias***

Gráfica No 4

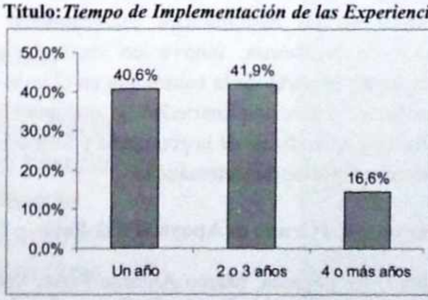
Según lo anterior, cerca del 72% de las experiencias que participaron en el VII FORO EDUCATIVO DISTRITAL, contaron con la participación directa de docentes licenciados en matemáticas.

Una observación necesaria es la baja participación de experiencias (1.6%) que atienden exclusivamente el nivel Preescolar.

Tiempo de Implementación de las Experiencias

En la Gráfica 5 se clasifican las experiencias teniendo en cuenta el tiempo de implementación según la información que aparece en los documentos. El 16.6% de las experiencias, llevan una trayectoria de 4 o más años y han logrado niveles importantes de desarrollo. El 41.9% de las experiencias reportan un tiempo de implementación de su proyecto de 2 ó 3 años; y el 41.5% restante lleva solamente 1 año en el desarrollo de sus propuestas.

Título: ***Tiempo de Implementación de las Experiencias***



Gráfica No 5

CONFORMACIÓN DE LOS GRUPOS DE DOCENTES

La Gráfica 6 muestra la distribución de las experiencias al mirar la forma de participación de los docentes en los grupos responsables de las experiencias. El 23% de las experiencias están bajo la responsabilidad de un solo docente, pero son aplicadas, casi en su totalidad, en más de un grupo de estudiantes.

El 55% de las experiencias son de carácter grupal, pues están orientadas por equipos de trabajo formados por 2 o más docentes, pero sin cubrir la institución completa, y el 22% tienen carácter institucional porque atienden la totalidad de los grados escolares que el centro educativo ofrece.

Título: ***Conformación de los grupos de docentes***

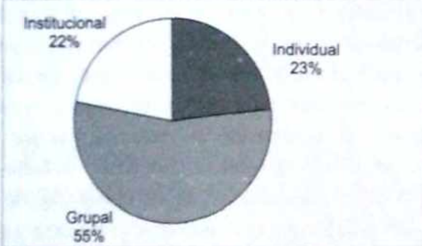


Gráfico No 6

Ejes temáticos de las Experiencias

Los ejes temáticos atendidos por las experiencias aparecen en la Gráfica 7; el aspecto con mayor número de experiencias fue el de desarrollo de pensamiento (36.6%) seguido del 25.8% correspondiente a las experiencias que indagaron sobre la actividad lúdica en el aula de matemáticas.

Título: ***Ejes temáticos de las Experiencias***

Gráfico No 7

De acuerdo con esta situación, más del 60% de los proyectos de investigación se proponen la formación de procesos de pensamiento matemático y la creación de ambientes de aprendizaje agradables y productivos.

Los demás ejes temáticos tuvieron una presencia de experiencias relativamente baja, pero se trata de ámbitos, principalmente la solución de problemas y el uso de nuevas tecnologías, que están adquiriendo importancia dentro de las perspectivas de innovación de los docentes.

2. BALANCE CONCEPTUAL

2. Problemática atendida por las experiencias

En orden de frecuencia, las siguientes son las dificultades que las experiencias identifican como aquellas que se atienden con las propuestas de innovación:

a)La apatía, el rechazo o la falta de interés por el estudio de las matemáticas.

De acuerdo con lo planteado por la mayoría de las experiencias, los estudiantes muestran desmotivación hacia las metodologías que se trabajan en matemáticas; ello conlleva a actitudes de rechazo e inconformidad hacia compromisos y tareas, y es considerada en muchas ocasiones por los grupos de docentes como causa principal de los malos resultados, tanto en la clase misma como en las evaluaciones externas, a saber, Prueba Censal de Competencias Básicas en Matemáticas y prueba ICFES.

Las experiencias hacen, asimismo, referencia a otros elementos proclives a la actitud remisa de los estudiantes, tales como:

- Comentarios de los padres de familia en el sentido de que ellos tampoco fueron buenos para las matemáticas, lo que redundaría en una especie de justificación y, en cierta forma, de resignación ante los malos resultados de algunos grupos de estudiantes.
·- El hecho de que los mismos estudiantes reconocen y manifiestan que no encuentran relación directa entre algunas temáticas del área y las actividades diarias que se efectúan.

Los objetivos que se fijan las experiencias para atender este tipo de problemática, tienen que ver fundamentalmente con la creación de escenarios propicios para la acción educativa, de ambientes de aprendizaje dinámicos y motivantes que susciten la creación de otro tipo de relaciones de los estudiantes con los objetos de conocimiento. Es en este contexto donde surgen las ACTIVIDADES LÚDICAS como posibilitadoras del aprendizaje; el JUEGO se asume, entonces, como la herramienta didáctica más poderosa en la tarea de crear contextos agradables y de superar la apatía y el aburrimiento que aparecen con otro tipo de metodologías.

a) La desvinculación de la labor pedagógica en matemáticas de la cotidianidad, del entorno social y cultural, de la realidad de los estudiantes.

La necesidad de aplicar, en diferentes contextos, el conocimiento matemático que se adquiere en la escuela, es otro de los aspectos considerados por algunas experiencias como uno de los aspectos que deben atenderse a través de las innovaciones en el aula. En este sentido, se aduce que la enseñanza de las matemáticas ha estado tradicionalmente desvinculada de la cotidianidad de los estudiantes, de su realidad social y cultural, dicho en otras palabras, de sus "experiencias de vida".

Como respuesta a esta situación se diseñan proyectos de innovación que se proponen, entre otros objetivos, potenciar la aplicación de los conceptos matemáticos en otras áreas del conocimiento, o propiciar el planteamiento y solución de problemas cotidianos, y fundamentalmente, contribuir en la formación de valores y actitudes de convivencia a partir del trabajo que se desarrolle en la clase de matemáticas.

Las causas del problema se ubican tanto en los planes de estudio que atienden solamente contenidos o temas sin buscar la interacción con otras áreas, como en la prácticas pedagógicas usuales que se concentran, igualmente, en la repetición de fórmulas y procedimientos más que en la construcción de modelos matemáticos basados en situaciones reales o en la solución de situaciones problemáticas cotidianas.

b) La poca atención que tradicionalmente se le ha prestado a los ámbitos conceptuales diferentes al numérico, principalmente al desarrollo del pensamiento espacial-geométrico.

Las experiencias que optan por ámbitos de trabajo como la geometría, la lógica, el uso de nuevas tecnologías o la solución de problemas reconocen, como parte de la problemática que desean atender, el hecho de que en la mayoría de las instituciones educativas se dirige el énfasis de la educación matemática al ámbito numérico más específicamente al algorítmico. El problema se agrava, de acuerdo con lo que los documentos plantean, por las prácticas pedagógicas en las que se privilegia el contenido, la memorización, la mecanización y un enfoque de matemática formal.

a) Dificultades de distinto orden en el planteamiento y solución de problemas.

Los grupos de docentes autores de las propuestas innovadoras son reiterativos en la dificultad de los estudiantes para asumir con posibilidades de éxito, la tarea de formular problemas nuevos y de resolver situaciones problemáticas ya enunciadas.

La dificultad se describe en relación con las deficiencias para leer comprensivamente, para construir textos con sentido, para involucrar en el texto las nociones y conceptos matemáticos y para mantener el control de la situación cuando se emprende la tarea de resolver problemas. Se habla de una "cultura matemática" de la operatoria, de la aplicación de fórmulas sin mayor sentido y de la poca, casi nula disposición de los estudiantes para aceptar el reto de analizar un enunciado y seguir un proceso que permita la solución de la situación que allí se describe. La causa de la situación se encontraría igualmente en el facilismo de las prácticas que buscan que estudiantes y docentes cumplan un programa sin ahondar demasiado en los compromisos intelectuales que se adquieren a medida que se avanza en el conocimiento de las diferentes áreas, en particular, de las matemáticas.

b) Falta de significado y sentido de los conceptos matemáticos fundamentales. Forma autoritaria y dogmática como se asume su enseñanza en las instituciones educativas.

Las experiencias hacen referencia, igualmente de manera reiterada, al hecho de que las prácticas de aula, en su mayoría, no apuntan a la construcción de significado y sentido para el conocimiento matemático. La situación se describe como una realidad de contenidos inconexos y casi siempre incompletos, en los que no se cuenta con herramientas cognitivas que les permitan interactuar entre sí, establecer relaciones, plantear operaciones, en fin, constituir sistemas conceptuales que signifiquen conocer para comprender y que estén de acuerdo con las posibilidades de conocimiento de los estudiantes y con las expectativas profesionales de los docentes.

c) Los malos resultados en las Evaluaciones de Competencias realizadas por la SED.

Los resultados en las pruebas oficiales, tanto en Competencias básicas como la que aplica el ICFES, aparece de manera muy frecuente dentro de la problemática que las experiencias buscan atender; en los malos resultados se estarían reflejando los problemas de énfasis en lo numérico y de desatención a la práctica de solución de problemas. Por tal razón, las experiencias se proponen salvar tales dificultades renovando su enfoque curricular y atendiendo procesos como modelación matemática y planteamiento y solución de problemas.

2.1 Enfoques teóricos de las experiencias

Al realizar un balance del soporte conceptual de las experiencias, se configura una situación que puede plantearse en dos premisas generales:

La gran mayoría de las experiencias opta por un marco teórico que privilegia ya sea la visión psicológica del aprendizaje, o bien la naturaleza del aprendizaje en tanto resultado de la interacción con el medio socio-cultural, o bien una nueva perspectiva curricular en matemáticas.

Es bastante reducido, en cambio, el número de experiencias que desarrollan algún planteamiento acerca de una postura epistemológica sobre matemáticas o sobre educación matemática. Son muy pocas las referencias teóricas a formas de concebir las matemáticas que comparta el grupo de docentes, ya sea que se trate de una visión intuicionista, formalista, conjuntista o de otra naturaleza. Igualmente, se encuentran escasos puntos de vista acerca de un posible enfoque didáctico en el que los grupos de docentes apoyen sus propuestas innovadoras en el aula. En lo que sigue, se intentará un acercamiento a los rasgos generales de los enfoques teóricos de las experiencias en los ámbitos que se han mencionado.

2.1.1 Visión psicológica de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

En relación con este ámbito debe destacarse el hecho de que la gran mayoría de las experiencias se deciden por una enseñanza constructivista de las matemáticas, con referencias principalmente a los aportes de Piaget, Vigotsky, Ausbel, Novack y Gardner, entre los más citados.

La teoría piagetiana es asumida con mayor énfasis por las experiencias que caracterizan su proyecto innovador como *desarrollo de pensamiento* pues se describe tal proceso como el paso de la etapa del pensamiento preoperatorio al pensamiento concreto y al pensamiento lógico-formal, tal como fue postulado por el fundador de la escuela de Ginebra.

El desarrollo de pensamiento lógico se concretaría, en este caso, en la capacidad para apropiarse de nociones y conceptos básicos, pero principalmente para establecer entre ellos una red de relaciones y operaciones que permitan constituir un sistema conceptual en el que sea posible razonar, conjeturar, validar o rechazar hipótesis, hacer demostraciones y solucionar situaciones problemáticas.

Los aportes de Vigotsky y los exponentes de la escuela soviética se privilegian en la perspectiva histórico-cultural que dicho enfoque teórico desarrolla, por cuanto las experiencias consideran que el aprendizaje se dinamiza por la interacción entre el estudiante y el docente o entre el estudiante y otro estudiante, según lo describe el concepto de Zona de desarrollo próximo.

El aprendizaje significativo es el enfoque conceptual básico en algunas experiencias de corte constructivista; en ellas se concibe la construcción de conocimiento como un proceso de interacción entre la información nueva procedente del medio y la que el sujeto ya posee, o preconceptos, a partir de los cuales el estudiante construye nuevos conocimientos; tal aprendizaje se da, de acuerdo con lo que algunos documentos plantean en escenarios motivantes que tengan alto significado para los que aprenden.

Otra teoría en la que se basan algunas experiencias es la de las Inteligencias múltiples de Howard Gardner. Las propuestas de innovación reconocen la existencia de inteligencias de diferente naturaleza en todas las personas, y con ello sustentan una postura que considera al ser humano como un ser multidimensional; además, encuentran en ese hecho la posibilidad de realizar innovaciones educativas radicalmente distintas a las que se han intentado hasta hoy.

La teoria de la Pedagogía conceptual en los proyectos que enfatizan el desarrollo de pensamiento matemático; las seis etapas que propone Zoltan P. Dienes en los proyectos que privilegian la actividad lúdica y las propuestas de Polya y Schenfeld en las experiencias orientadas a la solución de problemas son otras teorias y autores en los que se apoyan las experiencias.

2.1.2 Matemáticas y cotidianidad

Al referirse a la relación entre matemáticas y cotidianidad algunas experiencias ubican el análisis en la perspectiva teórica del "aprender haciendo"; es en este contexto donde aparece la justificación de basar el acceso al conocimiento matemático en el juego o actividad lúdica, que es elemento de apoyo fundamental en un buen número de experiencias.

El juego se asume tanto como expresión de vivencias y tradiciones cotidianas y culturales, cuanto como actividad intencionada que está constituida por reglas y resultados posibles que ponen en acción relaciones sociales, afectivas e intelectuales.

Los llamados "juegos tradicionales" son presentadas por algunas experiencias como la oportunidad de conectar la actividad de conocimiento con la vida cotidiana y como una fuente inagotable de recursos didácticos para acceder al desarrollo de competencias en los ámbitos lógico, numérico y geométrico. Los autores que se consultan en este sentido son principalmente Huizinga, Martín Gardner, Perelman y Vos Savant.

La relación matemáticas-cotidianidad se asume también desde el enfoque de la formulación y solución de problemas. Las experiencias que asumen principalmente las posturas de George Polya, Alan Schoenfeld y Roland Charnay, entre otras, transfieren las teorías de estos autores al análisis y solución de situaciones problemáticas tomadas de contextos cotidianos, lo que permite la ubicación del proceso reflexivo en ámbitos conceptuales de orden numérico, estadístico y variacional principalmente.

2.1.3 Una nueva perspectiva curricular en matemáticas

La búsqueda de una nueva orientación para el currículo de Matemáticas está presente en la casi totalidad de las experiencias presentadas al VII Foro Educativo Distrital. Aunque la innovación curricular no sea el ámbito en el que pueda ubicárselas, sí es evidente que casi todas las experiencias hacen alusión a la necesidad de completar el campo de acción cuando se ponen en práctica los planes de estudio en Matemáticas; en este sentido, el documento más citado es el de LINEAMIENTOS CURRICULARES en lo referente a la necesidad de atender los cinco ámbitos que en él se proponen (numérico, geométrico, métrico, aleatorio, variacional) con el cumplimiento de los tres PROCESOS GENERALES que, de igual manera, sugiere el documento, a saber, RAZONAMIENTO, MODELACIÓN Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

De otra parte, el apoyo teórico se busca en el proyecto MEN "Incorporación de nueva tecnología al currículo de la educación básica y media de Colombia" cuando el interés de las experiencias es el de indagar sobre la viabilidad de un currículo basado en el uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas.

2.2 <u>Perspectivas metodológicas de las experiencias</u>

2.2.1 El enfoque constructivista

La propuesta metodologica más usual entre las experiencias presentadas al VII Foro Educativo Distrital, es la que se deriva del enfoque constructivista. De acuerdo con los planteamientos que aparecen en algunos documentos, se trata de un modelo basado en un paradigma central según el cual es el mismo estudiante quien construye sus conocimientos a partir de sus propias acciones; el enfoque metodológico de los proyectos hace referencia a la naturaleza de dichas acciones como "la fuente que permite al estudiante establecer nexos con los objetos del mundo y construir conceptos a partir de sus conocimientos previos y de su experiencia".[1]

El enfoque constructivista se asocia en algunas ocasiones a la posibilidad de desarrollo de pensamiento lógico principalmente en los grados iniciales de escolaridad; desde este punto de vista se considera que la acción escolar debe propiciar "las condiciones que impulsen a los niños a las construcciones necesarias para establecer relaciones lógicas implicadas en los conceptos matemáticos".[2]

La metodología constructivista hace alusión, por otra parte, a algunos principios que se suponen orientadores del desarrollo del pensamiento matemático tales como el principio de *globalidad* que establece la simultaneidad del desarrollo en los diferentes ámbitos; el principio de *integralidad* que obliga a reconocer al niño en la totalidad de sus dimensiones; el principio *de lo lúdico* que posibilita un aprendizaje autónomo y placentero y el principio de *reconocimiento a la diferencia* que proclama la necesidad de no estandarizar a los niños en su desarrollo intelectual.

Desde esta perspectiva metodológica, el papel que se le adjudica al maestro adquiere gran relevancia por cuanto se le reconoce como artífice natural del éxito de la labor pedagógica, a la par con la acción de sus alumnos.

El docente es reconocido como mediador, facilitador o animador de procesos; la metodología constructivista pregona la renuncia al protagonismo de los docentes y la actividad, ella sí protagónica, de los estudiantes. Se hace alusión, entonces, a unos "métodos alternativos de docencia que exigen que el papel del profesor cambie de ser un dispensador de información a ser un facilitador del aprendizaje, de ser director a ser catalizador y entrenador".[3] Y desarrollando el mismo planteamiento otra de las experiencias sostiene que "el maestro solo debe ser un orientador que junto con el programa contemple el desarrollo psíquico y físico del educando, que trace un proceso que partiendo de la observación de los hechos concretos y tangibles, culmine con la conclusión elaborada por el propio alumno".[4]

El constructivismo, en tanto enfoque metodológico, es presentado por algunas experiencias como el fundamento didáctico del proceso "donde el manejo de niveles de representación de diferentes grados de complejidad, dinamiza y otorga sentido al proceso de aprehensión de conceptos..." Es decir, se asocia la dinámica constructivista a la representación de los objetos matemáticos primero en el nivel de manipulación de elementos tangibles, y posteriormente en los niveles gráfico y simbólico. De esta manera, se hace alusión al desarrollo de la *función simbólica*, "pues se trata ya de representar acciones que son intangibles, pero que muestran resultados en la transformación de las propiedades iniciales de los objetos; es ahí cuando se puede decir que se *construye conocimiento* junto con los pares, en forma interactiva con ellos, defendiendo las propias ideas, respetando reglas, llegando a acuerdos, proponiendo argumentos, en fin, llegando al conocimiento".

2.1.1 El método de solución de problemas

El planteamiento y solución de problemas se erige como una herramienta metodologica de pleno valor en un buen grupo de experiencias, por cuanto se considera que la actividad matemática gira en torno de la creación de "situaciones que permitan al estudiante explorar problemas, plantear preguntas, reflexionar sobre modelos y estimular representaciones...[7]" En temáticas de diversa índole, ya sea poniendo a prueba la actividad lúdica como dinamizadora del aprendizaje, o buscando nuevos ámbitos para el desarrollo del pensamiento geométrico, o auscultando el impacto del uso de la tecnología informática en el aula de matemáticas, el planteamiento y solución de problemas aparece como un proceso de carácter integrador que posibilita la construcción de sentido a la acción educativa, y permite el ejercicio de estrategias cognitivas como la organización de información, la representación de situaciones, la argumentación, el planteamiento de conjeturas e hipótesis y la contrastación de resultados.

El enfoque de planteamiento y solución de problemas se asocia, igualmente, a la creación de ambientes de aprendizaje de naturaleza lúdica y creativa, que se suponen propicias para el surgimiento de situaciones que dan lugar a enunciados de problemas originales y creativos.

1 CED Nuestra Señora del Rosario
2 CED Tibabuyes Universal
3 Colegio Andrés Escobar
4 Colegio Distrital Ciudad Bolívar

De esta manera, la propuesta metodológica se diseña en la perspectiva de favorecer el desarrollo de estructuras matemáticas, así como en la posibilidad de que los estudiantes recreen el trabajo del matemático al "ensayar diferentes estrategias de solución y revisar tanto el plan diseñado como las soluciones obtenidas, para hacer generalizaciones acerca de la dependencia entre las condiciones del problema y la solución".[8]

Se trata, por otra parte, de un enfoque que da contenido a otras estrategias metodológicas como el constructivismo y la unidad didáctica, las que adquieren entonces un mayor estatus en su acción organizadora. En este caso, por ejemplo, el método de solución de problemas aparece como el método de gestión de la Unidad didáctica, mediante el cumplimiento, por una parte, de un objetivo metodológico consistente en aprender a resolver problemas, a investigar, a comunicar, a argumentar, y a aceptar las críticas; y, por otra parte, de un objetivo cognitivo consistente en la construcción de nuevos conocimientos a partir de la situación didáctica.[9]

En otro caso, el enfoque de solución de problemas se aplica como unidad de análisis de los logros que los estudiantes obtienen en un proyecto que indaga sobre el impacto de la incorporación de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Se espera, en esta oportunidad, que los estudiantes "avancen en desempeños como el uso de diferentes estrategias de solución que involucren distintas temáticas, la generalización de soluciones y el planteamiento de posibles soluciones para obtener generalizaciones intuitivas con éxito".[10]

2.1.1 La unidad didáctica

Las unidades didácticas son otro recurso metodológico significativo para algunas de las experiencias. Se trata de estructuras conformadas por bloques de actividades coherentes entre sí, que buscan la apropiación de un concepto o cuerpo de conceptos, mediante la puesta en práctica de una serie de acciones que atienden, de manera sistemática y gradual, las diferentes etapas de acercamiento al objeto de conocimiento.

Una de las experiencias que pone a prueba la efectividad de una unidad didáctica, se pregunta acerca de la posibilidad de "lograr que los estudiantes identifiquen patrones y regularidades numéricas y geométricas, donde se manifiesten procesos matemáticos usuales, para estudiar el comportamiento de una sucesión y encontrar el término n-ésimo".[11] La experiencia comienza con el análisis de regularidades y patrones de tipo numérico y geométrico, avanza con la identificación y descripción de regularidades numéricas y posibilita el acceso a la descripción y construcción de elementos conceptuales que permiten encontrar el término n-ésimo de una sucesión.

De alguna manera, el diseño, ejecución y evaluación de la *unidad didáctica* se enmarca en los principios de la Pedagogía activa "donde el educando interactúa con la información y va construyendo el conocimiento con el acompañamiento y orientación de cada uno de los profesores del área, dándole importancia al desarrollo humano integral";[12] se trata, en este caso, de un enfoque metodológico que se orienta a la atención de la integralidad de los procesos, tanto los relacionados con la apropiación del conocimiento en sí, como los que tienen que ver con el desarrollo afectivo de los estudiantes involucrados.

Desde otra perspectiva, la unidad didáctica se diseña y se planea como ámbito de gestión de la acción educativa en una secuencia que comprende actividades de introducción o diagnóstico, actividades de reestructuración, actividades de profundización y actividades de evaluación. Una de las experiencias que presenta este enfoque llama la atención sobre el hecho de que las actividades que constituyen la unidad didáctica "no representan una secuencia lineal del actuar del maestro, sino que están implícitas en la manera como éste desarrolla la secuencia didáctica".[13]

En forma análoga a la anterior, la unidad didáctica aparece en otras ocasiones como una especie de ámbito de organización de contenidos que conectan, en lo posible, varios sistemas matemáticos. La "puesta en escena" de la perspectiva teórico-metodológica se basa, en esta oportunidad, en la

5 Colegio Distrital Juan Francisco Berbeo
6 Idem
7 Unidad Básica Rafael Uribe Uribe
8 Colegio Distrital José María Córdoba

9 CED San José Sur Oriental
10 Colegio Distrital Benjamín Herrera
11 INEM Santiago Pérez
12 Colegio Mixto de Integración Moderna
13 CED San José Sur Oriental

concreción de actividades tales como ejercicios de ubicación en el entorno matemático; realización de juegos basados en reglas; abstracción de los objetos de conocimiento; representación gráfica y verbal de lo aprendido; simbolización como expresión de objetos en el lenguaje matemático; generalización a través de la organización de las descripciones en un sistema formal de enunciados matemáticos y aplicación o empleo de los nuevos conocimientos en contextos variados mediante la formulación y solución de problemas.[14]

Las experiencias que basan su metodología de trabajo en las unidades didácticas se proponen desarrollar una visión estructural, más sistemática y globalizante de la educación matemática, concordante la mayoría de las veces con los propósitos y referentes conceptuales del respectivo Proyecto educativo institucional.

2.1.1 El trabajo en grupo

La dinámica grupal aparece también como un recurso metodológico-didáctico común entre las propuestas de innovación, pues se la asume como un ámbito importante de desarrollo de procesos, de elaboración de acuerdos y de confrontación de resultados. La solución de problemas, por ejemplo, se aborda generalmente mediante la conformación de grupos de trabajo en los que se pone de relieve que los estudiantes "exploran, se plantean preguntas y son orientados para que analicen, generalicen, sintetizcen, hagan diferentes representaciones y creen modelos".[15]

La metodología de trabajo en grupo es resaltada por algunas experiencias como un espacio de desarrollo autónomo en el que el papel del docente es el de animador o acompañante, pues en algunos casos se plantea que mientras se desarrolla el trabajo "el maestro observa el desenvolvimiento del grupo e interviene en los casos necesarios (según su criterio) o cuando los estudiantes lo solicitan; también verifica el interés que despierta la propuesta, el grado de dificultad que ésta encierra para los estudiantes y la manera como cada uno lo supera".[16]

El aprendizaje autónomo, como fin primordial de la educación, encuentra también, para algunas de las experiencias, un ámbito de realización exitosa en el trabajo en pequeños grupos. Se considera que "el pequeño grupo es un espacio de interaprendizaje; como grupo es un ser viviente que se genera una vez que los estudiantes toman la decisión de agruparse y se desarrolla como entidad colectiva a través de la vivencia del proceso de interacción".[17]

Se reconoce igualmente la riqueza didáctica que ofrece el trabajo en pequeños grupos, en tanto es posible que de la actividad grupal se generen aprendizajes y desarrollo de habilidades como las de escuchar y tomar notas; organizar, comunicar y tomar decisiones; discutir, llegar a acuerdos y solucionar problemas.

2.1.2 La metodología de proyectos

Se trata de una forma de organizar tanto el trabajo del grupo de docentes innovadores como la propuesta metodológica que se desarrolla en el aula de clase. En relación con el primer aspecto, el enfoque pedagógico del trabajo por proyectos está orientado a facilitar los procesos de integración curricular mediante la actualización teórica de los docentes, la recuperación de sus experiencias acumuladas dentro y fuera del aula y la elaboración de documentos escritos acerca de su experiencia educativa. De la misma manera, de acuerdo con lo que una de las experiencias expresa, el trabajo por proyectos "permite establecer los conocimientos previos de los alumnos, de tal forma que el docente tiene una base más real acerca de los aspectos en los que debe incidir con más fuerza para lograr el desequilibrio, la reacomodación de los conceptos y la estructuración de las concepciones sobre sí mismo, la sociedad y la naturaleza".[18]

Referida al trabajo que se diseña y ejecuta en el aula de clase, la metodología de proyectos apunta a la organización de la labor educativa en fases bien caracterizadas, cada una de ellas con una finalidad e identidad específicas dentro de la estructura global de la actividad. Alguna de las experiencias se refiere a la elaboración de un *subproyecto* en el que se identifican

[13] CED San José Sur Orientalv
[14] Colegio Distrital Toberín
[15] Colegio Distrital Gustavo Restrepo
[16] CED República Federal de Alemania

[17] Colegio Nuevo Gimnasio
[18] Instituto Militar Antonio Ricaurte

las necesidades de conocimiento personales y de la comunidad; posteriormente viene la elaboración y ejecución del *proyecto* en el que se da concreción a la actividad específica que atiende la necesidad detectada; lo anterior acompañado de la discusión y toma de decisiones acerca de la *metodología* que soporta el desarrollo del proyecto, en el cual se articulan todas las áreas del conocimiento.[19] Otra de las experiencias describe las cuatro fases que constituyen su propuesta de trabajo por proyectos, que se configuran como actividades centrales de la innovación; tales fases se describen como la etapa de motivación, la etapa de investigación, la etapa de ejecución o creación y la etapa de evaluación.[20]

La metodología de proyectos aparece, dentro de la perspectiva teórica del grupo de experiencias que la adopta, como una "alternativa tendiente a superar la concepción tradicional de considerar la acción educativa para el desarrollo del niño, como una sumatoria de áreas del conocimiento o por actividades separadas y sin sentido[21]..." En oposición a esta postura, la experiencia propone la búsqueda de un eje articulador que propicie una visión totalizadora de los objetos de conocimiento y que dinamice el manejo de relaciones interpersonales, así como la argumentación y comunicación de aquello que se conoce.

2.1.3 Acerca del enfoque investigativo

Un reducido número de experiencias plantea una intencionalidad investigativa de sus propuestas pedagógicas en matemáticas; dentro de ese pequeño grupo aparecen proyectos en los que los autores se describen en su propósito de cohesionarse como grupo y "lograr un trabajo colaborativo que permita a los estudiantes superar las dificultades con la asignatura y aprender matemáticas, utilizando como estrategia la solución de problemas".[22]

Es decir, la actividad investigativa se dirige tanto a la consolidación de equipos de trabajo basados en el estudio y análisis compartido de la problemática educativa, como a la experimentación en el aula de enfoques metodológicos innovadores, con el fin de establecer su validez y pertinencia. Se habla, por ejemplo, de la metodología de investigación-acción como aquella que se aplica para analizar la puesta en práctica de la solución de problemas como actividad fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y también para iniciar a los estudiantes en procesos de investigación en el aula a través de la solución de problemas abiertos.

Otra de las experiencias formula herramientas de corte etnográfico como un enfoque cualitativo que se apoya en los testimonios de los profesores participantes y en los estudios hechos por ellos sobre características de la población estudiantil; el documento señala que durante el desarrollo de la experiencia "se hace uso de herramientas de la investigación cualitativa centrada en la recolección, sistematización, interpretación y comparación".[23] El objetivo de la experiencia, consistente en diseñar, organizar, ejecutar y sistematizar algunas dinámicas de trabajo en el aula de matemáticas, es buscado también con elementos de la Investigación-acción por cuanto en una etapa inicial se trabajan dentro del aula actividades matemáticas que son posteriormente analizadas y sistematizadas para establecer su utilidad en la consecución de los objetivos del proyecto.

Es decir, la actividad investigativa se dirige tanto a la consolidación de equipos de trabajo basados en el estudio y análisis compartido de la problemática educativa, como a la experimentación en el aula de enfoques metodológicos innovadores, con el fin de establecer su validez y pertinencia. Se habla, por ejemplo, de la metodología de investigación-acción como aquella que se aplica para analizar la puesta en práctica de la solución de problemas como actividad fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y también para iniciar a los estudiantes en procesos de investigación en el aula a través de la solución de problemas abiertos.

La actividad investigativa aunque incipiente al interior de las experiencias participantes en el VII Foro Educativo Distrital se orienta a la adopción de enfoques y prácticas que muestren resultados acordes con las perspectivas teóricas, pedagógicas y de desarrollo profesional de los grupos de docentes que participan en el proceso innovador.

19 Colegio Juan Rulfo
20 Instituto Militar Antonio Ricaurte
21 Colegio Distrital Rodrigo Lara Bonilla
22 Colegio Bilingüe de la Universidad El Bosque
23 CED Unión Europea

2.1 Formas de evaluación en matemáticas

El componente "Seguimiento y evaluación" propuesto dentro del esquema básico de los documentos, mostró cierto grado de resistencia para su inclusión por parte de los grupos de docentes. En efecto, aproximadamente el 30% de las experiencias no hizo ni una breve alusión a la manera como evalúan el desempeño de sus estudiantes en el marco de la nueva propuesta, ni desarrolló un planteamiento acerca del enfoque manejado en este aspecto.

Las experiencias pertenecientes al 70% restante describen con diferente grado de profundidad su enfoque evaluativo y se refieren a uno o varios de los siguientes elementos:

La evaluación se orienta no solamente a mirar el desempeño de los estudiantes sino a analizar la efectividad de la experiencia misma; para ello se diseñan, por ejemplo, herramientas de diferente naturaleza que permitan sistematizar actividades de aula, resultados de puestas en común de los trabajos, logros alcanzados por los estudiantes, distintos tipos de sugerencias de padres de familia y estudiantes, etc., lo que se toma como insumo para la reflexión y toma de decisiones sobre ajustes o replanteamientos de la experiencia.

La evaluación se aborda como un proceso permanente, integral y cualitativo; un número significativo de experiencias se apoya, también para esbozar su enfoque evaluativo, en los Lineamientos curriculares del MEN. En este sentido, los documentos se refieren a una práctica evaluativa que tiene en cuenta la actitud e intereses de los estudiantes, así como el avance en su capacidad para comprender y asimilar informaciones y procedimientos.

Otra referencia que aparece con alguna frecuencia es la relativa a las formas de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación. La autoevaluación se asume como práctica que permite la autorreflexión y la regulación de las propias acciones; la coevaluación permite compartir las experiencias de aprendizaje con los compañeros y la heteroevaluación ubica el aprendizaje contrastándolo con los niveles de logro esperados.

[23]CED Unión Europea

Los resultados que logran los estudiantes en la clase de matemáticas se confrontan entre sí a través de concursos; varias experiencias describen la organización de actividades análogas a las Olimpiadas matemáticas para socializar los avances de los estudiantes y como forma de preparación para las Pruebas de competencias y del ICFES.

Algunas experiencias plantean que es indispensable abordar el proceso evaluativo identificando, con antelación al desarrollo de la experiencia, los conceptos previos que manejan los estudiantes acerca de los contenidos y acciones que se van a trabajar. Para ello se diseña y se aplica un pretest, cuyos resultados sirven para dar orientación inicial a la propuesta; luego se registran de manera sistemática los logros que se van obteniendo a lo largo del proceso de innovación y se aplica posteriormente otra prueba o postest, de mayor complejidad que la inicial con el fin de establecer el nivel de logro del grupo de estudiantes. Las experiencias no describen, en este caso particular, las categorías que se tienen en cuenta para sustentar el concepto valorativo.

Los aspectos que se tienen en cuenta para establecer la validez de las experiencias se refieren principalmente a la nueva actitud de los estudiantes ante la clase de matemáticas; esta situación se presenta insistentemente como muestra de la calidad de las propuestas de innovación. Se arguye, en estos casos,que el nivel de impacto de las experiencias en la realidad institucional, se establece fundamentalmente por el interés y alegría con que los estudiantes acogen las nuevas prácticas.

Es evidente el interés de algunos grupos de docentes por clarificar su postura conceptual y didáctica frente al tema de la evaluación; también lo es la necesidad de involucrar a todo el magisterio en esta discusión. Están dadas las condiciones para seguir avanzando, entre otros asuntos, en la reflexión acerca de la forma como se establece el grado de avance de los estudiantes; el empleo que se le daría a esa información para mejorar los procesos de aula; la manera de asumir el error como herramienta didáctica o las posibilidades de personalizar la atención sobre los procesos de aprendizaje de los estudiantes en las condiciones de trabajo de nuestras instituciones educativas.

3. EJES TEMÁTICOS ATENDIDOS POR LAS EXPERIENCIAS

Un intento de clasificación de las experiencias de acuerdo con el TEMA de principal interés, resulta de gran importancia para el presente Balance, por cuanto se trata de un acercamiento a aquellos asuntos que, para los docentes autores de las propuestas, se configuran como los ámbitos de realización de su tarea educativa; es decir, se trata de identificar los escenarios en los que los docentes de matemáticas encuentran mayor sentido a su labor pedagógica.

En ese orden de ideas, los grandes ejes temáticos identificados fueron:

3.1 Desarrollo del pensamiento matemático.
3.2 La actividad lúdica como impulsadora del aprendizaje en matemáticas.
3.3 La enseñanza y el aprendizaje de la Geometría.
3.4 Planteamiento y solución de problemas.
3.5 Impacto de la tecnología en el aula de matemáticas.
3.6 Interdisciplinariedad y matemáticas.
3.7 Formación de valores desde matemáticas.
3.8 Propuestas curriculares en matemáticas.

3.1 Desarrollo de Pensamiento Matemático

Se trata del ámbito donde se ubica la mayoría de las experiencias presentadas en los Foros Locales.

El interés por desarrollar procesos de pensamiento matemático en los estudiantes es manifiesto en un buen número de los proyectos de innovación socializados en el Foro; uno de los aspectos que es necesario destacar es el referido a una importante unidad de criterios en torno a los ámbitos de desarrollo de pensamiento matemático que deben atenderse desde la labor pedagógica, pues la mayoría de las experiencias dan cuenta de enfoques teóricos y actividades que tienen que ver con los ámbitos lógico, numérico, espacial, geométrico, variacional y estadístico. No todas las experiencias, por supuesto, dan cuenta de desarrollos en los diferentes ámbitos, pero sí es evidente la preocupación que surge en el sentido de dar mayor importancia a aquellos componentes del pensamiento matemático que han sido tradicionalmente desatendidos, tal como se reconoce en numerosos documentos.

Una de las categorías desarrolladas por las experiencias que abordan la temática de *desarrollo de pensamiento* es la CONSTRUCCIóN DE SIGNIFICADO de los nuevos conocimientos. Algunos de los elementos teóricos manejados en este sentido tienen que ver con el desarrollo de habilidades de pensamiento y con la creación de ambientes y contextos propicios para el ejercicio de operaciones mentales como las de "comparación, identificación, análisis, síntesis, clasificación, codificación y decodificación ..."[24]

Otro elemento conceptual relacionado con la CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO se ubica de manera explícita desde la postura del Constructivismo, según la cual "el significado es construido por el sujeto que conoce al interactuar con la cosa y la construcción siempre se da en un contexto social y cultural".[25] El desarrollo del argumento conduce a un postulado según el cual "el pensamiento logra niveles superiores de organización, no por la asimilación de mayor número y mejor calidad de habilidades específicas, sino por la mayor ESTRUCTURACIÓN de los sistemas conceptuales que las constituyen".[26] Desde esta perspectiva teórica se aborda la constitución de sistemas conceptuales como la articulación de los conceptos entre sí, mediante las relaciones y operaciones que se establecen entre ellos.

Se enfoca, por otra parte, el asunto del desarrollo del pensamiento como procesos de estructuración cognitiva que atienden acciones como la observación, la clasificación, el análisis y la síntesis, las cuales "contribuyen a mejorar la atención, la concentración y el desarrollo del pensamiento lógico".[27]

Otro grupo de experiencias da cuenta de discursos de construcción autónoma, es decir, de enfoques conceptuales que no corresponden a corrientes teóricas específicas sino que son resultado de la reflexión del grupo sobre su práctica diaria. Se habla, en estos casos, de la necesidad de generar o procurar la COMPRENSIÓN como una categoría que permitiría la representación de los conceptos y posibilitaría que los estudiantes pudiesen argumentar y aplicar los conocimientos adquiridos en la obtención de productos en los que "manifiesten su creatividad, la apropiación del conocimiento y la asimilación del mismo en su propia vida".[28]

Un pequeño grupo de experiencias basa el contenido de su propuesta en la teoría denominada MODIFICABILIDAD ESTRUCTURAL COGNITIVA cuyo autor, Feuerstein, desarrolla la idea según la cual toda modificación es un cambio cualitativo intencionado y está dirigido a provocar cambios de carácter estructural que modifiquen el curso y la dirección del desarrollo del organismo.

Se trata de modificar la inteligencia potenciando "esa energía que activa al individuo hacia una nueva forma de vida, a ser más capaz de responder a situaciones nuevas".[29] De acuerdo con el autor, la modificación se logra como resultado de la interacción del individuo con su entorno, ya sea a partir de la exposición directa a los estímulos del medio o a través de la acción de un *mediador* que pueden ser los padres o los maestros. La anterior teoría se concreta en la acción educativa cuando la enseñanza y el aprendizaje se orientan a descubrir el potencial de aprendizaje de los estudiantes, a descubrir sus capacidades y potenciarlas al máximo.

Otro aspecto al que algunas experiencias le otorgan un alto nivel de importancia dentro de la formación de procesos de pensamiento, es el que tiene que ver con la necesidad de desarrollar o "fijar" la atención como función psicológica primordial en el acto de conocer.

Al mejoramiento de la atención se le asocia la práctica de habilidades mentales como las de identificar, comparar, codificar, completar, clasificar, analizar y sintetizar, entre otras, pues se argumenta que se trata de actividades que permiten superar dificultades como "la falta de disciplina en el aula y la ausencia de laboriosidad en cuanto al método que se debe seguir en la resolución de problemas".[30]

Los propósitos orientados al desarrollo de pensamiento matemático, están casi siempre ligados a acciones metodológicas que propenden por la estimulación de procesos cognitivos, para una mejor comprensión y aprendizaje de los conceptos matemáticos. Se trataría, de esta manera, de convertir a las matemáticas en una herramienta para la comprensión de nociones y conceptos, así como para estimular el ingenio y la creatividad y para generar posibilidades de relacionar temas nuevos con otros ya conocidos.

Es así como algunas experiencias aluden a los principios de la Psicología cognitiva según los cuales es posible establecer un paralelismo "entre las funciones del cerebro humano y conceptos propios de la informática como codificación, almacenamiento, recuperación y ordenación de la información".[31] Se asocia, entonces, el desarrollo de pensamiento matemático al desarrollo de la INTELIGENCIA como capacidad para aprender o comprender y para hacer hincapié en las habilidades y aptitudes necesarias en el manejo de situaciones concretas, beneficiándose de la experiencia sensorial.

3.2 La actividad lúdica como impulsadora del aprendizaje en educación matemática.

El tema de la actividad lúdica presenta un alto nivel de frecuencia como asunto de interés central para los docentes que socializaron sus experiencias dentro el VII Foro Educativo Distrital. Se trata de la temática que ocupó uno de los mayores porcentajes (25.8%) frente al 11.5% de las experiencias en solución de problemas o el 4.7% de las que trataron el tema curricular.

Si se hace un análisis de la articulación entre problemática, justificación y objetivos de las experiencias que toman la *actividad lúdica* como temática central de su propuesta innovadora, se configuran unos elementos discursivos que dan cuenta del interés y preocupación de los docentes por lograr que el aprendizaje de las matemáticas se convierta para los estudiantes en una actividad placentera.

Una de las posturas teóricas asumida por algunas de las experiencias se refiere al papel que potencialmente cumplen los materiales básicos del juego en el proceso de enseñar y aprender matemáticas;

24 CED Palermo
25 Colegio Champagnat
26 Idem
27 Ateneo Integral Ana B. de Flórez
28 CED Unión Europea
29 CED Alvaro Gómez Hurtado

30 Colegio Distrital Juan Francisco Berbeo
31 Liceo Campestre Libertad Vased

En ese sentido se afirma que el empleo de materiales en la clase de matemáticas se orienta a suscitar o generar procesos intuitivos, que en un primer momento corresponden a un nivel de intuición visual directa, y posteriormente, gracias a la acción de la didáctica, comienzan a tomar el carácter de intuiciones inteligibles, es decir, intuiciones referidas ya no a los objetos mismos sino a sus representaciones y a las relaciones entre ellos. Además, el hecho de representar en forma gráfica los objetos y las acciones sobre los objetos es visto en principio como un juego dialéctico de pérdida y ganancia, por cuanto ello significa que paulatinamente se van dejando de lado algunos de los elementos del proceso, a fin de ganar otros más significativos para la conceptualización.

Se hace referencia, por otra parte, a la ausencia reiterada de la actividad lúdica en la práctica pedagógica tradicional de los docentes, por lo que se considera que es urgente, para la educación matemática, rescatar el juego entendido en esta oportunidad "como una actividad libre y natural que produce sensaciones de liberación, que hace parte del desarrollo humano, crea lazos especiales entre quienes lo practican y posee reglas a través de las cuales se crea orden y armonía".[32]

Además del estado placentero que produce la actividad lúdica en el trabajo escolar, un elemento conceptual considerado como muy relevante por los docentes, y que se destaca dentro del enfoque teórico de la mayoría de las experiencias, es el que se refiere al juego como una práctica tradicional en todas las culturas; como una actividad que dinamiza "ciertas acciones que conducen a una habilidad, al ejercicio de las aptitudes que permiten realizar descubrimientos por sí mismos y que forman la conducta".[33]

Es decir, las experiencias asumen el juego como una actividad que no es inocua ni gratuita sino que, por el contrario, "siempre tiene intenciones, comprende comportamientos, normas y resultados que afectan la estima, el asombro, la satisfacción, la emotividad, etc. y construye relaciones sociales, afectivas, emocionales e intelectuales".[34]

Una relación importante que establecen algunas experiencias, conecta la actividad lúdica en los estudiantes con una mejor disposición para la solución de problemas; es así como se destaca se destaca el hecho de que las reglas que se siguen durante una actividad lúdica determinada, crean las condiciones para avanzar en la búsqueda y en la construcción de relaciones nuevas entre los elementos constitutivos del juego, aspecto básico para la solución de situaciones problemáticas; se considera que "los diferentes conocimientos se construyen a partir de situaciones concretas con las que el estudiante esté familiarizado, y que a partir de ellas es posible que participe activamente en la elaboración de los conceptos correspondientes".[35]

Algunas instituciones de educación no formal están igualmente avanzando en el diseño de propuestas pedagógicas para el desarrollo del pensamiento matemático, basadas fundamentalmente en la actividad lúdica. Las correspondientes propuestas son presentadas a las instituciones de educación formal y como resultado de procesos investigativos en el desarrollo de sus propuestas han llegado a planteamientos relacionados con la disposición de los docentes hacia la aceptación de este tipo de enfoque. Igualmente dan cuenta de resultados relacionados con el hecho de haber encontrado en los juegos que han implementado y desarrollado "múltiples planteamientos de problemas de contenido lógico y matemático, cada uno de los cuales ofrece la posibilidad de un desarrollo o proyecto particular si el docente así lo decide".[36]

La mayoría de las experiencias basadas en la actividad lúdica, reportan resultados halagadores en los grupos de estudiantes. Se percibe, en tal sentido, un buen nivel de coherencia entre el problema detectado (apatía, miedo) y los logros que se obtienen, los cuales se enuncian principalmente como una actitud nueva en la clase de matemáticas, así como en los mejores desempeños observados. Algunas experiencias destacan el hecho de que los estudiantes "mediante la lúdica han visto enriquecidas las vías para un acercamiento desprevenido pero no superficial hacia las matemáticas, la razón de ser de ellas verificadas en la aplicación efectiva en la cotidianidad y en un mejoramiento proporcional en la comprensión y manejo de nociones y conceptos en esta área".[37]

[32] CED La Cabaña
[33] CED Buenavista
[34] Grupo Artemaática
[35] Colegio Santa Ana

Se plantean igualmente logros relacionados con la formación de habilidades mentales que se ejercitan durante la actividad lúdica. De acuerdo con lo que algunas experiencias reportan, la práctica de juegos didácticos en la clase de matemáticas posibilita y arroja resultados en el desarrollo de capacidades como la de "identificar características esenciales y accesorias; codificar con símbolos como estrategia de pensamiento; completar metáforas, series, analogías y esquemas, clasificar temas propuestos, figuras, formas y colores; analizar partes de un todo; sintetizar resumiendo en forma de conclusiones..."[38]

De alguna manera, el enfoque pedagógico basado en la actividad lúdica aparece, para algunos grupos de docentes, como el más apropiado para ganar la voluntad de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, para superar la disociación entre matemáticas y vida cotidiana y para obtener mejores desempeños académicos como resultado de las posibilidades de acción y de ejercicio del pensamiento lógico que ofrecen los diferentes juegos puestos a prueba durante las innovaciones.

3.3 Planteamiento y solución de problemas

El grupo de experiencias que asumen como tema principal el planteamiento y solución de problemas, lo hacen atendiendo a la posibilidad de esta temática de erigirse en el eje central del currículo de matemáticas, y en el reconocimiento que han hecho la mayoría de los pedagogos de las matemáticas, según la cual la tarea principal, durante la actividad matemática, es la de resolver problemas.

Uno de los planteamientos que se toma como referente es el que esboza el documento LINEAMIENTOS CURRICULARES EN MATEMÁTICAS, en el que el planteamiento y solución de problemas aparece como uno de los PROCESOS GENERALES que deberán atenderse en el currículo de matemáticas junto con el RAZONAMIENTO y la MODELACIÓN.

De la lectura de este grupo de experiencias se puede inferir el interés que existe entre los docentes-autores por configurar estrategias didácticas que permitan *"brindar a los estudiantes herramientas que les aporten a la adecuada comprensión de enunciados, convencidos de que esta comprensión es definitiva para la solución exitosa de los problemas ....* "[39] De otra parte, se insiste en atender, desde la perspectiva didáctica del planteamiento y solución de problemas, las exigencias que le hace la sociedad a la escuela en el sentido de asegurar a todos los ciudadanos "la posibilidad de poseer una cultura matemática básica que enriquezca su conocimiento, con la posibilidad de aplicarlo en la solución de problemas diversos, abiertos, comunes y complejos".[40] Casi la totalidad de las experiencias comparten el punto de vista según el cual un problema lo es cuando implica un reto, cuando su solución no es obvia ni mecánica sino requiere de un proceso de análisis, ejecución y contrastación en el que entran en juego estructuras mentales y heurísticas de diferente naturaleza; existen, en general, acuerdos en el sentido de identificar como características de los problemas el hecho de que tengan un reto; "que sean difíciles pero accesibles; que demanden un plan y una reflexión, es decir que no se puedan resolver instantáneamente; que permitan varias soluciones; que incluyan una variedad de procesos matemáticos y operaciones pero no en formas obvias y rutinarias..."[41]

Acerca de las etapas que se cumplen para la solución de un problema, las experiencias comparten las posturas teóricas de Polya, Schonfeld y Mayer, entre otros. Se percibe una insistencia bastante significativa en la necesidad de formar a los estudiantes en el cumplimiento de las fases de "comprensión de problemas, concepción de un plan de solución, ejecución del plan y evaluación de la solución obtenida".[42] La apropiación y afianzamiento de cada una de estas fases o etapas, se apoya en la reflexión en torno a las preguntas que sería necesario hacer con el fin de orientar el proceso cognitivo hacia la identificación de los elementos metodológicos y procedimentales que permitan la solución que se busca.

La propuesta de Howard Gardner en su teoría de la Inteligencias múltiples sirve de soporte conceptual para algunas de las experiencias.

36 Institución Philos Lógica Lúdica
37 CED La Cabaña
38 Colegio Distrital Juan Francisco Berbeo

39 Colegio Distrital Carlos Arango Vélez
40 Instituto Colsubsidio de Educación Femenina ICEF

En su planteamiento, Gardner define la inteligencia como la *capacidad de resolver problemas* y la inteligencia lógico-matemática como una *habilidad preparada poderosamente para manejar determinada clase de problemas*. Las experiencias basadas en la teoría de Gardner reconocen que dicha teoría fue de gran importancia en el momento de "definir la resolución de problemas como metodología de la enseñanza de las matemáticas".[43]

Vale la pena hacer referencia a dos experiencias que atienden dimensiones particulares y novedosas en lo concerniente a la solución de problemas. Una de ellas se propone desarrollar la competencia para plantear y argumentar hipótesis y regularidades. La experiencia sigue una metodología basada en la implementación de los Programas guía de actividades PGA, que consisten en estructurar una serie de actividades interconectadas lógicamente que guían al estudiante en la solución de problemas. Las actividades están organizadas para cumplir las etapas de "iniciación (indagar ideas previas), de desarrollo (reconstruir y afianzar conocimiento) y finalización (validar el conocimiento argumentando experimental y teóricamente a la vez que se da solución a situaciones y necesidades relacionadas con el entorno). La estrategia incluye, además, análisis de situaciones cotidianas, formulación de hipótesis, elaboración de escritos y síntesis, solución de situaciones problema, puestas en común y diseño y elaboración de máquinas".[44]

La segunda experiencia[45] presenta un enfoque técnico y metodológico que resalta la importancia de los *recursos cognitivos* y de las herramientas denominadas *heurísticas* como componentes esenciales para tener éxito en la solución de un problema.

En el planteamiento, se consideran como recursos cognitivos los hechos, algoritmos o procedimientos específicos del dominio matemático necesarios para la solución de problemas; por lo tanto, en la carencia de tales recursos se podría buscar la explicación a un intento fallido en la solución de un problema.

Por otro lado, las heurísticas o reglas y métodos para el descubrimiento y la invención para progresar en situaciones difíciles, son consideradas como poco usuales en el proceso de resolver un problema. Es decir, puede ser que se disponga de conocimientos específicos del tema o dominio matemático del problema, pero falla el conocimiento de reglas para superar las dificultades en la tarea de resolución. Algunas de las heurísticas que ayudan al individuo o grupo a comprender mejor el problema y a hacer progresos hacia su solución se refieren, por ejemplo, a la búsqueda de problemas análogos ya resueltos, y a la representación de las condiciones del problema empleando diferentes medios.

En general, la temática de solución de problemas comienza a tomar fuerza en su papel de metodología central en la educación matemática pues se reconoce su potencial tanto para la construcción de conceptos como para la aplicación y uso de nuevos conocimientos, mediado todo ello por la posibilidad de argumentar y comunicar la forma como se está razonando cuando se aprenden matemáticas.

3.4 Tecnología y Matemáticas

La incorporación de Tecnología computacional e informática al aula de matemática constituye tema de gran interés para un número creciente de docentes de Matemáticas. Los grupos que ya se han comprometido con el diseño y desarrollo de experiencias en tal sentido, abundan en la justificación de su decisión con razones como las que a continuación se plantean.

El desarrollo tecnológico a nivel mundial exige la incorporación de herramientas tecnológicas tales como el computador y la calculadora "como instrumentos mediadores de la construcción de conocimiento en el aula de matemáticas",[46] con el fin de que la educación matemática se mantenga a la par con los cambios y exigencias de la sociedad contemporánea.

En otros argumentos, los grupos de docentes innovadores hacen referencia a las conclusiones consignadas en el documento "Colombia al filo de la

41 Liceo Magdalena Ortega de Nariño
42 Colegio Distrital Nocturno Simón Rodriguez
43 Colegio Bilingüe de la Universidad El Bosque

44 CED Nueva Esperanza
45 Colegio Distrital Nocturno Simón Rodriguez

oportunidad" en el que los integrantes de la Misión de Ciencia, Educación y Desarrollo destacan el valor educativo que tiene el uso de los computadores, en lo referente a la posibilidad que ofrece a docentes y estudiantes de formarse en el manejo de sistemas interactivos y de redes, así como la oportunidad didáctica que representan en tanto constituyen un material de aprendizaje de gran riqueza y creatividad.

El hecho de superar la vieja tecnología centrada en tiza, tablero, lápiz, papel y regla y reemplazarla por programas de software (como Derive, Cabri, micromundos) y por instrumentos tecnológicos de avanzada (como la calculadora gráfica y el computador) permite que a docentes y estudiantes les quede "más tiempo para explorar, entender, aplicar el concepto mismo y aún para la resolución de problemas".[47]

Se argumenta, igualmente, en contra de la postura de algunos docentes y directivos según la cual, el uso de computadores y calculadoras significaría un desmedro en el aprendizaje por cuanto las herramientas tecnológicas harían todo el trabajo; en tal sentido se afirma que si se diseñan didácticas apropiadas, el uso de las calculadoras puede permitir a los estudiantes pasar de la mecánica y el sin sentido de los cálculos y de la simple manipulación de objetos algebraicos y geométricos, a hacer reales las matemáticas comprendiendo su significado y valor.

Los enfoques teóricos que se referencian como aquellos que otorgan sentido y fundamento al uso de Tecnología en la clase de matemáticas son, entre otros, los que en seguida se reseñan, haciendo la acotación de que se trata de elementos conceptuales compartidos por la mayoría de las experiencias que basan su innovación en el uso de Tecnología.

Un primer enfoque conceptual que sustenta este grupo de experiencias es la teoría de la MEDIACIÓN INSTRUMENTAL, según la cual los actos cognitivos están mediados por instrumentos físicos y simbólicos; en ese sentido se hace alusión a la evidencia histórica según la cual el cerebro humano se triplicó a partir de la fabricación y el empleo de herramientas de trabajo.

[46]CED Heladia Mejía

Las herramientas tecnológicas serían parte de los sistemas de representación cuyo uso es un elemento que también ha incidido significativamente en el desarrollo del cerebro, y que se convierte, de esa manera, en el "factor fundamental para la actividad cognitiva".[48]

Otro elemento teórico en el que se apoya este grupo de experiencias es el de la COGNICIÓN SITUADA, que afirma que se aprende desde la situación de aprendizaje y con los instrumentos de aprendizaje allí dispuestos, por lo que se puede asegurar que "toda abstracción es contextualizada".[49]

En otro grupo de proyectos, el empleo de herramientas tecnológicas como computadores y calculadoras obedece al reconocimiento que se les hace en la tarea de ampliar las redes de conocimiento de los estudiantes de una forma más rápida y eficaz, logrando así una estructura conceptual más fuerte. En este propósito se reconoce la gran ayuda que ofrecen los programas graficadores, pues se considera que, en el caso del estudio del álgebra, por ejemplo, "permiten hacer una serie de análisis gráficos que logran conectar la ecuación, la gráfica y el análisis serial de la tabla de datos".[50]

Se insiste mucho en el ahorro de tiempo que significa el programa frente al empleo de lápiz y papel, tiempo que se emplea mejor en el análisis gráfico, mejorando así en los estudiantes la traducción entre varias formas de representación de un objeto algebraico.

Otra inquietud que fluye, a nivel teórico, es la relacionada con la necesidad de construir una especie de "estatus" para la geometría como punto de encuentro o de confluencia entre la matemática como teoría y la matemática como modelo. El software Cabri permite, en este caso, dar sentido a la postura epistemológica que considera a la matemática como la ciencia de modelos, pues el enfoque geométrico, mediante la utilización del software Cabri es el que hace "que estos modelos se puedan ver, imaginar, en una palabra, visualizar".[51] De esta manera, la geometría cumple su papel de paradigma de las estructuras de razonamiento deductivo.

[47] Colegio La Salle
[48] Colegio Distrital Compartir Meissen
[49] CED Heladia Mejía

3.5 Proyectos de innovación curricular

Las experiencias que dan cuenta de procesos de innovación en currículo y planes de estudio en matemáticas, lo hacen con referencia principalmente a dos situaciones: la promulgación del documento Lineamientos Curriculares por parte del Ministerio de Educación Nacional y el diseño y puesta en marcha del proyecto INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA DE COLOMBIA.

En relación con la primera situación se percibe un alto grado de interés en los docentes de varias instituciones, por adecuar los planes de estudio en matemáticas a los elementos teóricos desarrollados en los Lineamientos Curriculares y a los propósitos de su propio Proyecto educativo institucional. Se intenta, de esta manera, reformular el plan de estudios "para adaptarlo a las necesidades de los estudiantes y a las tendencias educativas actuales, de manera que los estudiantes obtengan mejores resultados tanto en la institución como en las evaluaciones del gobierno".[52]

Para lograr tal propósito, los proyectos de innovación curricular tienen en cuenta las directrices del MEN en las cuales se sugiere el desarrollo de procesos generales de comunicación, solución de problemas, razonamiento y modelación matemática mediante el aprendizaje de conocimientos básicos agrupados en cinco tipos de pensamiento: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, los cuales deberán desarrollarse durante la estadía completa de los estudiantes en el sistema escolar.

En este ámbito, vuelve a aparecer la solución de problemas como el aspecto de mayor énfasis de las propuestas de innovación. De manera persistente las experiencias aluden al proceso de solución de problemas como la actividad que puede ser considerada básica y fundamental en el área de matemáticas, pues se constituyen en "la herramienta para propiciar el aprendizaje significativo que puede ser ampliado y aplicado en diversas situaciones".[53] Se hace alusión también a la necesidad de "fomentar el razonamiento y la capacidad lógica de los alumnos, por encima del nuevo cálculo, a través del planteamiento y solución de problemas; por esto, no se trata de cambiar unos contenidos por otros, sino fundamentalmente y en primer lugar de un cambio como maestro para pasar en el aula de una situación de enseñanza a una situación de aprendizaje".[54]

El desarrollo del pensamiento lógico es otro de los ejes conductores propuestos por algunas de las experiencias de innovación curricular.

Este grupo de experiencias asume una metodología basada, en algunos casos, en aspectos relacionados con la estructura conceptual del proceso de enseñanza aprendizaje, y en otros casos, en los principios del enfoque constructivista. La referencia a la estructura del proceso enseñanza aprendizaje hace relación, por ejemplo, a "un análisis de contenido que muestra a través de un mapa conceptual los conceptos y procedimientos que tienen que ver con el conocimiento lógico-matemático; un análisis cognitivo en donde se trata de explicar la problemática cognitiva, enumerando algunos errores en el aprendizaje y las dificultades que tienen los estudiantes con relación al conocimiento conceptual y procedimental de la lógica, además se hace referencia a los conocimientos previos y prerrequisitos que deben tener los estudiantes para abordar el tema; y un análisis de instrucción y de la metodología implementada, en donde se hace alusión a la forma de enseñanza del tema, a los problemas u obstáculos que se han presentado, en qué se beneficiaría el estudiante al estudiar el tema escogido, los materiales y recursos que se han utilizado".[55]

Por su parte, la referencia metodológica al enfoque constructivista rescata teorías como "la ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN, que busca que los estudiantes comprendan los conceptos centrales de las disciplinas y asume el aprendizaje como secuencia o proceso, donde el profesor organiza, facilita y guía el aprendizaje; el APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO que concibe la construcción del conocimiento como un proceso de interacción entre la información nueva procedente del medio y la que el alumno ya posee (preconceptos) y el CONSTRUCTIVISMO con sus planteamientos según los cuales el aprendizaje construido requiere

[50] Colegio Distrital José Félix Restrepo
[51] CED Barranquillita

[52] CED Marruecos y Molinos
[53] Colegio Distrital La Merced
[54] Colegio Benposta Nación de Muchachos

una intensa actividad por parte de los estudiantes, lo que pone al maestro frente a una concepción participativa del proceso de aprendizaje: se asume el conocimiento como una construcción del ser humano en un proceso mental que finaliza con la adquisición de un conocimiento nuevo".[56]

La innovación basada en el empleo de herramientas tecnológicas en el aula de matemáticas, es el otro ámbito importante en el que se basan las experiencias en Currículo y plan de estudios.

Una buena parte de las experiencias que se presentaron al VII Foro Educativo Distrital, relacionadas con la temática currículo y plan de estudios forman parte del proyecto del Ministerio de Educación Nacional INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA DE COLOMBIA. La orientación que este grupo de proyectos le ha dado a su propuesta de innovación se apoya en los fundamentos teóricos de la propuesta nacional y en enfoques metodológicos derivados de la articulación de dichos fundamentos con los procesos generales propuestos en los Lineamientos Curriculares.

Los fundamentos teóricos de este grupo de experiencias tiene que ver, por ejemplo, con el *análisis funcional* según el cual el lenguaje matemático permite representar un objeto matemático de diversas maneras a partir de diferentes campos conceptuales con sus reglas particulares de funcionamiento; según esta teoría, algunos objetos matemáticos como las funciones, "pueden representarse por lo menos desde tres sistemas: simbólico, tabular y gráfico e inclusive, de acuerdo con varios autores, se puede hacer alusión a un sistema de representación dado por el lenguaje natural bien sea oral o escrito".[57]

La metodología de innovación curricular hace referencia, entre otras cosas, a la actividad cumplida por el equipo innovador consistente, por ejemplo, en el diseño de talleres que propician al interior del aula el cumplimiento de etapas de discusión, exposición de ideas y juicios y construcción de acuerdos, todo ello basado en el uso de tecnología portátil en el aula.

[55] Idem
[56] CED San Bernardino

En general, las experiencias que han puesto su interés en diseñar un currículo en matemáticas basado en el uso de nuevas tecnologías y que han logrado ya un nivel importante de consolidación de su propuesta, se orientan a lograr que los docentes trabajen en objetivos como el de " construir marcos de referencia para orientar las acciones que permitan enseñar y aprender matemáticas haciendo uso de la tecnología" y que los estudiantes puedan "aprender a hacer uso de La herramienta tecnológica para construir conocimiento matemático y ser responsables de la construcción de su propio conocimiento".[58]

3.6 Enseñanza y aprendizaje de la geometría

El estudio de la geometría se asume como uno de los ámbitos que requieren recuperar el interés de parte de docentes y estudiantes; el grupo de experiencias hace explícito el descuido al que se ha visto sometido en los últimos años este ámbito de la formación matemática, debido principalmente al auge que han tenido los sistemas numéricos y la teoría de conjuntos.

Las experiencias que toman como problema central la enseñanza y el aprendizaje de la geometría hacen referencia también a los resultados de los estudiantes en las Pruebas de competencias básicas en las que se han revelado las dificultades de los estudiantes en el razonamiento espacial y geométrico. Para enfrentar tales dificultades se parte de consideraciones relacionadas, por ejemplo, con la experiencia inicial de los niños en relación con su entorno físico; se tiene en cuenta que "desde muy temprana edad el niño empieza a tener experiencias directas con las formas de los objetos, ya sean juguetes o utensilios familiares, del espacio físico en el que se desenvuelven; de esta manera, comienza paulatinamente a observar, comparar y analizar la forma; a establecer relaciones espaciales entre las situaciones, adquiriendo así un conocimiento directo del entorno espacial de una forma intuitiva".[59]

Otro elemento en el que se apoyan las experiencias es la posibilidad de acceso a un componente artístico y estético a partir de la geometría; la apropiación de elementos conceptuales geométricos se logra, en este

[57] CED Brasilia

caso, a través del trabajo con teselados que significan el "recubrimiento de un plano formado por teselas, es Decir, piezas que no permiten ningún espacio entre ellas para formar mosaicos, utilizados por los antiguos árabes (bizantinos) y que estaban hechos en material como mármol y barro".[60] En esta situación particular se tiene en cuenta que el arte antiguo de los árabes se basaba en los mosaicos, los cuales requieren movimientos básicos en el plano como la rotación, la reflexión y la traslación, nociones que pueden inferirse de la actividad didáctica que la experiencia está poniendo a prueba.

El enfoque teórico que aparece de manera más frecuente en las experiencias sobre enseñanza y el aprendizaje de la geometría es la teoría de razonamiento espacial de Van Hiele quien propone cinco niveles de apropiación de los conceptos básicos de la geometría: un primer nivel en que las figuras se distinguen como un todo por sus formas, sin que se detecten relaciones entre ellas; un segundo nivel, en el que se adquiere conciencia de que las figuras constan de partes y que es posible establecer relaciones entre ellas; en el tercer nivel se clarifican las relaciones cuando se establecen conexiones lógicas que llevan a hacer inferencias a partir de experimentaciones prácticas; el cuarto nivel se caracteriza por la aparición del razonamiento deductivo y el quinto por la posibilidad de hacer comparaciones entre diferentes sistemas axiomáticos.[61]

Otro referente conceptual importantes es nuevamente la teoría de las Inteligencias múltiples; para el desarrollo de su propuesta, algunas experiencias se apoyan en la naturaleza de las inteligencias espacial, lógico-matemática y cinestésica-corporal, desarrollada por Howard Gardner. La inteligencia espacial es asumida como una potencialidad que tendrían los estudiantes para aumentar la capacidad de distinguir formas y objetos en ángulos insólitos, así como para mejorar la capacidad de percibir el mundo visual con precisión, fomentar la recreación de aspectos de la experiencia visual y percibir las direcciones en el espacio concreto y en el abstracto, entre otras opciones de desarrollo espacial. La inteligencia cinestésica-corporal, por su parte, es considerada como la capacidad de los estudiantes para "utilizar su propio cuerpo de manera diferenciada y ser hábil para fines expresivos, por lo que les permite ser capaces de utilizar objetos que impliquen una motricidad específica y utilizar su propio cuerpo para realizar actividades o resolver problemas".[62]

Respecto del enfoque curricular hay claras y constantes referencias al documento LINEAMIENTOS CURRICULARES del MEN; igualmente aparecen, aunque más esporádicamente referencias a la propuesta de estándares curriculares del NCTM (National Council of teachers of mathematics) en la que aparecen como desempeños básicos el desarrollo de capacidades para identificar, describir y crear modelos; dibujar y clasificar figuras geométricas; usar y deducir propiedades de las figuras geométricas; entender y aplicar las transformaciones geométricas y desarrollar el sentido de usar la geometría como una disciplina que sirve para estudiar el mundo físico, todas ellas operaciones constitutivas del desarrollo del sentido espacial y geométrico.

3.7 Interdisciplinariedad y matemáticas

Un pequeño grupo de experiencias asume el reto de desarrollar un enfoque interdisciplinario y, en ocasiones, transdisciplinario desde la práctica de la educación matemática. Se perciben tres grandes formas de interpretar lo relativo a la interdisciplinariedad desde las matemáticas que serán descritas brevemente por considerárseles de interés para los propósitos del presente balance.

En primer lugar, se entiende lo interdisciplinario como una acción de conocimiento que permite la aplicación de los conocimientos logrados en el área de matemáticas, en otras áreas del saber y en su desarrollo social.[63] En el caso particular de asignaturas como los sistemas y la contabilidad las experiencias se proponen lograr en los estudiantes que "comprendan e integren los conocimientos matemáticos y contables buscando que interioricen los conceptos de modo que les sean útiles en la solución de problemas, en la vida diaria y en situaciones diversas".[64] Es así como se orienta la actividad pedagógica buscando que los

58 Colegio Distrital Rodrigo Lara Bonilla
59 CED Nuevo Horizonte
60 Liceo Zhué

61 CED Avenida Chile
62 CED Los Pinos

estudiantes como complemento de su aprendizaje creen guías en las cuales plasmen el conocimiento adquirido durante el desarrollo de la clase, y que como refuerzo a la apropiación de los conocimientos desarrollen guías informáticas en las que retomen los conocimientos adquiridos en la clase de matemáticas y los apliquen en la labor contable.

Una segunda forma general de entender la insterdisciplinariedad se refiere a la necesidad de involucrar la clase de matemáticas en un contexto culturalmente amplio de manera que sea posible, por ejemplo, "orientar desde las matemáticas a los estudiantes en el manejo de la información verbal, audible, visual y/o escrita de las distintas formas de comunicación humana".[65] Se trata, desde este enfoque, de formar a los estudiantes en la disposición y en la capacidad para "que cada uno aprenda a tomar por iniciativa propia y no de los adultos sus propias decisiones frente al proceso vivido en los campos tanto académico como laboral, rescatando así el derecho a la equivocación y a la corrección en el contexto del mundo de la globalización, en otras palabras, que frente al campo de formación en el área de matemáticas, las competencias de interpretar, argumentar y proponer realmente los lleven a la construcción de modelos tanto teóricos como prácticos que beneficien el desarrollo científico y tecnológico del país".[66] La intención, en este caso, es la de buscar la conexión de las matemáticas con diversas corrientes del pensamiento al tiempo que se posibilita la apropiación de formas de conocer que son igualmente válidas en distintas disciplinas.

Como una tercera interpretación de lo que significa interdisciplinariedad se puede mencionar aquella que opta por una *integración* de campos diversos para obtener un conocimiento nuevo. Se alude, en este caso, a la ventaja que significa abordar el conocimiento "a través de miradas más globales, y la estructuración de metodologías y conceptos compartidos por varias disciplinas, desde donde se organizan las herramientas conceptuales, los marcos teóricos y los procedimientos, generando mayores capacidades y habilidades de los estudiantes para enfrentarse a problemas que trascienden los límites de las disciplinas o para enfrentar problemas nuevos en su vida como estudiantes o como futuros profesionales".[67]

En este caso particular, los autores de las experiencias seleccionaron cuatro ejes temáticos, a saber, Espacio, Tiempo, Hechos y Personajes, los cuales se constituyen en objeto de estudio de cada una de las áreas, incluida matemáticas, en un proceso que privilegia la estructura lógica y conceptual de cada una de ellas.

La misma experiencia incluye, como otro de sus aportes teóricos, una concepción de *transdisciplina* como una categoría que "apunta a desarrollar o adquirir experiencias metacognitivas, como el aprender a aprender, aprender en el cambio, la solución de problemas, la adquisición de valores y el desarrollo de la creatividad, entre otros".[68]

En general, las experiencias que manejan un enfoque de inter o transdisciplinariedad lo hacen buscando implementar un modelo alternativo de enseñanza y aprendizaje basado en la apropiación de conceptos fundamentales de cada una de las áreas, pero con una metodología que permita la proyección del individuo más allá de los límites de su contexto local hacia contextos más amplios de índole nacional y global.

3.8 La formación de valores a partir de las matemáticas

El punto de partida de las experiencias que se proponen la formación de valores al interior de la clase de matemáticas tiene realmente varias dimensiones, relacionadas con la problemática más común detectada: desmotivación hacia el estudio de las matemáticas; falta de conexión de los conocimientos con la cotidianidad de los estudiantes y prácticas autoritarias en su enseñanza, entre otros.

En ese sentido las experiencias innovadoras en matemáticas están pensadas como la búsqueda de estrategias que permitan "llevar a cabo un plan de trabajo que despierte el interés y el amor por las matemáticas, buscando una mejor posición para

63
64 CED República Federal de Alemania
CED Batavia

65 CED Nuevo Chile
66 Idem
13 Colegio Distrital Tomás Carrasquilla

futuros beneficios académicos aplicables a la vida cotidiana"[69] o como un proyecto pedagógico que busca el desarrollo de habilidades "que propicien un aprendizaje perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad en la toma dedecisiones para la solución de situaciones que se presenten al interactuar con el medio".

La dimensión afectiva es uno de los ámbitos donde se mueven algunas de las experiencias pertenecientes a este grupo; en su mayoría hacen alusión al juego como el recurso didáctico que ha mostrado mayor efectividad en la tarea de vencer "el miedo y el rechazo" de los estudiantes hacia las matemáticas. En los documentos se encuentran afirmaciones perentorias acerca de la validez de la actividad lúdica tanto para la apropiación conceptual, como para el desarrollo afectivo por cuanto se reconoce en ella la posibilidad de "descubrir nuevas facetas de la imaginación, pensar en numerosas alternativas para la solución de un problema, desarrollar diferentes modos y estilos de pensamiento y favorecer el cambio de conducta que enriquece el intercambio grupal; con el juego aflora la curiosidad, la fascinación, el asombro, la autenticidad, la espontaneidad, la integración social, el trabajo afectivo y el aprendizaje cooperativo".[71]

Otro elemento relevante se refiere a las conexiones que algunas experiencias establecen entre matemáticas y arte; una de ellas hace su planteamiento relacionando el desarrollo del pensamiento lógico con el desarrollo artístico: "sabiendo que las teorías sobre lo estético conciben la lógica como un elemento contrario a la fantasía y la imaginación, se hace necesario reconocer el valor de la lógica como elemento esencial en la comprensión e interpretación de la realidad, para luego recrearla y convertirla en un símbolo del arte... La lógica objetiviza la realidad del estudiante, mientras el arte lo sensibiliza frente a ésta; por eso la conjugación de estas dos áreas permite analizar la realidad desde dos puntos de vista que son contrarios y complementarios".[72]

Desde la perspectiva de formación de valores, las experiencias buscan darle a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas un enfoque "más humanista", más ligado al desarrollo integral de los estudiantes, de manera que se convierta en "una estrategia vivencial y significativa que motive a los estudiantes no solo desde lo intelectual sino desde lo comunicativo y emocional, ya que de esta forma seprivilegia al desarrollo no de un solo talento sino dela multiplicidad que cada estudiante tiene, para de esta manera formar una generación emocionalmente sana y con una sólida autoestima".[73]

68 Idem
69 Colegio de Formación Integral Virgen de la Peña
70 CED Luis Carlos Galán Sarmiento
71 Idem
72 CED Mochuelo Bajo
73 Gimnasio Generación del Futuro

CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

Algunas observaciones y sugerencias derivadas de la lectura de los documentos se presentan a continuación con el ánimo de contribuir al avance en los propósitos de mejorar nuestra educación matemática.

Acerca del enfoque curricular

La mayoría de las experiencias reconoce la importancia de atender los diferentes dominios o ámbitos que constituyen desarrollo de pensamiento matemático desde una perspectiva integral. Sin embargo, hace falta un énfasis mayor en una perspectiva interdiscplinaria que explique y otorgue sentido, por ejemplo, al desarrollo de una estrategia metodológica como la *solución de problemas* pero de manera que se involucre no solo el ámbito numérico sino también los dominios geométrico, estadístico y variacional.

Sería necesario, igualmente, atender con mayor profundidad el ámbito de desarrollo de pensamiento lógico, que aunque no se propone en el documento LINEAMIENTOS CURRICULARES del MEN, sigue siendo motivo particular de interés de varios grupos de docentes innovadores.

El desarrollo conceptual en matemáticas

De la lectura y análisis de los documentos se concluye que son escasas las experiencias que hacen alusión a la apropiación de los conceptos básicos de la ciencia matemática como un asunto que realmente convoca el interés investigativo e innovador de los grupos de docentes. Es como si en ocasiones se considerara que la labor de la escuela, en educación matemática, fuera

Apoyo a propuestas de innovación e investigación.

La participación de cerca de 400 grupos de docentes en el VII Foro Educativo Distrital, "Las matemáticas mucho más que cuatro operaciones", es una muestra del interés y preocupación que existe en las instituciones educativas por desarrollar proyectos innovadores que transformen las prácticas educativas y mejoren los resultados académicos en esta área. Lo anterior, teniendo en cuenta además el gran número de foros institucionales que se realizaron con el fin de reflexionar acerca de la situación de las matemáticas escolares en cada centro educativo.

En ese amplio panorama de participación fue posible identificar aportes valiosos para la educación matemática especialmente en lo relacionado con la experimentación de nuevas teorías, la puesta en práctica de enfoques metodológicos innovadores y de actividades dinámicas y creativas que buscan un mayor compromiso de los estudiantes en su formación matemática. Todas las experiencias que participaron en los 20 foros locales y las que fueron seleccionadas al Foro Distrital cuentan con elementos valiosos que enriquecerán la discusión sobre el tipo de educación matemática que nuestra ciudad y nuestro país necesitan.

Ello si se crea una dinámica de apoyo al fortalecimiento de las experiencias, y si sus autores tienen la oportunidad de continuar participando en un espacio amplio de debate en el que sus planteamientos puedan ser escuchados, enriquecidos y tenidos en cuenta por los integrantes de la comunidad académica.

a de crear espacios y ambientes en los que los conceptos, ya aprendidos, se aplican en un contexto de argumentación y creación. Pero el proceso de apropiación de tales conceptos no se menciona, no se hace alusión a él, como si se tratara de una labor que no le compete a la escuela. Tal es el caso de la actividad denominada *CALENDARIO MATEMÁTICO* , de buena aceptación en muchas instituciones, actividad que consiste precisamente en que los estudiantes resuelvan diariamente situaciones problemáticas de diversa índole aplicando, por supuesto, conceptos que se supone ya poseen, pero no se hace referencia a las propuestas de aula que posibilitarían tal apropiación. En algunas experiencias se menciona que cuando los estudiantes tienen dificultades con los conceptos deben consultarlos por su cuenta, por ejemplo, con sus padres. No parece ser ésta una práctica propiciatoria de calidad en el aprendizaje pues es al docente y a la institución educativa a quienes corresponde crear las condiciones para una apropiación de conceptos que tenga en cuenta las condiciones cognitivas y afectivas de los grupos de estudiantes, así como las condiciones de contexto en las que ocurre el aprendizaje.

Resultaría de gran conveniencia suscitar entre la comunidad de investigadores y educadores matemáticos la reflexión acerca del lugar que debe otorgársele a la actividad didáctica que tiene como fin principal la apropiación de la estructura de los conceptos básicos de las matemáticas y si el papel principal de la educación matemática es el de privilegiar solamente aquellas actividades en las que se busca el uso y aplicación de los conceptos.

<u>La evaluación de la actividad matemática en el aula.</u>

Se trata de un aspecto del proceso que muestra una gran debilidad: A pesar de que en las experiencias se describen, muchas veces en detalle, las distintas actividades con las que se busca el cumplimiento de los objetivos de los proyectos, la sección dedicada a descubrir el proceso de evaluación en el aula muchas veces se omite o la descripción se reduce a las categorías usuales de autoevaluación, heteroevaluación y coevaluación. La evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas aparece, de esta manera, como uno de los aspectos que requieren de mucha mayor atención en los programas de formación; un buen número de experiencias admite la necesidad y pertinencia de la evaluación en proceso cuando se observa y se registra, de manera permanente la actividad cotidiana de los estudiantes. Sin embargo, cuando se realizan evaluaciones de tipo acumulativo no parece haber claridad sobre el procedimiento que se sigue en el proceso evaluativo, cuando se obtienen resultados que contradicen lo que se había observado en proceso. Igualmente, no se encuentran planteamientos claros acerca del manejo del error en el proceso de aprendizaje.

La evaluación continúa siendo, de esta manera, un aspecto especialmente sensible al interior de la educación matemática; la situación se complejiza aún más con la expedición de la nueva reglamentación sobre evaluación, razón por la que es necesario crear condiciones para avanzar en el análisis de los enfoques evaluativos que se están manejando.

<u>Naturaleza y sentido de la actividad lúdica</u>

Las experiencias que basan su propuesta de aula en la actividad lúdica, enfocan su interés principalmente a lograr ambientes de aprendizaje más placenteros para los estudiantes, sobre todo de los primeros grados. La mayoría de los documentos centran su contenido en la descripción de las actividades de juego, pero no es muy claro el sentido didáctico que se les adjudican ni los objetivos que se buscan en relación con la formación matemática de los estudiantes. Es necesario también convertir el tema de la actividad lúdica, su pertinencia y valor didáctico en uno de los que deben atenderse en los Programas de Formación.

En general, la tendencia que se percibe en las experiencias participantes en el VII Foro Educativo Distrital LAS MATEMÁTICAS MUCHO MÁS QUE CUATRO OPERACIONES es la de asumir de manera reflexiva los planteamientos de los LINEAMIENTOS CURRICULARES del MEN. La tendencia es clara tanto en la inclusión, en los planes de estudio, de los ámbitos de pensamiento que proponen los LINEAMIENTOS CURRICULARES, como en su concreción a través de los procesos generales que igualmente el documento sugiere; es también significativo el nivel de identificación de las experiencias con la propuesta sobre evaluación de los procesos de aprendizaje del mismo documento. Lo anterior revela la disposición de un buen número de docentes para involucrarse en un proceso de reflexión que permita diseñar y llevar al aula propuestas innovadoras en educación matemática, que posibiliten mejores resultados y transformen la actitud de los estudiantes hacia el estudio de esta área del conocimiento, que son dos de los problemas principales que las experiencias identifican.

La acción pertinente en este momento es la de ampliar la discusión y los acuerdos hacia los grupos de docentes no participantes en el Foro, mediante el fortalecimiento de las experiencias socializadas en él, en las que se perciba un buen potencial de aportes a la reflexión y que puedan ejercer una especie de liderazgo pedagógico en las localidades, atendiendo, entre otros asuntos, la situación que surge con las nuevas disposiciones sobre evaluación y promoción educativa.