

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL POR NIÑOS DE
SEGUNDO GRADO DE DOS COLEGIOS DISTRITALES

ESPERANZA MOLANO RODRÍGUEZ
YOIS NATALIA PULIDO PEÑALOZA

UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BOGOTÁ
2016

La Comprensión del Concepto de Valor Posicional por Niños de Segundo Grado de Dos
Colegios Distritales

Esperanza Molano Rodríguez

Yois Natalia Pulido Peñaloza

Trabajo de Grado para Optar el Título de Magister en Pedagogía

Director

Alejandro Angulo

Universidad de La Sabana

Facultad de Educación

Maestría en Pedagogía

Bogotá

2016

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Chía, 25 Junio 2016

Agradecimientos

A Dios quien nos ha dado la vida y la fortaleza para culminar este proyecto en procura de mejorar las habilidades matemáticas en nuestros estudiantes de segundo de primaria.

A nuestras familias quienes con su apoyo y comprensión nos alentaron a seguir adelante, a no desfallecer en momentos difíciles y a aceptar el reto de terminar lo que empezamos.

A nuestros compañeros y amigos presentes y pasados, quienes sin esperar nada a cambio compartieron su conocimiento, alegrías y tristezas.

Y a todas aquellas personas que durante estos dos años estuvieron a nuestro lado apoyándonos y animándonos para que este sueño se hiciera realidad.

Dedicatoria

A Dios.

*A mis Padres, Hilda y Alfonso,
que siempre me brindaron
su amor y apoyo incondicional.*

*A mi hermana Consuelo,
que me alentó y acompañó
durante esta etapa de mi vida.*

Esperanza

A Dios.

*A mi hijo Samuel,
que es el motor de mi vida,
gracias por alegrarme
cada día con tu ternura y sonrisa,
eres el tesoro más grande de mi vida.*

*A mi mami,
por tu gran amor,
por el apoyo ilimitado e incondicional
y por ser la mujer que me dio la vida.
Te amo.*

Yois Natalia

Contenido

Resumen	11
Introducción	13
1 Titulo	15
1.1 Justificación	15
1.2 Pregunta general	18
1.3 Preguntas específicas	18
1.4 Objetivos	18
1.4.1 Objetivo General	18
1.4.2 Objetivos específicos.....	19
2 Marco referencial	20
2.1 Antecedentes investigativos	20
2.2 Marco teórico	24
2.2.3 Sistema Decimal de Numeración (SDN).....	24
2.2.4 Valor Posicional.....	27
2.2.5 Dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de valor posicional.....	32
2.2.6 Enseñanza para la comprensión (EpC)	35
2.2.7 Tópico Generativo	37
2.2.8 Metas de Comprensión.....	38
2.2.9 Desempeños de Comprensión.	38
2.2.10 Valoración Continua.....	40
2.2.11 Lineamientos curriculares de matemáticas emitidos por el M.E. N.	43
3 Diseño metodológico	48
3.1 Enfoque cualitativo de investigación	48
3.2 Alcance descriptivo	49
3.3 Diseño Investigación - Acción	49
3.4 Descripción de la Población	51
3.4.1 Contexto de Aula	52
3.4.2 Categorías de análisis.....	55
3.5 Instrumentos	56
3.6 Estrategia de intervención.....	57
3.7 Tópico generativo	61
3.7.1 Metas de comprensión.....	61
3.7.2 De contenido	61
3.7.3 De método	62
3.7.4 De comunicación	62
3.7.5 De propósito	62
3.7.6 Desempeños de comprensión	63

3.8	<i>Fase exploratoria</i>	63
3.8.1	<i>Actividad 1</i>	64
3.8.2	<i>Actividad 2</i>	65
3.8.3	<i>Actividad 3</i>	69
3.8.4	<i>Actividad 4</i>	74
3.8.5	<i>Actividad 5</i>	76
3.8.6	<i>Actividad 6</i>	79
3.8.7	<i>Actividad 7</i>	82
3.8.8	<i>Actividad 8</i>	84
4	Resultados y análisis	90
4.1	<i>Muestra</i>	90
4.2	<i>Recolección de los datos</i>	91
4.3	<i>Organización de los datos y de la información</i>	91
4.4	<i>Análisis de las listas de chequeo</i>	93
4.5	<i>Análisis implen. actividades propuestas para todas las fases de la unidad didáctica.</i>	110
4.5.1	<i>Fase exploratoria</i>	110
4.5.2	<i>Fase investigación guiada</i>	115
4.5.3	<i>Alcance de las Metas de comprensión.</i>	129
	Conclusiones	131
	Recomendaciones	134
	Reflexión pedagógica	136
	Referentes bibliográficos	139
	Anexos	144
	Anexo 1. Ejemplo de Diarios de campo utilizado por las profesoras	144
	Anexo 2. Actividades imprimibles utilizadas en la unidad didáctica	145
	Anexo 3. Registro de las Listas de chequeo	151

Índice de Tablas

Tabla 1 - Enseñanza Para La Comprensión: Extraída De Blythe Y Perkins, 2006.	36
Tabla 2 - El Desarrollo De Los Niveles De Complejidad Para Ciclo Cero Y Primero, Extraído De La Secretaria De Educación Del Distrito (2014).	47
Tabla 3 - Habilidades Específicas A Desarrollar En El Primer Ciclo, Extraídas De Secretaria De Educación Del Distrito (2014).	47
Tabla 4 - Categorías De Análisis	55
Tabla 5 - Preguntas Potenciadoras	58
Tabla 6 - Listas De Chequeo Como Parte De La Estrategia De Valoración Continua	60
Tabla 7 - Lista De Chequeo De Las Dificultades Asociadas Al Concepto De Valor Posicional	60

Tabla 8 - Lista De Chequeo Asociada Al Concepto De Valor Posicional	68
Tabla 9 - Lista De Chequeo Asociada Al Concepto De Valor Posicional.	71
Tabla 10 - Desarrollo De La Actividad	80
Tabla 11 - Lista De Chequeo Asociada Al Concepto De Valor Posicional.	86
Tabla 12 - Plan De Intervención.....	88
Tabla 13 - Resultados De La Lista De Chequeo Actitudinal.	94
Tabla 13 - Resultados De La Lista De Chequeo De Desarrollo De La Base 10.	96
Tabla 15 - Resultados De La Lista De Chequeo Asociada A La Categoría “Habilidades Relacionadas Con La Adquisición Del Concepto De Valor Posicional”.	101
Tabla 16 - Resultados De La Lista De Chequeo De Dificultades Asociadas Al Concepto De Valor Posicional.....	107
Tabla 17 - Resultados De Actividad 6 “Practicando Con Las Estrellas”.	125

Índice de Gráficas

Gráfica 1. Orden De Unidades En Base 10.	26
Gráfica 2. Resultados De La Lista De Chequeo Actitudinal.....	95
Gráfica 3. Fase Exploratoria. El Estudiante Realizando Conteo Uno A Uno, Se Centra En Cada Uno De Los Elementos De La Colección Por Separado.	97
Gráfica 4. Resultados Categoría “Habilidades Previas Al Valor Posicional Subcategorías “Conteo Fase Exploratoria. El Estudiante Realizando Conteo Uno A Uno, Se Centra En Cada Uno De Los Elementos De La Colección Por Separado.	102
Gráfica 5. Resultados Categoría “Habilidades Previas Al Valor Posicional Subcategorías “Partición”	102
Gráfica 6. Resultados Categoría “Habilidades Previas Al Valor Posicional Subcategorías “Agrupamiento”.....	104
Gráfica 7. Resultados Categoría “Habilidades Previas Al Valor Posicional Subcategorías “Conteo-Partición-Agrupamiento”	104
Gráfica 8. Resultados Categoría “Habilidades Previas Al Valor Posicional Subcategorías “Relación Entre Números”	105
Gráfica 9. Resultados Categoría “Dificultades Asociadas Al Concepto De Valor Posicional”	108

Índice de fotos

Fotografía 1 Orden De Unidades En Base 10.	77
Fotografía 2 La Constelación Con Los Números Que Terminen En Siete Unidades	78
Fotografía 3 La Constelación Con Los Números Que Tengas Tres Decenas	78
Fotografía 4 La Constelación Con Los Números Que Tengas Tres Decenas	84
Fotografía 5 Determinadas Estrellas, Constelaciones Y Galaxias	88
Fotografía 6 Participación Estudiantes En El Transcurso De La Unidad Didáctica.	94
Fotografía 7 Fase Exploratoria. El Estudiante Realizando conteo uno a uno, se centra En Cada Uno De Los Elementos De La Colección Por Separado.	96
Fotografía 8 Fase De Investigación Guiada. El Estudiante Realizando Agrupamientos Y Logra Realizar conteos de 5 en 5 y de 10 en 10.....	98
Fotografía 9 Fase De Síntesis. El Estudiante Realiza Agrupamientos Y conteos de 10 en 10 (Constelaciones = Decenas) Y De 100 en 100 (Galaxias = Centenas).	99
Fotografía 10 Fase De Investigación Guiada. Actividad 3. Fabricando Estrellas. Inicialmente Los Estudiantes Organizan En Filas Las Estrellas Para Contarlas, En Vez De Agruparlas De Cinco En Cinco O De Diez En Diez.	100
Fotografía 11 Fase De Síntesis. El Estudiante Cuenta Las Galaxias (Centenas), Las Constelaciones (Decenas) Y Las Estrellas (Unidades) Para Determinar El Valor Del Universo Que Él Creo.	107
Fotografía 12 Fase Exploratoria. Actividad 1. Los Estudiantes Prestan Atención Mientras Observan Los Videos.	111
Fotografía 13 Fase Exploratoria. Actividad 2. Rutina “Veo, Pienso, Me Pregunto”. La Estudiante Está Observando Detenidamente La Imagen De Las Estrellas. ...	113
Fotografía 14 Fase Exploratoria. Actividad 2. Rutina “Veo, Pienso, Me Pregunto”.	114
Fotografía 15 Fase De Investigación Guiada. Actividad 1. “Fabricando Estrellas” Los Estudiantes Están Elaborando Estrellas Que Usaran Durante La Unidad Didáctica.	116
Fotografía 16 Fase De Investigación Guiada. Actividad 4. Ganando Estrellas. Los Estudiantes Jugando Con Los Dados Para Ganar O Perder Estrellas.	118
Fotografía 17 Fase De Investigación Guiada. Actividad 5. Tarea 1. Los Estudiantes Relacionando La Cantidad De Las Estrellas Con El Sobre Donde Correspondía Según Las Decenas.....	119
Fotografía 18 Fase De Investigación Guiada. Actividad 5. Tarea 2. Los Estudiantes Forman Constelaciones, Agrupando 10 Estrellas Y Les Dan Nombre.	119
Fotografía 19 Fase De Investigación Guiada. Actividad 5. Tarea 3. Los Estudiantes Relacionaron Y Compararon Números.....	120

Fotografía 20	Fase De Investigación Guiada. Actividad 5. Tarea 4. Los Estudiantes Realizaron El Intercambio De Estrellas Por Constelaciones Y Querían Hacer Más Estrellas Para Lograr Tener Un Mayor Número De Constelaciones. ...	121
Fotografía 21	Fase De Investigación Guiada. Actividad 6. Guías 1, 2 Y 3. Ejemplo Del Trabajo Realizado Por Los Estudiantes En Las Pres Primeras Guías.....	123
Fotografía 22	Fase De Investigación Guiada. Actividad 6. Guías 4, 5 Y 6. Ejemplo Del Trabajo Realizado Por Los Estudiantes En Las 4 Últimas Guías.	124
Fotografía 23	Fase De Investigación Guiada. Actividad 6. Actividades 1, 2 Y 3. En La Primera Foto El Estudiante Está Formando Un Universo Especifico Y En La Segunda Foto El Estudiante Está Contando Para Determinar Cuánto Vale El Universo Que Creo Otro Compañero.....	126
Fotografía 24	Fase De Investigación Guiada. Actividad 7. “¿Cómo Podemos Formar Un Universo?”. Este Es Uno De Los Universos Que Elaboraron Los Estudiantes, Para Que Sus Compañeros Descubrieran El Valor Del Universo.....	127
Fotografía 25	Fase De Síntesis. Actividad 8. Creando Nuestro Propio Universo. Muestra De Universos Creados Por Los Estudiantes.....	129

Resumen

En la presente investigación se asume que la educación matemática de los niños de primaria es de suma importancia como herramienta útil y necesaria tanto en el salón de clase, como fuera de ella; por ello se pretende ofrecer una alternativa pedagógica para enfrentar y eventualmente superar las dificultades que presentan los estudiantes de dos colegios distritales con el reconocimiento de los números, las relaciones de orden, seriación y secuencia, la comparación de los cardinales de conjuntos, las relaciones “mayor que” y “menor que”, entre otros elementos asociados al concepto de valor posicional.

Teniendo en cuenta estas premisas surgió el interés por investigar el tema y generar una estrategia didáctica que promoviera la comprensión de concepto de valor posicional y la resolución de situaciones problema por parte de los estudiantes de grado segundo de primaria, a través del diseño, implementación y evaluación de una Unidad Didáctica diseñada desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión.

Para la elaboración de este estudio se utilizó en enfoque cualitativo de alcance descriptivo, bajo el diseño metodológico de la investigación – acción.

Los hallazgos evidencian que los estudiantes avanzaron en la comprensión del concepto de valor posicional a través de las diferentes actividades planteadas en la unidad didáctica, tomando siempre como referentes el tópico generativo y las metas de comprensión.

Palabras claves: Educación matemática infantil, valor posicional, adición, estrategia de enseñanza, Enseñanza para la Comprensión.

Abstract

In this study it is assumed that the mathematical education of primary school children is paramount as useful and necessary tool both in the classroom and outside it; therefore aims to provide an educational alternative to cope with and eventually overcome the difficulties that students present in two district schools with number recognition, order, sequence and serialization relationships, cardinals sets comparison, relations as "greater than" and "less than", among other elements associated with the concept of place value.

Given these premises, the interest arose to investigate the issue and generate a teaching strategy that would promote understanding of the concept of place value and problem solving by second graders, through design, implementation and assesment of a teaching unit supported on the Teaching for Understanding framework.

For the preparation of this study was used in mixed approach of descriptive scope, under the methodological research – action design.

The findings show that students made progress in understanding the concept of place value through the activities proposed in the teaching unit, always taking as reference the generative topic and understanding goals.

Key words: Children mathematics education, Place value, addition, teaching strategy, teaching for understanding.

Introducción

En la escuela primaria, buena parte del tiempo que se invierte en la enseñanza de la matemática, es dedicado a desarrollar en los estudiantes habilidades para manejar el Sistema Decimal de Numeración (SDN) y su componente clave “el valor posicional”, ya que su comprensión favorece el desarrollo del sentido numérico, las destrezas de cálculo mental y estimación, y permite comprender las operaciones con varios dígitos (Salazar y Vivas, 2013).

Sin embargo, diferentes investigaciones como las de Kamii y Joseph (1998), Castaño (2008), Ramírez (2011) y Salazar y Vivas (2013), Andrade y Valdemoros (2014), Gallego y Uzuriaga (2015), concluyen que el aprendizaje del concepto de valor posicional, es un asunto complejo en la escuela. El dominar o comprender el sistema de escritura de las expresiones numéricas representa para los estudiantes un trabajo difícil, y que, a pesar de sus esfuerzos, se evidencia que en los últimos años de primaria persiste un porcentaje importante de niños que cometen errores que van desde la escritura de los números hasta la no comprensión adecuada del SDN.

Estas afirmaciones concuerdan con las observaciones preliminares realizadas dentro de nuestras aulas de clase, donde evidenciamos dificultades en la lectura y escritura de los números, en el reconocimiento del valor de una cifra de acuerdo a la posición que ocupa en un numeral, en el cambio de una decena a otra y en representar números de dos o más cifras, particularmente cuando el número tiene ceros intermedios.

De acuerdo con estas premisas, surge el interés por investigar el tema y generar una estrategia didáctica para docentes de primaria no especializados en el área de matemáticas, como es nuestro caso, que permita mejorar el aprendizaje y la comprensión del concepto de valor posicional por parte de los estudiantes de grado segundo de primaria.

En este orden de ideas, este trabajo pretende realizar una indagación teórica del tema y propone la implementación de una unidad didáctica planteada desde el marco de la enseñanza para la comprensión que favorezca el aprendizaje del valor posicional, en la resolución de situaciones problema, contextualizada en el grado segundo de primaria de dos colegios distritales.

Es así que este trabajo se presenta en capítulos, de la siguiente forma: En el capítulo 1, se dan a conocer los aspectos generales y la razón de ser de ésta, con la presentación de las investigaciones que sirvieron de antecedentes, el problema de investigación, los objetivos propuestos y la justificación. En el capítulo 2, la construcción teórica relevante al presente trabajo, donde se organiza el marco teórico relacionado. En el capítulo 3 se muestra el diseño metodológico, las categorías de análisis producto de la fundamentación teórica y el plan de intervención propuesto. Y, por último, en el capítulo 4, se presentan el análisis de los resultados, las conclusiones y la reflexión pedagógica suscitada por el desarrollo del presente estudio.

1 Título

La comprensión del concepto de valor posicional por niños de segundo grado de dos colegios distritales

1.1 *Justificación*

Nuestra aula de clase, vista como un micro mundo donde se presentan una serie de dinámicas, convergen actores y ocurren vivencias que hacen parte de la historia de la escuela; es el campo propicio para que los profesores podamos desarrollar investigación. Allí se aprecian las relaciones interpersonales, los procesos de aprendizaje, las dificultades de los estudiantes para aprender, sus particularidades, intereses y necesidades; su relación con la familia y el barrio. Además de conocer las habilidades, destrezas y potencialidades de nuestros estudiantes.

Es así como nos surge el deseo de indagar sobre lo que sucede en el interior del aula, nos genera interés por comprender, actuar y transformar nuestra práctica educativa. Los profesores iniciamos de una forma empírica a desarrollar la investigación –acción, es decir, “investigar” para comprender mejor una situación y “accionar” sobre ella (Uttech, 2011). Por lo tanto, para iniciar el proceso de investigación debe existir un interés real, una problemática que el maestro vivencie a diario.

A partir de lo anterior, en nuestro caso, el de los colegios “San Carlos I.E.D” y “I.E.D. Restrepo Millán”, se evidencia en los niños y niñas grandes dificultades en matemáticas en lo referente al reconocimiento de los números de 1 al 999; no realizan conteo por agrupación, sino uno a uno y generalmente señalando el objeto, no tienen clara las relaciones de orden, seriaciones y secuencias; no reconocen las posiciones de antes, entre y después de números hasta el 999; presentan dificultad en la comparación de

conjuntos teniendo en cuenta la cantidad de elementos y reconocimiento de las relaciones “mayor que” y “menor que”, y los bajos resultados obtenidos en las pruebas Saber.

A partir de estas dificultades surge la inquietud acerca de que estrategias pedagógicas puedan favorecer la superación de éstas, especialmente aquellas referidas al aprendizaje del concepto de valor posicional.

Esto implica que, al investigar en el aula, actualicemos el discurso pedagógico, estudiemos, sistematicemos y compartamos experiencias. Ya que como lo afirma Stenhouse (1987, p. 37) “El profesor es un observador participante potencial en el aula y la escuela. Desde cualquier ángulo en que consideremos la investigación nos resultaría difícil negar que el profesor se halla rodeado por abundantes oportunidades de indagar”.

En consonancia con lo anterior, tenemos en cuenta otros aspectos importantes como son: “elegir un tema que nos apasione”, en nuestro caso ese tema se constituye en “cómo comprenden los estudiantes el concepto de valor posicional”, se construye un plan de acción para guiar la investigación, dentro del marco de la Enseñanza para la Comprensión, realizando observaciones directas en el aula, llevando un diario de campo, realizando el análisis de los datos, elaborando un rastreo bibliográfico, iniciando una reflexión sobre las implicaciones de lo que se va descubriendo para poder vincular la teoría con la práctica y enriqueciendo el trabajo de aula con lo aprendido en la investigación.

De la misma manera, para Restrepo: “un profesor investigador debe manejar tres momentos: el primero es la investigación sobre la acción del hecho pedagógico en sí, sobre el quehacer; el segundo, es sobre los estudiantes y la práctica misma del profesor, y el tercero es investigar con los estudiantes, aprender a investigar investigando y a partir de allí fomentar la práctica de la investigación” (2011, p. 110), es por ello que para esta investigación iniciamos con el rastreo teórico sobre el concepto de valor posicional, y con la búsqueda de antecedentes investigativos sobre la comprensión de este concepto; luego se plantean estrategias pedagógicas a utilizar para la enseñanza y aprendizaje de este concepto y por último se analiza los alcances de la estrategia, observando los avances relacionados a

la comprensión del concepto por parte de los estudiantes y fomentando este tipo de prácticas pedagógicas e investigativas en nuestro quehacer diario.

Como docentes de Básica primaria tenemos diferentes temáticas que pueden ser sujeto de investigación; una de ellas son las matemáticas que en el caso que nos atañe está orientada al desarrollo de la comprensión y uso flexible del concepto del valor posicional como una alternativa para desarrollar habilidades y aprendizajes de los estudiantes.

Es así como el Sistema Decimal de Numeración (SDN) y el valor posicional ocupa un lugar trascendental en la educación matemática en la escuela primaria; es abordado a lo largo de los seis años escolares y su conocimiento es necesario para entender muchas de las ideas matemáticas contenidas en los programas de estudio. El SND ha sido uno de los sistemas más comunes y utilizados en las matemáticas de las diferentes culturas contemporáneas. El concepto de valor posicional, se puede decir que es básico para la construcción del SND y se lo considera como un importante contenido de enseñanza en básica primaria.

La comprensión del concepto de valor posicional se hace evidente cuando un estudiante realiza agrupaciones de números en unidades, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil, entre otras, teniendo en cuenta el lugar que ocupa la cifra; Y a partir de su apropiación, los estudiantes pueden adquirir y desarrollar un conocimiento más integral del número y vincularlo con otras nociones matemáticas.

Teniendo en cuenta, todo lo anterior, se puede concluir que el aula de clase es el lugar perfecto para promover procesos de investigación, que nos permita reflexionar sobre las acciones pedagógicas que en ella desarrollamos y actuar como generadoras de cambios significativos que trasciendan. Esperamos que este proceso de investigación – acción, nos ayude a entender, comprender y transformar nuestro salón de clase.

1.2 *Pregunta general*

¿Qué efectos tiene la implementación de una Unidad Didáctica diseñada desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión, sobre el aprendizaje del concepto de valor posicional en el contexto de la resolución de problemas por estudiantes de segundo de primaria de dos colegios distritales?

1.3 *Preguntas específicas*

¿Cuáles son las dificultades que usualmente presentan los niños en el aprendizaje del concepto de valor posicional, en relación con el uso del Sistema Decimal de Numeración (SDN)?

¿Cómo se puede favorecer la comprensión del concepto de valor posicional?

¿Cómo se puede determinar el nivel de desarrollo del concepto de valor posicional de los estudiantes de segundo de primaria de los dos colegios?

1.4 *Objetivos*

1.4.1 *Objetivo General*

Diseñar, implementar y evaluar una Unidad Didáctica propuesta desde el marco de la enseñanza para la comprensión que favorezca el aprendizaje del valor posicional, en la resolución de situaciones problema por estudiantes de segundo de primaria de dos colegios distritales.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diseñar e implementar una Unidad Didáctica desde el marco de la enseñanza para la comprensión que favorezca el aprendizaje del valor posicional en los estudiantes de grado segundo de primaria.
- Determinar el nivel de comprensión del concepto de valor posicional, en la resolución de situaciones problema por estudiantes de segundo de primaria de dos colegios distritales.
- Identificar los efectos de la implementación de la Unidad Didáctica sobre el aprendizaje del concepto de valor posicional por estudiantes de segundo de primaria.

2 Marco referencial

Un aspecto de gran relevancia en este trabajo de investigación es el marco referencial, donde se definen una serie de conceptos y definiciones seleccionadas que dan soporte al problema escogido por el investigador; esta construcción teórica relevante permite organizar dicho marco a partir de un rastreo bibliográfico.

En el caso que nos concierne se presentan las investigaciones relacionadas con el tema y se definen conceptos como sistema decimal de numeración, valor posicional, dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de valor posicional, enseñanza para la comprensión y lineamientos curriculares de matemáticas emitidos por el Ministerio de Educación Nacional.

2.1 *Antecedentes investigativos*

Gran parte del tiempo que la escuela invierte en la enseñanza de la matemática en el nivel de básica primaria es dedicado a desarrollar en los estudiantes habilidades para manejar el sistema decimal de numeración (SDN); se les enseña a contar, a leer y escribir los números, a ejecutar los algoritmos para calcular los resultados de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y a resolver problemas que involucran estas operaciones (Castaño, 2008, Gallego y Uzuriaga, 2015).

De la misma manera, autores como Andrade y Valdemoros (2014), Ramírez (2011) y Salazar y Vivas (2013) consideran que el conocimiento del SDN es fundamental para comprender muchas de las ideas matemáticas contenidas en los programas de estudio durante la educación básica primaria y secundaria, por ejemplo, para interpretar y escribir números Racionales, Irracionales, y Reales, y al realizar operaciones básicas y solucionar problemas haciendo uso de estos números.

Lo anterior se ve reafirmado en documentos planteados desde el MEN como son los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) y los estándares básicos de competencias de matemáticas (MEN, 2006) donde se manifiesta que el pensamiento numérico permite a los estudiantes tomar decisiones y procesar información en aspectos de la vida cotidiana. El concepto de valor posicional es tomado en estos referentes como una de las tres destrezas o actividades que, junto con el contar y agrupar, ayuda a los estudiantes a comprender el SDN, el cálculo mental y las operaciones con varios dígitos (Salazar y Vivas, 2013).

Así mismo las competencias matemáticas, según estudios del Ministerio de Educación Nacional, requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencias más complejos. La comunicación se considera como una de esas competencias, basados en la idea de que a pesar de que las matemáticas en sí no son un lenguaje, pueden constituirse y comunicarse a través de diferentes lenguajes que se expresan y se representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan (Vásquez, 2011).

Sin embargo, las investigaciones realizadas por Castaño (2008), Andrade y Valdemoros (2014) y Kamii y Joseph (1998) indican que dominar o comprender el sistema de escritura de las expresiones numéricas, representa para los estudiantes, un trabajo arduo, y que, a pesar de sus esfuerzos, se constata que en los últimos años de primaria persiste un porcentaje importante de niños que cometen errores al escribir los números; y aún cuando logran escribir y leer correctamente las expresiones numéricas, muchos no acceden a una comprensión adecuada del SDN, estas afirmaciones concuerdan con nuestras observaciones preliminares dentro del aula de clase.

En los contextos de los estudiantes de primaria de los colegios San Carlos y Restrepo Millán, ambos distritales, no son ajenos a estos problemas, ya que se observan dificultades en la lectura y escritura de los números, en el reconocimiento del valor de una cifra de acuerdo a la posición que ocupa en un numeral, en el cambio de una decena a otra y en representar números de dos o más cifras, particularmente cuando el número tiene ceros

intermedios; todo esto concuerda con los reportes hechos por investigadores como Salazar y Vivas (2013), Andrade y Valdemoros (2014).

Con relación a lo anterior, investigadores como Cortina (1997), Terigi y Wolman (2007), Silva (2005), Salazar y Vivas (2013) y Andrade y Valdemoros (2014) consideran que estas dificultades se pueden ver aumentadas por las estrategias pedagógicas que utilizan algunos docentes en el aula, donde en ocasiones se busca estandarizar y homogenizar a través del uso de materiales que puedan manipular los estudiantes, pero sin un fundamento pedagógico y didáctico claramente establecido. En otras, se busca enseñar el valor posicional como el lugar en el que se debe ubicar las unidades, decenas y centenas, pero no el valor que adquieren las cifras de acuerdo a su posición relativa, razón por la cual los niños, e incluso los adolescentes, tienen dificultades para una comprensión del SDN que les permita desenvolverse con él en la cotidianidad de la resolución de operaciones y de situaciones problemas; ya que el SDN no se asume como objeto de enseñanza (Gallego y Uzuriaga, 2015).

Todas estas dificultades influyen en el aprendizaje de las matemáticas, por tal razón se hace necesario que el concepto de número se incorpore a estructuras cognitivas en los estudiantes mediante el uso de las representaciones, la manipulación, la observación, el plantearse preguntas que junto con la ayuda de los demás estudiantes y el profesor se puedan responder (Salazar y Vivas, 2013).

Lo anterior implica un replanteamiento de la práctica docente a partir de los procesos de aprendizaje con nuevas formas de trabajo donde los estudiantes se sientan motivados e interesados por lo que se les enseña. Un gran reto para los profesores, especialmente para los que no somos especializados en la enseñanza de la matemática, es conocer y superar los “obstáculos didácticos y dificultades en el aprendizaje del SDN y valor posicional en la escuela”. (Cortina 1997, Silva 2005 y Salazar y Vivas, 2013).

El reconocimiento de tales dificultades implica que el profesor rompa con la idea de la complejidad de los conceptos matemáticos, estimule la creatividad e iniciativa que

puedan tener los estudiantes para aprender, dando prioridad a la explicación de los procesos, el aclarar las dudas y vendiendo la idea de que la práctica es suficiente para aprenderlas.

Por tanto, se hace necesario que el profesor en su trabajo de aula lleve a los estudiantes a: (Castaño, 2008).

Comprender el valor posicional de las cifras en una expresión numérica, en el contexto de la resolución de problemas de estructura aditiva o multiplicativa.

Potenciar la capacidad de composición y descomposición aditiva y multiplicativa requeridas en la comprensión de los significados de las expresiones numéricas.

Potenciar el conocimiento lógico-matemático de los niños a través de su propio pensamiento. Esto lleva a que los estudiantes se sientan libres para crear relaciones, piensen de manera crítica por sí mismos, en lugar de seguir reglas o algoritmos que limiten su actividad mental (Kamii y Joseph, 1998; Salazar y Vivas, 2013).

También se encuentran investigaciones como las de Cortina (1997), Silva (2005), Salazar y Vivas (2013), todas basadas en los trabajos de Jones (1996), donde señalan que hay cuatro habilidades básicas necesarias para que los estudiantes sean capaces de operar con unidades simples y así llegar a la comprensión del concepto de valor posicional: en primer lugar, el conteo, en segundo lugar, la partición, en tercero, el agrupamiento, y, por último, relacionar números.

De igual manera investigadores como Castaño (2008) consideran que, dentro del proceso de comprensión, por parte de los niños, del SDN, conviene relacionar la actividad de conversión entre el registro verbal al hindú-arábigo a la actividad operatoria de los niños, es decir, investigar la forma como los estudiantes procesan la información numérica cuando hacen conversión del registro hindú-arábigo al registro verbal y viceversa.

Considerando estas ideas ha surgido el interés de diseñar, implementar y evaluar una Unidad Didáctica propuesta desde el marco de la enseñanza para la comprensión que favorezca el aprendizaje y uso flexible del valor posicional, en la resolución de situaciones problema por estudiantes de segundo de primaria de dos colegios distritales.

2.2 *Marco teórico*

Para el trabajo de investigación se tienen en cuenta una serie de conceptos relevantes relacionados con el valor posicional que a continuación se delimitan a partir de los antecedentes investigativos y el rastreo teórico realizado.

2.2.3 *Sistema Decimal de Numeración (SDN)*

El Sistema de numeración Decimal (SDN), o de base diez, tiene su origen en la India y fue introducido en España por los árabes. El SDN ha prevalecido sobre todos los demás y fue adoptado porque es diez el número de dedos de nuestra mano (Placencia, 2008). Está constituido por un conjunto de números, colección de símbolos, signos básicos y reglas que permiten expresar y representar los números del conjunto de los números naturales. Los símbolos y signos básicos del SDN son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0 y cualquier número se obtiene como combinación de estos dígitos. Se usa un punto para representar las unidades de mil, de un millón, entre otros. Este Sistema es posicional, porque el valor de los dígitos cambia según la posición en la que se encuentren (Contreras, 2015).

En el SDN se reconocen cuatro propiedades básicas que son:

1. Propiedad posicional. La cantidad representada por un dígito en particular está determinada no solo por su “figura”, sino también por su posición en el numeral.

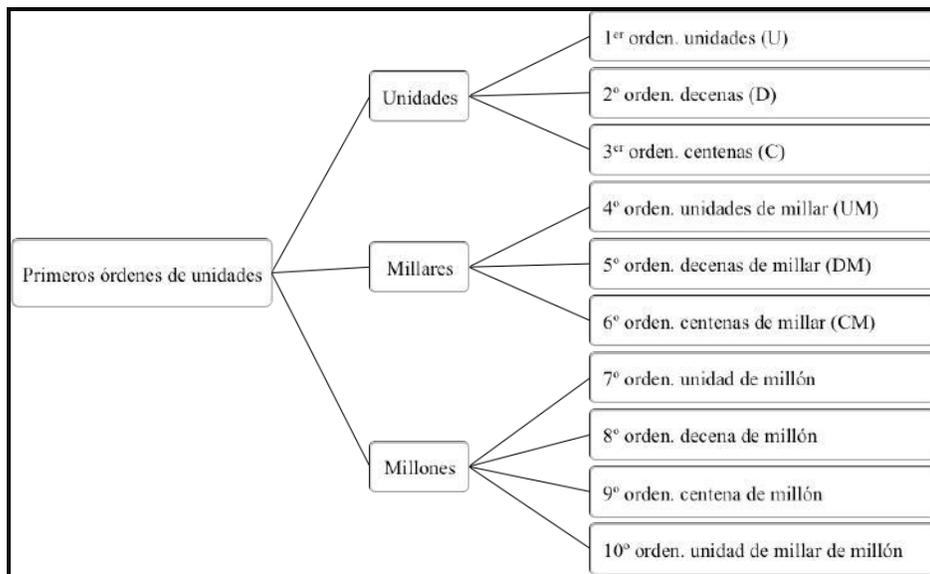
2. Propiedad de base diez. Los valores de la posición se incrementan de derecha a izquierda en potencias de diez.
3. Propiedad multiplicativa. El valor de un dígito se da multiplicando su valor aparente por el valor asignado a su posición.
4. Propiedad Aditiva. La cantidad representada por todo el numeral es la suma de los valores representados por cada uno de los dígitos que lo componen (Salazar y Vivas, 2013 citando a Cortina, 1997).

Para representar un número natural, en el SDN, se deben seguir las siguientes reglas: solamente se escriben las cifras que especifican el número de unidades que lo componen. Estas cifras se escriben una tras otra, de izquierda a derecha, en relación decreciente con respecto al orden de las unidades. El nombre del número se forma expresando el número de unidades de cada orden que contiene. Estas reglas dotan a cada una de las cifras de un doble valor: el valor correspondiente al número de unidades y el valor relativo al orden. Este último se infiere de la posición que la cifra ocupa en el numeral (Bedoya y Orozco, 1991).

El SDN, es un sistema decimal y polinómico que está compuesto por unos principios que permiten trabajar tanto con números como con su representación, éstas han sido elaboradas a través del tiempo y han sido utilizadas para construir un lenguaje matemático. Los 3 principios son:

1. **Principio de orden**. Consiste en tener en cuenta que cada uno de los dígitos que conforma un número tiene una ubicación definida, dado que al momento de la escritura esta se hace de derecha a izquierda teniendo en cuenta el lugar que ocupa, el cual puede ser de primer orden (unidades, de segundo orden (decenas), de tercer orden (centenas), entre otras así sucesivamente teniendo en cuenta la cantidad de dígitos que contenga el número. En la figura 1 se muestran los primeros órdenes de unidades utilizados en el SDN (Salazar y Vivas, 2013).

Gráfica 1. Orden de unidades en base 10.



Fuente: Salazar y Vivas, 2013.

2. **Principio de base.** Este indica cómo se deben agrupar las unidades, dado que todos los sistemas de numeración tienen una base que está compuesta por un número entero mayor a la unidad, en el caso del SDN la base es 10 y sigue de 10 en 10 para así pasar al próximo orden de unidades, es decir, cada vez que se complete un grupo de 10 se pasa el siguiente y así sucesivamente, formando números con dígitos que conforman cifras numéricas cada vez mayores (Salazar y Vivas, 2013).

En el SDN, cuando se representa 9 o menos unidades, se usa solamente un dígito, el cual ocupa el primer orden (unidades), si se representa de 10 a 99 unidades se hace con dos dígitos y se ocupa el segundo orden (decenas). Esto quiere decir que cada vez que diez unidades se agrupan estas representan un orden diferente (MEN Perú, 2007).

3. **Principio posicional.** Todo dígito que conforma un número tiene una ubicación o posición, el cual se denomina *Valor Posicional*, este se determina teniendo en cuenta la ubicación del número en cada uno de los órdenes que se encuentran (unidades, decenas,

centenas...), además de que un número se pueda expresar en forma polinómica según el valor de sus cifras usando como potencias el número que corresponda al orden, y obtener una descomposición aditiva de un número donde se suman las cantidades numéricas de las cifras que lo componen, teniendo en cuenta el *valor posicional* de cada una de ellas (Salazar y Vivas, 2013).

2.2.4 Valor Posicional

El concepto de valor posicional se refiere al valor que adquiere cada número de acuerdo a la ubicación dentro de la representación numérica. La enseñanza y el aprendizaje del concepto de valor posicional son asuntos centrales en la escuela, debido a que fundamentan la construcción del SDN y da las bases para la comprensión de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división). La comprensión del valor posicional le permite al estudiante entender que cada número en una posición tiene un valor que depende del lugar en donde se encuentre, puede representar una unidad, una decena, una centena u otro criterio de base 10 dependiendo en donde se encuentre localizado (Salazar y Vivas, 2013).

El trabajo de Kamii y Joseph (1998) muestra la importancia que tiene para los estudiantes la comprensión del verdadero significado del valor posicional: que reconozcan que detrás de cada cifra numérica se encuentra involucrado un sistema posicional, el cual hace dar sentido a la construcción aritmética de los números; y que después del segundo número en un sentido de derecha a izquierda en una misma cifra numérica no equivale al anterior, este puede tener un valor con respecto a la base numérica que se esté trabajando, en este caso la base 10 abarcando los criterios de orden (unidad, decena, centena, entre otras).

De igual forma Silva (2005) considera importante la comprensión del valor posicional en los primeros años de educación, sugiriendo la articulación de este concepto a

actividades iniciales como el uso del lenguaje oral y las representaciones concretas. Y basado en los trabajos de Martland (2005) propone tres niveles de comprensión para el desarrollo de la base 10, que son:

Nivel 1. Concepto inicial del 10. El estudiante no ve el número 10 como una colección de objetos, sino que éste se centra en cada uno de los elementos por separado, pudiendo realizar conteo.

Nivel 2. Concepto intermedio del 10. El estudiante ve al número 10 como una unidad que agrupa 10 objetos, puede realizar operaciones de suma y resta dependiendo de las representaciones concretas como el uso de los dedos de las manos, y no logra aún una representación escrita, solo verbal.

Nivel 3. Concepto fácil del 10. El estudiante ha adquirido una comprensión del número 10, puede realizar operaciones como la suma y la resta, utilizando la representación simbólica.

Otros autores que abordan la importancia de la enseñanza del concepto del valor posicional en la educación básica primaria nos remiten a los trabajos de Jones (1996) quien observo que era necesario desarrollar en los estudiantes cuatro habilidades matemáticas que están relacionadas directamente con la comprensión del valor posicional, estas son: contar, partir, agrupar y relacionar números. Cada una de las habilidades directamente relacionadas con la adquisición y manejo del SDN y el valor posicional se definen así:

Habilidad de conteo. El conteo es el método más fiable para determinar la numerosidad exacta de una serie y la relación numérica entre series.

Habilidad de Partición: La partición consiste en otorgar la categoría de contado o no contado formando dos grupos entre el conjunto de objetos que se quieren contar. Esto se realiza generalmente señalando el objeto, agrupándolo a un lado o bien a través de la memoria visual.

Habilidad de Agrupar: Agrupar es el primer paso en aprender y entender que los números representan objetos. El estudiante puede aprender a agrupar y clasificar objetos por su tamaño, figura, textura, o color, o por la forma en que se mueven.

Habilidad de relacionar números: El conjunto de números naturales es ordenado, es decir, dados dos naturales cualesquiera, uno de ellos es menor que otro. Los símbolos que se utilizan para establecer la relación de orden entre dos números son: $<$, $>$, \leq , \geq o $=$.

A partir de estas cuatro habilidades, Jones (1996) diseñó un modelo que muestra los cinco niveles de desarrollo para llegar a la comprensión del concepto de valor posicional, así:

Nivel 1. Previo al valor posicional. En este nivel el estudiante es capaz de operar con unidades simples.

Conteo: El estudiante puede contar, de uno en uno, a partir de la cantidad dada, también puede contar informalmente de diez en diez.

Partición: El estudiante es capaz de contar informalmente de diez en diez y de formar de diferentes maneras números como el “cinco”, el “ocho” y el “diez”.

Agrupamiento: El estudiante puede estimar el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencias y contar de cinco en cinco o de diez en diez, y agrupar una colección para ser contada fácil y rápidamente.

Relación de números: El desarrollo de la habilidad exige que el estudiante pueda determinar si un número (entre el 1 y el 10) es mayor o menor que 5 o 10, y también qué tan mayor o menor es (mucho o poco).

Nivel 2: Inicio del valor posicional. En este nivel el estudiante pasa de utilizar solamente unidades simples, a usar al diez como unidad compuesta.

Conteo: En este nivel el estudiante es capaz de contar grupos de diez como si fueran unidades sencillas (Diez, veinte, treinta, etc.). Formar y contar grupos de diez y sobrantes (reconoce las decenas y las unidades). Además, puede contar, cuando se le presenta por separado, decenas y unidades.

Partición: En este nivel el estudiante puede formar de diferentes maneras números de dos dígitos, sobre todo en agrupaciones de dieces y unos. También forma una centena usando decenas.

Agrupamiento: El estudiante estima el número de objetos en un grupo usando “la unidad apropiada” (generalmente la decena). También recurre al conteo para corroborar si su estimación es correcta y agrupa para facilitar la verificación.

Relación de números: El estudiante ordena números de dos dígitos (mayor que y menor que) por decenas ($35 > 25$) o entre decenas ($35 < 37$).

Nivel 3: Desarrollando el valor posicional. De forma general, en este nivel el estudiante es capaz de operar con números de dos dígitos, conceptualizando a las decenas como unidades compuestas que podrían ser descompuestas o recompuestas en (y por) unidades sencillas.

Conteo: El estudiante es capaz contar progresiva o regresivamente para sumar o restar mentalmente.

Partición. El estudiante forma números de diferentes formas sobre todo si son menores a cien. También puede determinar lo que le faltaba a un número para ser otro, cuando ambos son menores a cien.

Agrupamiento: El estudiante puede determinar si un número está dentro del rango de alguna decena (Si el “37” está dentro de la decena del treinta).

Relación de números: El estudiante ordena números de dos dígitos (mayor que, menor que o igual que), sobre todo cuando se invierte el orden de los dígitos del numeral.

Nivel 4: Valor posicional extendido. En este nivel, las mismas habilidades que en el anterior se requerían para trabajar con números de dos dígitos, ahora pueden aplicarse en la operación de números de tres dígitos.

Conteo: El estudiante es capaz de “contar a partir de” usando centenas (apoyándose en material concreto), “contar a partir de” usando decenas para resolver sumas mentalmente (sin usar material).

Partición: El estudiante forma números multidígitos (hasta el mil) de diferentes maneras (Canónica y no canónicamente). También encuentra la parte faltante de un número, incluso de tres dígitos.

Agrupamiento: También determina, sin usar ningún tipo de material concreto, cuántas unidades se formaban con una combinación de decenas y unidades, aunque no fuera canónica (31 decenas y 12 unidades, cuántas unidades son).

Relación de números: El estudiante ordena números multidígitos, incluso aquellos hasta mil, formados al intercambiar los dígitos.

Nivel 5: Valor posicional esencial. En este nivel, la comprensión del estudiante en el manejo de los números de tres dígitos es completa. Y extenderse a trabajar con números de cuatro dígitos o más.

Conteo: El estudiante cuenta progresiva o regresivamente usando centenas, decenas y unidades. También es capaz de utilizarlas para restar mentalmente.

Partición: El estudiante forma números multidígitos, incluso mayores a 1000, de diferentes formas (canónica y no canónicamente).

Agrupamiento: El estudiante determina si la suma o diferencia de dos números, de dos o tres dígitos, es mayor o menor a otro número. También precisa, sin usar ningún tipo de material concreto, cuántas unidades se forman con una combinación de centenas, decenas y unidades, aunque no sea canónicamente.

Relación de números: El estudiante determina, de dos números de tres dígitos, cual de ellos se encuentra más cerca de un tercero número intermedio.

Entre los hallazgos de Jones et al. (1993, 1994, 1996), se destacan que los niveles de dificultad sobre los que se basaban los problemas que les planteaban a los sujetos eran consistentes, ya que, si el estudiante podía resolver un problema de cierto nivel, también podía resolver los de los niveles anteriores. De igual forma, si era incapaz de responder un problema, tampoco podía con los de niveles superiores.

En cuanto a la equivalencia entre las habilidades en un mismo nivel, ésta también pareció ser aceptable, ya que, por lo general, cuando el estudiante es capaz de responder algún problema de cierto nivel de alguna de las habilidades, también podía con los problemas de las otras en ese mismo nivel.

2.2.5 Dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de valor posicional.

En el aprendizaje del concepto de valor de posición se pueden evidenciar algunas dificultades y obstáculos por parte de los estudiantes en los primeros años de escolaridad, entre los cuales se encuentran:

Dificultades asociadas a la escritura y lectura de los números naturales.

En la escritura de las cifras algunos escolares encuentran dificultad para hacer correctamente la grafía de algunos números y tienden a escribirlos en forma opuesta a la propia (a modo de una imagen especular). Esta es una dificultad que se supera con el trabajo escolar y generalmente desaparece hacia los siete años (Flores y Rico, 2015).

Los escolares que tengan poco desarrollada la relación perceptivo motora presentarán dificultades para conectar lo que ven con lo que escribe, ya que no pueden coordinar adecuadamente su visión con los correspondientes movimientos de sus manos, por lo que le será complicado copiar números (Flores y Rico, 2015).

La escritura simbólica de números, de una cifra, a partir de su expresión oral, representa ciertas dificultades. Por ejemplo, algunos escolares cometen errores como los siguientes: escribir 61 como 601 o 123 como 100203. Este tipo de errores suelen ocurrir también en la lectura de números, es decir al pasar de lo simbólico a lo verbal (Flores y Rico, 2015).

Otro tipo de dificultad es el cambio del orden de las cifras en el número, como escribir 14 en lugar de 41. Esta dificultad puede conducir posteriormente a errores en las operaciones, sobre todo cuando hay que "llevar" (Flores y Rico, 2015).

La lectura de los numerales también presenta dificultad para algunos escolares. En los números de una cifra suelen confundir algunos de ellos como el 6 y el 9 o el 2 y el 5; esto hace que cometan errores. En la lectura de números de dos cifras ocurre como en la escritura, que algunos escolares cambio el orden de las cifras en el número, leyendo 14 cuando en realidad se trata de 41 (Flores y Rico, 2015).

Todas estas dificultades, que pueden ser leves y superadas mediante el trabajo, hay que vigilarlas para que ningún escolar quede atrapado por ellas (Flores y Rico, 2015).

Dificultades asociadas a características del sistema decimal de numeración (SDN).

En las investigaciones se ha detectado diferentes grados de comprensión de la estructura del sistema de numeración decimal. La capacidad de recitar la secuencia numérica no lleva implícito que los escolares posean conocimiento de la magnitud absoluta de los números, que conozcan la relación entre números de la secuencia numérica o que lo reconozcan en su forma simbólica, sobre todo cuando se trata de números de más de una cifra (Flores y Rico, 2015).

En algunos casos dan muestra de percibir los dígitos del número sólo como unidades aisladas, no reconociendo la relación entre las unidades de diferente orden. Como ejemplo, el caso del niño que a los cinco años recita sin equivocarse la secuencia hasta 100, pero al ver en un estacionamiento dos números seguidos 89 y 90 indica: 89 es más grande que 90 ¿verdad? Cuando se le pregunta ¿por qué crees eso? Responde: porque en el 89 está el ocho y el nueve y en el 90 el nueve y el cero, que es menor que ocho. El desconocimiento del valor de posición de las cifras de un número se muestra mediante errores de este tipo. (Flores y Rico, 2015).

En la lectura de números de varias cifras se presentan algunas dificultades relacionadas con las características del sistema de numeración decimal. Los números se leen de izquierda a derecha y el estudiante comienza por las unidades de mayor orden si el número contiene tantas cifras que no es posible leerla a simple vista, es necesario valorarlo para conocer cuál es el orden mayor de sus cifras. Para esto se agrupan por ternas los dígitos de números de derecha izquierda. Por ejemplo, para leer el número 136.475 se le irá inicialmente de derecha a izquierda, asignándole el orden a cada dígito: unidad (5), decena (7), centena (4), unidad de millar (6), decena de millar (3) y centena de millar (1). Luego, el número se lee como se dispone de izquierda a derecha y siento 36,465 (Flores y Rico, 2015).

Éste proceso puede causar dificultad, ya que al evaluar cada posición se va indicando para cada número la terna a la que pertenece (unidad de millar, decena de millar,

centenas de millar, en el caso de la segunda terna), y al decir todo el número la palabra 1000 engloba a todas las ternas (136 mil), es decir, la regla cambia de la valoración a la lectura (Flores y Rico, 2015).

Estudios realizados sobre esta situación han revelado que, para números de varias cifras, ofrece más dificultad escribir simbólicamente un número dado verbalmente (por ejemplo, escribir el número seiscientos cuarenta y tres mil doscientos cincuenta y seis) que leer un número que está escrito simbólicamente (es decir con palabras el número 654,842) (Flores y Rico, 2015).

Dificultades con el cero.

De los diez dígitos de sistema de numeración decimal, el que más dificultad provoca a los escolares es el cero. Una de las causas puede estar en que, a diferencia los 9 dígitos restantes, el cero no se percibe como cardinal de colección alguna. Otra posible causa es el doble papel de la presencia del cero en un número: para indicar que dicha posición está ocupada y para indicar que no hay ninguna cantidad de unidades en dicho orden. Esta doble función no es obvia para muchos escolares. Otro tipo de dificultad está asociada al cambio que se produce en el paso de un número terminado en nueve (o más de un nueve) al siguiente (239, 99, 2.999), que terminará en uno o varios ceros al formarse unidades de orden superior (Flores y Rico, 2015).

2.2.6 Enseñanza para la comprensión (EpC)

¿Qué es comprensión desde el Marco de la Enseñanza para la Comprensión? Según los investigadores Blythe y Perkins (2006), la comprensión es la habilidad de pensar y actuar flexiblemente, con lo que se sabe. La comprensión no se reduce al conocimiento, ni es una habilidad rutinaria bien mecanizada. La comprensión implica poder realizar una variedad de tareas que, no sólo demuestran la comprensión de un tema, sino que, al mismo tiempo, la

aumenta.

El marco de la Enseñanza para la Comprensión, enlaza los “cuatro pilares de la pedagogía” con cuatro elementos de planeación e instrucción (Blythe y Perkins, 2006).

Tabla 1 - Enseñanza para la comprensión: Extraída de Blythe y Perkins, 2006.

Cuatro preguntas centrales acerca de la Enseñanza.	El elemento de la EpC que aborda cada una de las preguntas
¿Qué debemos enseñar?	<i>Tópicos Generativos</i>
¿Qué vale la pena comprender?	<i>Metas de Comprensión</i>
¿Cómo debemos enseñar para comprender?	<i>Desempeños de Comprensión</i>
¿Cómo pueden saber estudiantes y maestros lo que comprenden los estudiantes y cómo pueden desarrollar una comprensión más profunda?	<i>Valoración Continua</i>

Fuente: Blythe y Perkins, 2006.

El marco de la EpC es una serie de pautas generales que proporcionan “ambigüedad óptima”, es decir, suficiente estructura como suficiente flexibilidad para satisfacer las necesidades de los profesores en el salón de clase, permitiendo personalizar las innovaciones, adaptarlas a los contextos, a las condiciones específicas del grupo y a los requerimientos de la Institución Educativa. Teniendo en cuenta a la vez, que no siempre se cuenta con el tiempo ni con la energía para reinventar cada actividad; por lo tanto, proporciona suficientes pautas para apoyar el esfuerzo de los profesores en la transformación de las prácticas (Blythe y Perkins, 2006). El marco subraya cuatro conceptos claves:

2.2.7 Tópico Generativo

Responde a la pregunta central en educación ¿Qué debemos enseñar? Los tópicos generativos son temas, cuestiones, conceptos, ideas, etc. que ofrecen profundidad, significado, conexiones y variedad de perspectivas en un grado suficiente como para apoyar el desarrollo de comprensiones poderosas por parte de estudiante. No todos los temas se prestan por igual para la enseñanza para la comprensión. Por regla general se deben buscar tres características en un tópico generativo: su centralidad en cuanto a la disciplina, el que sea asequible para los estudiantes y la forma en que se relaciona con diversos temas dentro y fuera de la disciplina. Es una idea potente que va a guiar toda la clase o el periodo (Blythe y Perkins, 2006).

Los tópicos generativos se planean a partir de lluvia de ideas, preferiblemente con otros colegas, pensando en el tema de interés para el docente y los estudiantes en el pasado. Una vez identificadas las nociones más prometedoras, se confecciona una “red de ideas” alrededor de ellas, como conceptos, proyectos, recursos, conexiones, etc. El paso siguiente es centrarse en las partes de la red donde empalmen más conexiones, para encontrar los tópicos capaces de suscitar polémica, que admitan múltiples y diferentes perspectivas, que no se presten a una única respuesta correcta y que les permita a los estudiantes formular sus propias opiniones (Blythe y Perkins, 2006).

Para que los tópicos generativos formen parte de la práctica de enseñanza es importante conocer a los estudiantes, saber ¿qué les agrada y qué les desagrada? ¿qué cuestiones les despierta su interés? Una vez se sabe esto, Se comienza la unidad y se pide a los estudiantes que creen sus propias redes en torno del tópico. Y por ultimo, es importante no apurarlos. Ningún tópico será generativo si los estudiantes no tienen el tiempo suficiente para explorar el material, establecer conexiones y desarrollar comprensión (Blythe y Perkins, 2006).

2.2.8 *Metas de Comprensión*

Responde a la pregunta en educación ¿Qué vale la pena comprender? Son conceptos, procesos y habilidades que se desea que comprendan los estudiantes y que contribuyen a establecer un centro cuando se determina hacia dónde habrá de encaminarse. Las metas de comprensión de las unidades se enfocan en los aspectos centrales del tópico generativo (Blythe y Perkins, 2006).

Las metas de comprensión se articulan a través de una lluvia de ideas. Se pueden realizar estas preguntas ¿Qué comprensiones quiero que los estudiantes desarrollen como resultado de su trabajo en esta unidad? ¿Por qué se enseña este tópico? Las metas de comprensión se pueden presentar en forma de pregunta o como enunciados y su objetivo es el de enfocar la instrucción (Blythe y Perkins, 2006).

2.2.9 *Desempeños de Comprensión.*

Responde a la pregunta ¿Cómo debemos enseñar para comprender? Los desempeños de comprensión son actividades que ayudan a los estudiantes a desarrollar y a demostrar la comprensión, exige que los estudiantes usen sus conocimientos previos de maneras nuevas o en situaciones diferentes para construir la comprensión del tópico de la unidad. Los desempeños de comprensión obligan a los estudiantes a demostrar públicamente cuanto han aprendido (Blythe y Perkins, 2006).

Un ejemplo de desempeños de comprensión para una unidad de matemáticas: “Los estudiantes comprenderán cómo pueden utilizarse los porcentajes para describir acontecimientos del mundo real” y “los estudiantes comprenderán cómo se representa la información numérica en gráficos claros” (Blythe y Perkins, 2006).

Los desempeños de comprensión se planean iniciando con una “lluvia de ideas”

pensando en aquellas actividades del pasado que resultaron particularmente productivas para los estudiantes. Una vez identificadas las metas de comprensión, se consulta la lista de posibles desempeños que se acaban de producir y se eligen aquellos que apoyen esas metas. Adicionalmente, se incorporan oportunidades para que los estudiantes reciban retroalimentación sobre su trabajo y lo revisen a medida que lo ejecutan (Blythe y Perkins, 2006).

Una vez generados los Desempeños de Comprensión, se ordenan en secuencia a fin de asegurar que se llevarán a cabo a lo largo de la unidad, desde el inicio hasta la conclusión. Cada vez que se planea, se deben tener en cuenta los siguientes desempeños:

Desempeños Preliminares (o Desempeños de Exploración).

Estos son los Desempeños de Comprensión que generalmente corresponden al inicio de la unidad. Dan a los estudiantes la ocasión de explorar el Tópico Generativo y al profesor, le da la oportunidad de conocer la comprensión que tienen los estudiantes sobre el tópico. De estas exploraciones surge la posibilidad de establecer vínculos entre los intereses personales del estudiante y el tópico (Blythe y Perkins, 2006).

Desempeños de Investigación Guiada.

En este tipo de desempeños, los estudiantes se centran en desarrollar la comprensión de problemas o aspectos concretos del Tópico Generativo que para el profesor son importantes. Los desempeños de investigación guiada se producen por lo general en la mitad de las unidades (Blythe y Perkins, 2006).

Desempeños Finales (o Proyectos Finales de Síntesis).

Estos desempeños más complejos corresponden a la última etapa y permiten que los estudiantes sinteticen y demuestren la comprensión alcanzada a través de los otros Desempeños de Comprensión (Blythe y Perkins, 2006).

A medida que los estudiantes se involucran en los Desempeños de Comprensión es necesario ayudarlos a establecer conexiones entre los Desempeños y las Metas de Comprensión que ellos van alcanzando (Blythe y Perkins, 2006).

Mientras los estudiantes están involucrados en los Desempeños de Comprensión, el profesor se convierte en un "entrenador ambulante" que está atento al progreso de sus estudiantes, escucha sus preguntas, sus confusiones y sus inquietudes, y que deberán ser tratadas en grupos de discusión o en clases magistrales (Blythe y Perkins, 2006). También es recomendable solicitar a los estudiantes que comuniquen las razones a sus respuestas, que ofrezcan pruebas que las respalden, que hagan predicciones durante los procesos de discusión o que escriban sus reflexiones acerca de los desempeños (Blythe y Perkins, 2006). Y por último, comunicar a los estudiantes los criterios con que serán evaluados los desempeños y brindarles la oportunidad (especialmente en los desempeños más complejos) de evaluar su trabajo y el de los demás, así como de revisarlo antes de entregar la producción final (Blythe y Perkins, 2006).

2.2.10 Valoración Continua

Responde a la pregunta ¿Cómo pueden saber estudiantes y maestros lo que comprenden los estudiantes y cómo pueden desarrollar una comprensión más profunda? ¿Cómo podemos valorar con exactitud y equidad lo que aprendieron nuestros estudiantes? Cuando el propósito de la instrucción es la comprensión, el proceso de valoración es más que una evaluación: es una parte importante del proceso de aprendizaje y debe contribuir significativamente al mismo. Las valoraciones que promueven la comprensión (más que simplemente evaluarla) tienen que ser algo más que un examen al final de una unidad. Estas valoraciones deben informar a los estudiantes y a los docentes las comprensiones que se han alcanzado y cómo proceder en la enseñanza y el aprendizaje posteriores (Blythe y Perkins, 2006).

Este tipo de valoración es frecuente en muchas situaciones que no pertenecen al ámbito escolar. Integrar el desempeño y la retroalimentación es justamente lo que necesitan los estudiantes cuando trabajan en el desarrollo de la comprensión de un tópico o concepto específico. En el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) esto se denomina Valoración Continua (al igual que evaluación diagnóstica continua) y es el proceso de brindar respuestas claras a los Desempeños de Comprensión de los estudiantes, de modo tal que permita mejorar sus próximos desempeños (Blythe y Perkins, 2006).

El proceso de Valoración Continua consta de dos componentes principales:

Establecer criterios de valoración y proporcionar retroalimentación. Los criterios para valorar cada Desempeño de Comprensión deben ser: 1. Claros (enunciados explícitamente al comienzo de cada Desempeño de Comprensión). 2. Pertinentes (estrechamente vinculados a las Metas de Comprensión de la unidad). 3. Públicos (todos en la clase los conocen y los comprenden) (Blythe y Perkins, 2006).

La retroalimentación debe: 1. Proporcionarse con frecuencia, desde el inicio hasta la conclusión de la unidad junto con los Desempeños de Comprensión. A veces la retroalimentación puede ser formal y planeada y otras veces puede ser más informal. 2. Proporcionar a los estudiantes información sobre el resultado de los desempeños previos y también sobre la posibilidad de mejorar los futuros desempeños. 3. Informar sobre la planeación de las clases y actividades siguientes. 4. Venir de diferentes perspectivas: de las reflexiones de los estudiantes sobre su propio trabajo, de las reflexiones de los compañeros sobre el trabajo de los otros y de los profesores (Blythe y Perkins, 2006).

La valoración continua se planea dentro del contexto de los Desempeños de Comprensión o de las actividades planeadas. Al utilizar las Metas de Comprensión para generar los criterios en virtud de los cuales el profesor valorará el desempeño de los estudiantes. Debe también crear las oportunidades al comienzo y a lo largo de la unidad para valorar el

desarrollo de la comprensión por parte de los estudiantes. Si la valoración/evaluación sólo se hace al final de la unidad, no es entonces una Valoración Continua y no ayuda a los estudiantes a desarrollar y mejorar su comprensión. De igual manera, debe crear las oportunidades para que, durante el desarrollo de los Desempeños de Comprensión, los estudiantes puedan darse retroalimentación y/o recibir retroalimentación por parte del profesor. A lo largo de la realización de los desempeños en una unidad específica, se debe tratar de equilibrar la retroalimentación formal e informal. Así mismo, proporcionar oportunidades para que surjan diversas perspectivas de valoración a lo largo de la unidad: autovaloración, valoración de pares, y la valoración del profesor acerca del trabajo de los estudiantes. Se requiere dar el tiempo para que los estudiantes desarrollen las habilidades necesarias para ofrecerse a sí mismo y a los demás una retroalimentación útil. La auto reflexión y la valoración de compañeros no son algo sencillo para los estudiantes, son algo que deben aprender (Blythe y Perkins, 2006).

La enseñanza con valoración continua se logra si se tienen claros cuáles deben ser los criterios de un desempeño específico y si se invita a los estudiantes a elaborar por sí mismos los criterios de valoración, observando modelos o ejemplos de desempeños similares. Una vez establecidos los criterios, se deben colocar en un lugar visible del salón. Las discusiones formales e informales de los mismos ayudan a los estudiantes a ver la relación de dichos criterios y las Metas de Comprensión. Es indispensable mostrar a los estudiantes cuál es la manera óptima de proporcionar una retroalimentación que les comunique si lo están haciendo bien y cómo podrían mejorar el trabajo. Los portafolios y diarios de reflexión son herramientas útiles para que los estudiantes se den cuenta de lo que van aprendiendo a través del tiempo. Utilice las oportunidades de valoración no sólo para medir el rendimiento de los estudiantes, sino también para examinar y reestructurar el currículo y la práctica pedagógica (Perkins y Blythe, 2006).

2.2.11 Lineamientos curriculares de matemáticas emitidos por el M.E. N.

Cada colegio organiza su currículo dependiendo de su propósito, consignado en el Proyecto Educativo Institucional (PEI), y de su cultura y contexto. (Secretaría de Educación del Distrito, 2014). Sin embargo, debe tener en cuenta los criterios dados por el Ministerio de Educación Nacional y en el caso de Bogotá, la Secretaría de Educación del Distrito, que garanticen la justicia, equidad y desarrollo, al permitir conocer lo que deben aprender los estudiantes y establecer el punto de referencia de lo que están en capacidad de saber y saber hacer en contexto en cada una de las áreas y grados. Por lo tanto, para el área de matemáticas se deben tener en cuenta:

Los Procesos Generales de la Actividad Matemática o Ejes de las Matemáticas, que son:

Formulación, tratamiento y resolución de problemas. Este proceso está presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas, convirtiéndose en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)

Modelación. Modelar procesos y fenómenos de la realidad. Un modelo se entiende como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. La modelación ayuda a producir estructuras matemáticas perdurables. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)

Comunicación. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)

Razonamiento. El desarrollo del razonamiento lógico permite percibir regularidades, relaciones, hacer predicciones, justificar o refutar conjeturas, dar explicaciones coherentes, proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptar o rechazar con argumentos y razones. Es conveniente propiciar el razonamiento en los aspectos espacial, métrico, geométrico, numérico y proporcional. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)

Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos. Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Los Tipos de Pensamiento Matemático que son:

Pensamiento numérico y los sistemas numéricos.

Pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medida.

Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

Pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Donde el Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos llevan a la comprensión del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos y las operaciones que con ellos se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos. Se debe aprovechar el concepto intuitivo de los números que el niño adquiere desde antes de iniciar su proceso escolar en el momento en que empieza a contar, y a partir del conteo iniciarlo en la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones. Mostrar diferentes estrategias y maneras de obtener un mismo resultado. Cálculo mental. Logaritmos. Uso de los números en estimaciones y aproximaciones. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

En la misma línea, en el caso de los números naturales, las experiencias con las distintas formas de conteo y con las operaciones usuales (adición, sustracción, multiplicación y división) generan una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas. En cierto sentido, la numerosidad o cardinalidad de estas cantidades se está midiendo con un conjunto unitario como unidades simples, o con la pareja, la decena, o la docena como unidades complejas, y las operaciones usuales se asocian con ciertas combinaciones, separaciones, agrupaciones o reparticiones de estas cantidades, aunque de hecho se refieren más bien a los números que resultan de esas mediciones (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Así pues, el desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la Educación Básica y Media y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración con los que se representan. El complejo y lento desarrollo histórico de estos sistemas numéricos y simbólicos sugiere que la construcción de cada uno de estos sistemas conceptuales y el manejo competente de uno o más de sus sistemas simbólicos no puede restringirse a grados específicos del ciclo escolar, sino que todos ellos se van construyendo y utilizando paciente y progresivamente a lo largo de la Educación Básica y Media (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Dentro de los estándares básicos de Competencias Matemáticas para pensamiento numérico y sistema numérico se tienen los siguientes que tienen que ver con valor posicional:

Describir, comparar y cuantificar situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.

Usar representaciones, principalmente concretas y pictóricas, para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.

Usar representaciones, principalmente concretas y pictóricas, para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.

Reconoce propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que) en diferentes contextos.

Los Contextos en el Lenguaje de las Matemáticas que se refieren tanto al entorno sociocultural, al ambiente local, regional, nacional e internacional, como al entorno intermedio de la institución escolar (donde se viven distintas situaciones y se estudian diferentes áreas) y al entorno inmediato de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula. Es decir, que hay al menos tres tipos o niveles de contexto, distintos pero muy relacionados entre sí, que deben tenerse en cuenta en el aprendizaje de las matemáticas. (Ministerio de Educación Nacional, 2006) Estos son:

Contexto de aula o contexto inmediato.

Contexto institucional o contexto escolar.

Contexto sociocultural o extraescolar.

La Secretaria de Educación del Distrito (2014) en las “Orientaciones para el área de Matemáticas. Currículo para la excelencia y la formación integral” presenta el desarrollo de los niveles de complejidad para relacionarlos con la estructuración del desarrollo de pensamiento matemático, de allí se extrajeron las necesarias para tener en cuenta en el ciclo cero y primero, que se presentan en la tabla 2.

Tabla 2 - El desarrollo de los niveles de complejidad para ciclo cero y primero, extraído de la Secretaria de Educación del Distrito (2014).

Ciclo	Nivel de desarrollo de los ejes en matemáticas	Habilidades mentales	Tipos de problemas	Preguntas orientadoras
Cero y Primero	Razonamiento, comunicación y modelación nocionales	Interpretar, analizar, comprender, aplicar, evaluar, crear	Rutinarios	¿Qué? ¿Cuándo? ¿Quién? ¿En dónde?

Fuente: Secretaria de Educación del Distrito, 2014.

De igual modo, La Secretaria de Educación del Distrito (2014) en este mismo documento en las “Orientaciones para el área de Matemáticas. Currículo para la excelencia y la formación integral” presenta el desglose de las habilidades específicas por desarrollar en cada nivel, según su complejidad en el área de matemáticas, para el presente trabajo tendremos en cuenta las propuestas para primer ciclo.

Tabla 3 - Habilidades específicas a desarrollar en el primer ciclo, extraídas de Secretaria de Educación del Distrito (2014).

Ciclo	Interpretar	Analizar	Comprender	Aplicar	Evaluar	Crear
Primero	Describir, representar, señalar, reconocer	Comparar	Relacionar	Usar	Diferenciar	Asociar

Fuente: Secretaria de Educación del Distrito, 2014.

3 Diseño metodológico

El diseño metodológico hace referencia a los procedimientos utilizados para dar respuesta a la pregunta de investigación. Es decir, describir los pasos a seguir para implementar la propuesta de intervención.

Con él se pretende establecer el método, el enfoque, el alcance de la misma, el diseño de investigación, las categorías de análisis, las técnicas de recolección, las estrategias, la población objeto de estudio, el contexto donde se desenvuelve la investigación, los instrumentos de recolección de información y el plan de acción.

Es así que, para la elaboración de este trabajo de investigación se utilizará el enfoque cualitativo de alcance descriptivo y diseño de la investigación-acción, todo esto dentro del marco de la enseñanza para la comprensión (EpC).

3.1 *Enfoque cualitativo de investigación*

Para este trabajo de investigación se utilizará el enfoque cualitativo ya que este utiliza la recolección de datos sin medición numérica, por lo tanto, el análisis no es estadístico, para describir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación (Hernández, 2010). Este enfoque también se guía por áreas o temas significativos de investigación, en este caso las matemáticas, y el valor posicional básicamente que es un tópico importante en este grado; con base a lo anterior se propone la recolección de información por medio del análisis de diferentes instrumentos como son el diario de campo, las filmaciones y/o fotos y las rúbricas, para la recolección de datos se tienen en cuenta las perspectivas y puntos de vista de los estudiantes: sus prioridades, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos, de ahí surge el tópico generativo (Corbetta, 2003, citado por Hernández, 2010).

Debido a ello, la preocupación directa del investigador se concentra en las vivencias de los participantes tal como fueron (o son) sentidas y experimentadas (Sherman y Webb, 1988, citado Hernández, 2010) Patton (1990) define los datos cualitativos como descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones.

La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” y no siempre la secuencia es la misma, varía de acuerdo con cada estudio en particular (Hernández, 2010); de acuerdo a lo planteado anteriormente, este enfoque es utilizado durante la ejecución de la unidad didáctica planteando preguntas potenciadoras (SED, 2014) para indagar los conocimientos previos, adquiridos o construidos durante el transcurso de ésta.

3.2 Alcance descriptivo

El alcance del presente trabajo de investigación es descriptivo, ya que pretende medir, recoger información específica y mostrar con precisión los nivel de comprensión que desarrollan los estudiantes de grado segundo de educación básica primaria de dos colegios distritales ubicados en el sur de la Ciudad, sobre el concepto de valor posicional al implementar una unidad didáctica dentro del marco de la Enseñanza para la Comprensión (Hernández et al, 2010), con elementos teóricos de valor posicional propuestos por Jones (1996), Kamii y Joseph (1998), Duval (2004), Silva (2005), Castaño (2008), Salazar y Vivas (2013), Flores y Rico (2015).

3.3 Diseño Investigación - Acción

Según Elliott (2000), la investigación - acción en las escuelas analiza las acciones humanas y las situaciones problemáticas experimentadas por el profesor, para que sean

profundizadas y se comprendan, adoptando una postura exploratoria frente a ésta y una vez se logre explicarla e interpretarla, construir un plan de acción para superarla teniendo en cuenta durante todo el proceso el punto de vista de quienes están implicados en ello, basados en la participación.

Complementando lo anterior, Kemmis (1984), sostiene que la Investigación – acción es una forma de indagación autorreflexiva realizada por el profesor sobre las situaciones que se presentan dentro del aula para mejorar sus propias prácticas educativas y su comprensión sobre la misma.

En este orden de ideas, este trabajo de grado se fundamenta en este tipo de investigación ya que durante el quehacer pedagógico se evidencian diferentes situaciones problemáticas relacionadas al concepto de valor posicional.

Para argumentar lo anterior, se ha realizado un rastreo teórico con el fin de profundizar sobre este tópico y conocer cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes para comprender este concepto; después de esto se construye un plan de acción teniendo en cuenta los intereses de los estudiantes. y de esta manera mejorar los niveles de comprensión del valor posicional.

Para abordar esta situación problema se pretende diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica planteada dentro del marco de la Enseñanza para la Comprensión (Blythe, 1999), con elementos teóricos de valor posicional propuestos por Jones (1996), Kamii y Joseph (1998), Duval (2004), Silva (2005), Castaño (2008), Salazar y Vivas (2013), Flores y Rico (2015).

3.4 *Descripción de la Población*

El trabajo de investigación se realizará con los estudiantes de segundo de básica primaria de dos Colegio Distritales ubicados en el sur de la Ciudad, así: 23 estudiantes de grado segundo B del Colegio Restrepo Millán I.E.D., jornada tarde (grupo 1 en los siguientes capítulos) y 33 estudiantes de grado 201 del Colegio Distrital San Carlos, jornada mañana (Grupo 2 en los siguientes capítulos).

En ambos grupos se evidencian grandes dificultades en matemáticas en: el reconocimiento de los números; las relaciones de orden, seriación y secuenciación; las posiciones antes, entre y después de la comparación de conjuntos; el reconocimiento de las relaciones “mayor que” y “menor que”; la ejecución de algoritmos de operaciones básicas; el valor posicional y la comparación de números y cantidades, entre otras. Lo anterior se ha evidenciado a través de las diferentes actividades que se han realizado al utilizar unidades, decenas y centenas en la clase.

Colegio Restrepo Millán I.E.D.

El colegio Restrepo Millán I.E.D. se encuentra en la localidad 18 - Rafael Uribe Uribe, cuenta con tres sedes. Una de bachillerato y dos de primaria. El presente trabajo de grado se desarrollará en la sede B “Isabel II” ubicada en la Calle 40 sur #26 90, con todos los estudiantes de grado segundo, de la jornada de la tarde. PEI del colegio Restrepo Millán. “Formación del futuro ciudadano mediante el desarrollo de valores con espíritu democrático, académico y humanístico” (Colegio Restrepo Millán I.E.D., 2015).

Colegio San Carlos

El colegio distrital San Carlos se encuentra ubicado en la localidad sexta-Tunjuelito cuenta con dos sedes, dos de bachillerato y primaria en tres jornadas (mañana, tarde y noche); la sede A, está ubicada en la carrera 18 # 56 a – 45 sur. La sede B está ubicada en la

carrera 19 # 50-37. PEI del Colegio Distrital San Carlos. Formación integral en valores para alcanzar el éxito.

3.4.1 Contexto de Aula

Colegio Restrepo Millán.

Características del grupo: El curso segundo B, jornada de la tarde está conformado por 24 estudiantes, 12 niñas y 12 niños. 22 de los estudiantes cursaron primero en la misma institución y 2 niñas nueva. Una estudiante presenta necesidades educativas especiales. La edad promedio dentro del curso está en el rango de 6 - 9 años.

Fortalezas: Los estudiantes del curso segundo B son dinámicos, activos, colaboradores, solidarios, emotivos y expresivos. Los estudiantes trabajan en clase con entusiasmo e interés por saber cosas nuevas, cumplen con tareas y materiales solicitados. La mayoría de ellos cuentan con apoyo familiar en el desarrollo de sus actividades académicas y escolares. La mayoría de estudiantes siguen instrucciones y trabajan bien en grupos.

Debilidades: Presentan diferencias en sus ritmos de aprendizaje. Su capacidad de atención es corta y tienden a distraerse con facilidad. Son algo desordenados con sus útiles y los pierden con frecuencia. Algunos estudiantes escriben y toman dictado sin dificultad mientras que otros están iniciando este proceso; en algunas ocasiones solo realizan lectura de palabras con las sílabas m, p, s y n. La mayoría escribe su nombre.

Se evidencian dificultades en matemáticas, en casos específicos como son:

Algunos estudiantes: Confunden números y letras 7 y F, 2 y S. Ejemplo: al querer escribir 26, la grafía que usan es S6. Invierten números como el 2, 4, 5, 7 y el 9. Al escribir

números de 2 dígitos, los invierten. Ejemplo: si quieren escribir 14, escriben 41. No reconocen, ni toman dictado de números de 2 dígitos. No identifican símbolos como +, - e =.

La mayoría de estudiantes: No establecen diferencias entre unidades y decenas. Para ellos, en números como el 1 y el 15, el dígito 1 representa lo mismo, unidades. No escriben números de 3 dígitos o los escriben como el siguiente ejemplo: al dictar 230, escriben 20030. No suman, ni restan números de dos dígitos. Se les dificulta determinar cuál es el número que va antes y el que va después de... Se les dificulta establecer las relaciones de mayor que, menor que, e igual que en números de 2 dígitos.

Estrategias de mejoramiento (aspecto académico y formativo): Se trabajan guías paralelas para el refuerzo de los estudiantes que presentan dificultades en lectura y escritura, o en procesos matemáticos (operaciones básicas); tiempo extra para el desarrollo de las actividades propuestas en cada clase y asignatura. Se han entregado talleres, actividades de refuerzo y se ha dialogado con padres para que se involucren en mayor grado en el proceso de formación académica de sus hijos.

Información general familiar del grupo: La composición familiar de este grupo está determinada de la siguiente manera: el 60% de los estudiantes pertenecen a familias nucleares, los cuales viven con sus padres (madre-padre). El 40% de los estudiantes, pertenecen a familias monoparentales (madres cabeza de hogar).

Los estudiantes provienen de familias humildes, alguno de ellos tiene hermanos y hermanas en la misma institución; las condiciones socioeconómicas del grupo son bajas, perteneciendo al estrato 2 en su mayoría.

Colegio San Carlos.

Características del grupo: El curso 201 está conformado por 33 estudiantes, 15 niñas y 18 niños. 26 de los niños cursaron grado cero en la institución, 9 son provenientes de

otras instituciones educativas y hay un niño repitente de grado primero. La edad promedio de los estudiantes está en el rango de 5 - 8 años.

Fortalezas: es un grupo bastante colaborador, buenos compañeros, cariñosos, solidarios; demuestran interés por aprender cosas nuevas, con buena disposición para participar en cualquier actividad, unidos, les agrada expresar constantemente lo que piensan y sienten; les gusta contar relatos de algunos acontecimientos de su diario vivir, permanecen en constante comunicación con sus pares. Algunos estudiantes del curso trabajan de manera autónoma; estos estudiantes ayudan constantemente a sus compañeros que presentan algunas dificultades en la realización de tareas. Les gusta mucho formular preguntas y las realizan en todo momento, referidas al tema que se esté desarrollando.

Debilidades: presentan grandes diferencias en su ritmo de aprendizaje, es un grupo con muchos problemas a nivel de conducta sobre todo en los estudiantes hombres que son bastantes agresivos y solucionan la mayoría de problemas a golpes. Presentan problemas de atención y concentración; su capacidad de atención es muy corta, tienden a distraerse con facilidad. Durante el desarrollo de las actividades propuestas un número reducido de alumnos atiende, mientras el resto de los estudiantes juegan o hablan entre ellos. Son algo desordenados con sus útiles y los pierden con frecuencia. Falta compromiso por parte de los padres en los refuerzos y en la realización de tareas. En cuanto a su dimensión cognitiva a pesar del gran interés de los estudiantes en el desarrollo de las actividades propuestas se presentan dificultades en el proceso de lectoescritura y en el pensamiento numérico. Algunos escriben y toman dictado sin dificultad mientras que otros están iniciando este proceso; en algunas ocasiones solo realizan lectura de palabras con las silabas m y p. La mayoría escribe su nombre.

Se evidencian grandes dificultades en matemáticas en el reconocimiento de los números de 1 al 100, no tienen clara las relaciones de orden, seriaciones y secuencias, no reconocen las posiciones de antes, entre y después de números hasta el 100, en la comparación de conjuntos teniendo en cuenta la cantidad de elementos, reconocimiento de las relaciones “mayor que” y “menor que” ejercicios de adiciones y sustracciones con

unidades y decenas y valor posicional. En la comparación de números y cantidades, valor posicional.

Estrategias de mejoramiento (aspecto académico y formativo): Se trabajan guías paralelas para el refuerzo de los estudiantes que presentan dificultades en lectura y escritura, o en procesos matemáticos (operaciones básicas); tiempo extra para el desarrollo de algunas actividades de acuerdo las dimensiones trabajadas con los niños (dimensión cognitiva, dimensión comunicativa, dimensión socio afectiva y dimensión físico-creativa), se dialoga constantemente con ellos sobre la importancia del respeto hacia los pares para bajar los niveles de agresividad. Se han entregado talleres, actividades de refuerzo y se ha dialogado con padres para que se vinculen y observen la importancia en el acompañamiento de sus hijos.

Información general familiar del grupo: La composición familiar de este grupo está determinada de la siguiente manera: el 50% de los estudiantes pertenecen a familias nucleares, los cuales viven con sus padres (madre-padre). El 30% de los estudiantes, pertenecen a familias monoparentales (madres cabeza de hogar). El 10% viven con sus abuelos maternos.

Los estudiantes provienen de familias de los alrededores del colegio, alguno de ellos tiene hermanos y hermanas en la misma institución; las condiciones socioeconómicas del grupo son en algunos casos inestable ya que el 100% de los estudiantes pertenecen a los estratos 0 y 1; es de anotar que en las familias de estos estudiantes las oportunidades laborales son bastante escasas y en algunas de ellas prevalece la actividad económica informal como sustento económico.

3.4.2 Categorías de análisis

Tabla 4 - Categorías de análisis

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS
Habilidades relacionadas con la adquisición del concepto de valor posicional: Contar, partir, agrupar y relacionar números. A Partir de allí se crean 5 niveles de desarrollo basados en el valor posicional (Jones et al., 1996).	Nivel 1. Previo al valor posicional.
	Nivel 2. Inicio del valor posicional.
	Nivel 3. Desarrollando el valor posicional.
	Nivel 4. Valor posicional Extendido.
	Nivel 5. Valor posicional Esencial.
Desarrollo de la base 10 (Silva, 2005).	Nivel 1. Concepto inicial del 10.
	Nivel 2. Concepto intermedio del 10.
	Nivel 3. Concepto fácil del 10.
Dificultades asociadas al aprendizaje del concepto del Valor Posicional (Flores y Rico, 2015).	Dificultades en la escritura y lectura de los números naturales
	Dificultades asociadas a características del sistema decimal de numeración (SDN).
	Dificultades con el cero.

Fuente: Elaboración propia.

3.5 Instrumentos

Para el trabajo de investigación se utilizarán los siguientes instrumentos:

Diario de campo. Grabación en video de las clases. Listas de chequeo: Actitudinal, de las dificultades asociadas al concepto de valor y Asociada a las habilidades previas al concepto de valor posicional propuestas por Jones (1996). Tabla de registro de actividades de la Unidad Didáctica. Guías de trabajo, carteleras y trabajos elaborados por los estudiantes.

3.6 *Estrategia de intervención.*

Con el fin de favorecer en los estudiantes la comprensión del valor posicional, se diseña, implementa y evalúa una unidad didáctica, planteada dentro del marco de la Enseñanza para la Comprensión (Blythe, 1999), con elementos teóricos de valor posicional propuestos por Jones (1996), Kamii y Joseph (1998), Duval (2004), Silva (2005), Castaño (2008), Salazar y Vivas (2013), Flores y Rico (2015).

Es importante resaltar que la comprensión del valor posicional le permite a los estudiantes entender que cada número en una posición tiene un valor que depende del lugar en donde se encuentre (Salazar y Vivas, 2013), a partir de lo anterior, se diseñaron las actividades propuestas en esta unidad didáctica teniendo en cuenta las cuatro habilidades matemáticas que están relacionadas directamente con la comprensión del valor posicional: contar, partir, agrupar y relacionar números (Jones, 1996), y los niveles de comprensión para el desarrollo de la base 10 propuestos por Silva (2005).

Con el desarrollo de esta unidad didáctica se busca enfrentar a los estudiantes a la tarea de contar, registrar y comparar la cantidad de elementos, habilidades relacionadas con la adquisición y manejo del valor posicional (Jones, 1996), para esto también se tendrán en cuenta preguntas potenciadoras (SED, 2014) durante el transcurso de la unidad para indagar los conocimientos previos, adquiridos o construidos durante el transcurso de ésta.

De igual forma, Silva (2005) considera importante la comprensión del valor posicional en los primeros años de educación, sugiriendo la articulación de este concepto con actividades enmarcadas en el uso del lenguaje oral y en la producción de diversos tipos de representación.

La unidad didáctica diseñada desde este marco, está propuesta a partir de un tema central o tópico generativo (Blythe y Perkins, 2006), que se generó a partir de los intereses demostrados por los estudiantes en visitas programadas a la biblioteca, donde ellos estaban

en libertad de escoger los libros de su interés y un gran número de los estudiantes eligió libros relacionados con el universo, el espacio y el sol; además, en diferentes actividades propuestas en otras asignaturas, en las cuales tenían que inventar cuentos, dibujos e historietas, se evidenció que muchos lo hicieron con naves espaciales, extraterrestres, la luna y los planetas, a partir de estas preferencias de los estudiantes, se eligió como tópico generativo el universo a gran escala.

Esta unidad didáctica está diseñada teniendo en cuenta las diferentes fases planteadas en el marco de la EPC: La fase exploratoria, que corresponde al inicio de la unidad, le da a los estudiantes la oportunidad de explorar el concepto de valor posicional por medio de la exploración del universo, y nos permite a las docentes conocer la comprensión que tienen los estudiantes sobre este tópico; la fase de investigación guiada se implementará en la mitad de la unidad, en esta fase, los estudiantes desarrollarán o ampliarán su comprensión del concepto de valor posicional, objetivo central en este estudio. Y por último, la fase de proyecto síntesis, que corresponde a la última etapa de esta unidad, esta permite que los estudiantes sinteticen y demuestren la comprensión del concepto de valor posicional alcanzado a través de los desempeños de comprensión propuestos al inicio de la unidad (Blythe y Perkins, 2006).

A continuación, se presentan una serie de preguntas potenciadoras que facilitan la comprensión de aprendizajes (SED, 2014) usadas durante la unidad didáctica.

Tabla 5 - Preguntas potenciadoras

Área	Detalles
Comunica	¿Por qué es importante contar? ¿Cómo le explicarías a tus compañeros la importancia del valor posicional?
Crea	¿Cómo podemos hacer para contar las estrellas? ¿Qué necesitamos para contar las estrellas? ¿Cuál es la mejor forma para agrupar las estrellas?

Área	Detalles
	¿Cómo podríamos inventar una forma para contar las estrellas que hay en el cielo en la noche?
Evalúa	¿Por qué es útil agrupar las estrellas? ¿Para qué es importante agrupar las estrellas?
Analiza	¿Qué diferencia hay entre una estrella, una constelación y una galaxia? ¿Qué pasa cuando unimos dos, tres o cuatro grupos de estrellas o galaxias? ¿Qué pasaría si en un número se cambiara la posición de una cifra?
Aplica	¿Qué necesitamos para formar una galaxia? ¿Cuántas estrellas, constelaciones y galaxias necesitamos para formar cierto número? ¿Cuántos planetas tiene nuestro sistema planetario?
Comprende	¿Cuáles son las formas de representar un número? ¿Cuál es el valor de una cifra de acuerdo a la posición que ocupa en un número?
Reconoce	¿Cuáles son las unidades, las decenas y las centenas en una cantidad? ¿Cómo se representan las unidades, las decenas y las centenas? ¿A cuántas unidades equivale una decena? ¿A cuántas decenas equivale una centena?

Fuente: Elaboración propia.

Estrategias de Valoración:

Igualmente, a medida que los estudiantes responden las preguntas, se va realizando una retroalimentación de tipo informal sobre el concepto de valor posicional y del universo por parte de las profesoras, lo cual concuerda con lo propuesto por Blythe y Perkins (2006), como parte importante del proceso de la valoración continua.

Durante toda la unidad se utilizarán las siguientes listas de chequeo como parte de la estrategia de valoración continua.

Tabla 6 - Lista de chequeo como parte de la estrategia de valoración continua

Aspectos a valorar	Sí	A veces	No
He mostrado interés por aprender el tema.			
Participo en las actividades propuestas.			
Muestro respeto por acciones y opiniones de mis compañeros.			
Realizo preguntas sobre conteo.			

Fuente: Elaboración propia.

Lista de chequeo de las dificultades asociadas al concepto de valor posicional

Tabla 7 - Lista de chequeo de las dificultades asociadas al concepto de valor posicional

Aspectos a valorar	Sí	No	¿Cuál? especificar
Dificultades asociadas al concepto de valor posicional. Flores y Rico (2015). El estudiante presenta dificultades en:			
Lectura de los números naturales.			
Escritura de los números naturales.			
Asociadas a las características del SDN			
Relacionadas con el cero.			

Fuente: Elaboración propia.

Todas las actividades propuestas en la unidad serán filmadas para luego extraer información sobre la comprensión que tienen los estudiantes con respecto al tópico generativo dependiendo de la fase que se esté desarrollando.

3.7 Tópico generativo

“Somos como astronautas conociendo el espacio”.

3.7.1 Metas de comprensión

En concordancia con Blythe y Perkins (2006), las metas de comprensión son conceptos, procesos y habilidades que se desea que comprendan los estudiantes y que contribuyen a establecer un centro cuando se determina hacia dónde habrá de encaminarse. Las metas de comprensión de la unidad se enfocan en los aspectos centrales del tópico generativo. A partir de lo anterior se proponen las siguientes:

3.7.2 De contenido

Los estudiantes usarán el conteo, la partición, la agrupación y la relación entre números para resolver problemas con operaciones básicas y comprender el concepto de valor posicional.

Los estudiantes comprenderán que el uso de unidades, decenas y centenas le permite representar cantidades para resolver situaciones aditivas.

3.7.3 *De método*

Los estudiantes determinarán el número total de objetos en una colección a través de la observación, clasificación y codificación.

Los estudiantes relacionarán cómo, a través de la observación y la clasificación, pueden determinar el valor posicional de las cifras.

Los estudiantes contarán, agruparán, compararán y clasificarán conjuntos de elementos en el contexto del universo.

Los estudiantes ordenarán y determinarán si un número es mayor, menor o igual que otro.

3.7.4 *De comunicación*

Los estudiantes demostrarán cómo pueden explicar el valor posicional de los números, a través de la socialización de las actividades propuestas en la unidad.

Los estudiantes usarán la expresión verbal y escrita para explicar sus avances en la comprensión del valor posicional de los números.

3.7.5 *De propósito*

Los estudiantes descubrirán cómo el valor posicional de los números les permitirá solucionar problemas relacionados con el tópico generativo.

Los estudiantes identificarán el valor posicional de las cifras en una expresión numérica, en el contexto de la resolución de problemas.

3.7.6 *Desempeños de comprensión*

Los desempeños de comprensión son actividades que ayudan a los estudiantes a desarrollar y demostrar la comprensión, exigen que los estudiantes usen sus conocimientos previos de maneras nuevas o en situaciones diferentes para construir la comprensión del concepto de valor posicional de la unidad. Los desempeños de comprensión de esta unidad están propuestos para que los estudiantes demuestren públicamente cuanto han aprendido (Blythe y Perkins, 2006). En concordancia con lo anterior se proponen los siguientes desempeños de comprensión que se desarrollaran durante las tres fases de la unidad didáctica:

3.8 *Fase exploratoria*

La fase exploratoria cumple las siguientes funciones, que concuerdan con las propuestas por los investigadores Blythe y Perkins (2006): Permite que los estudiantes exploren el tópico generativo, y da la oportunidad de indagar la comprensión que tienen sobre el concepto de valor posicional, también los prepara para el tipo de tareas, desempeños, destrezas y habilidades que se van a desarrollar a través de la unidad didáctica.

De la misma manera, para el desarrollo de las actividades propuestas en la fase exploratoria y en general de toda la unidad didáctica, se tuvo en cuenta el enfoque de los puntos de entrada propuesto por Howard Gardner (1991) quien considera que para que un tópico generativo valga la pena ser enseñado, puede ser abordado por lo menos desde cinco formas diferentes que se relacionan con el concepto de las inteligencias múltiples.

Esta fase se articula con dos actividades, que se describirán a continuación.

3.8.1 Actividad 1.

Título: “¿Qué sabemos sobre el universo y las estrellas?”

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 45 minutos.

Recursos: Computador o USB, Televisor o Video Bean, Videos, Cámara de video.

Esta actividad tiene una doble función:

Permitir que los estudiantes exploren el tópico generativo.

Que las profesoras indaguen sobre las ideas previas que tienen los estudiantes sobre el tópico (Blythe y Perkins, 2006).

Mediante la utilización de preguntas y la presentación de dos videos, se pretende introducir al estudiante en el tópico generativo, generar su interés e indagar sobre las ideas previas que tienen los estudiantes referentes al tópico.

Como se puede apreciar, la secuencia de las preguntas nos permite ir direccionando la actividad hacia las metas de comprensión y el estándar, es decir llevar a los estudiantes hacia el deseo de iniciar procesos de conteo.

Desarrollo de la actividad:

- 1) Las docentes realizarán diferentes preguntas, con el fin de indagar y explorar las ideas previas de los estudiantes referentes al tópico generativo y a las estrategias de conteo con que cuentan en el momento.

Algunas preguntas que se harán son:

¿Qué sabes sobre el universo? ¿Qué tan grande crees que es el universo? ¿Has visto estrellas? ¿Crees qué es posible contarlas? ¿Cómo? ¿Cuántas estrellas crees que hay en el cielo?

- 2) Se proyectarán dos videos sobre las estrellas, con el fin de familiarizar a los estudiantes con el tópico. Los nombres de los videos y las preguntas propuestas luego de cada video son:

Cuento para niños. “Como atrapar una estrella”. Autor: Oliver Jeffer.

Unificar el formato de la letra Se realizarán las siguientes preguntas: ¿Qué era lo que más deseaba el niño?, ¿Qué cosas hizo el niño para alcanzar la estrella?, ¿Dónde encontró el niño la estrella que estaba buscando?

Mirando el cielo. Capítulo 1. ¿De qué están hechas las estrellas?

Se realizarán las siguientes preguntas: ¿Qué pasa si nos acercamos a una estrella?, ¿Las estrellas son del mismo tamaño?, ¿Dónde podemos preguntar sobre las estrellas y el universo?

3.8.2 Actividad 2.

Título: Veo, pienso y me pregunto sobre las estrellas.

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes

contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 30 minutos

Recursos: Fotocopias, Cámara de video.

La rutina de visibilización del pensamiento “veo, pienso y me pregunto” permite que los estudiantes realicen observaciones cuidadosas y pensadas. Ayuda a estimular su curiosidad sobre el tópico generativo (Innovasantaana, 2015).

Con esta actividad también se inicia el proceso de indagación sobre el estado actual de desarrollo que presentan los estudiantes con respecto al concepto de valor posicional, donde se tendrán en cuenta:

Los niveles de comprensión para el desarrollo de la base 10 propuesto por Silva (2005).

Aquí se espera encontrar que los estudiantes se centran en cada uno de los elementos de una colección por separado, no ven el número 10 como una colección de objetos. Es decir, se espera que los estudiantes estén en el nivel 1 o de concepto inicial del 10.

El desarrollo de las cuatro habilidades matemáticas (conteo, partición, agrupación y relación entre números) relacionadas directamente con la comprensión del valor posicional propuesta por Jones (1996). Se espera que los estudiantes de segundo de los dos colegios se encuentren en el nivel 1 previo al valor posicional, es decir que:

Conteo: Los estudiantes puedan contar, de uno en uno, a partir de una cantidad dada y puedan determinar la numerosidad exacta de una serie. Y que algunos estudiantes puedan contar de diez en diez.

Partición: Los estudiantes puedan otorgar la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección, formando dos grupos entre el conjunto de objetos que se quieren contar. Que sean capaces de contar informalmente de diez en diez y formar de diferentes maneras números como el “cinco”, “el ocho” y el “diez”.

Agrupamiento: Los estudiantes puedan estimar el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencia y contar de cinco en cinco o de diez en diez, y agrupar una colección para ser contada fácil y rápidamente.

Relación entre números: El estudiante pueda determinar si un número (entre 1 y 10) es mayor, menor que o igual a 5 o 10, también “qué tan mayor o menor es” (mucho o poco).

De igual manera, establecer las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015), entre las cuales están las dificultades en: la escritura, la lectura de los números naturales, asociadas a las características del SDN y relacionadas con el cero.

Mediante la aplicación de la rutina de pensamiento “veo, pienso, me pregunto”, se pretende que los estudiantes exterioricen sus pensamientos referentes a la observación de la imagen mostrada, igualmente nos permite seguir indagando sobre los conocimientos previos de los estudiantes y de animarlos a ampliar sus conocimientos sobre el tópico generativo.

Posterior a la rutina, usando la imagen impresa, se les preguntará ¿Cuántas estrella hay en total? Y a partir de esto, observar el nivel de conteo en que se encuentran los estudiantes.

Estrategias de Valoración: En esta fase de la unidad se utilizará la siguiente lista de chequeo.

Tabla 8 - Lista de chequeo asociada al concepto de valor posicional

Aspectos a valorar en cada uno de los estudiantes	Sí	No
Comprensión para el desarrollo de la base 10. Silva (2005). El Estudiante		
Se centra en cada uno de los elementos de una colección por separado.		
Ve el número 10 como una colección de objetos.		
El desarrollo de las habilidades matemáticas relacionadas con la comprensión del valor posicional. Jones et al. (1996). El estudiante		
Conteo		
Cuenta, de uno en uno, a partir de una cantidad dada.		
Determina la numerosidad exacta de una serie.		
Partición		
Otorgar la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección.		
Forma dos grupos entre el conjunto de objetos que quiere contar.		
Forma de diferentes maneras números como el “cinco”, “el ocho” y el “diez”.		
Agrupamiento		
Estima el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencia.		
Agrupar una colección para ser contada fácil y rápidamente.		
Conteo, partición, agrupamiento		
Cuenta de diez en diez y de cinco en cinco		
Relación entre números		
Determina si un número (entre 1 y 10) es mayor o menor que 5 o 10, también qué tan mayor o menor es (mucho o poco).		

Fuente: Elaboración propia.

Desarrollo de la actividad: Formar parejas. A cada grupo se le entrega la fotocopia de los niños observando las estrellas.

Se realiza la rutina “veo, pienso y me pregunto”. Se pregunta ¿qué es lo que observas? , ¿qué es lo que piensas que significa? Y por último ¿Qué te preguntas de lo que viste? Las respuestas de los estudiantes se escribirán en una cartelera de acuerdo a este modelo. Los aportes realizados por los estudiantes en cada una de estas preguntas se irán

escribiendo en una cartelera. Esta cartelera se guardará para usarla luego en una fase posterior de la unidad, para que ellos la vuelvan a leer y estimen si su conocimiento sobre el tópico generativo ha cambiado.

Realizada la rutina se direcciona a los estudiantes a contestar la pregunta: ¿Cuántas estrellas crees que hay en la imagen?

Fase investigación guiada

En esta fase, los estudiantes se centrarán en desarrollar la comprensión de problemas o aspectos concretos del concepto de valor posicional con relación a las estrellas y el universo (Blythe y Perkins, 2006).

De la misma manera se reitera que las diferentes actividades planteadas en esta fase son coherentes con las metas de comprensión propuestas al inicio de la unidad; éstas no se trabajarán por separado en cada fase, sino que todas están integradas en cada actividad.

De igual forma, las actividades propuestas en esta fase y en la unidad en general, están pensadas teniendo en cuenta los niveles concreto, gráfico y abstracto para que los estudiantes pasen gradualmente del nivel concreto al gráfico y simbólico, para terminar en el nivel abstracto, como lo proponen Salazar y Vivas (2013).

Esta fase guiada está constituida por 5 actividades que se describirán a continuación.

3.8.3 *Actividad 3.*

Título: Fabricando estrellas.

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 60 minutos

Recursos: Papel iris de diferentes colores, tijeras, moldes en cartulina de las estrellas, colores, escarcha y demás material para decorar. Cámara de video.

Los propósitos de esta actividad son:

Generar habilidades para el trabajo en equipo y la comunicación entre los estudiantes.

Obtener el material con el cual los estudiantes van a trabajar durante el desarrollo de la unidad, y que, junto con la actividad misma, les va a permitir vivenciar y manipular, dos procesos incluidos dentro del niveles de desarrollo del pensamiento concreto, que va a ayudar a construir el concepto del valor posicional teniendo en cuenta las edades cronológicas de los estudiantes (Salazar y Vivas, 2013).

Conocer el nivel en que se encuentran en: las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestos por Jones (19916), el desarrollo de la base 10, propuesto por Silva (2005) y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015).

Realizar procesos de intervención para aclarar conceptos e ideas que impidan avanzar en la comprensión del concepto de valor posicional y que brinden retroalimentación clara, oportuna y pertinente a los estudiantes, de modo tal que permita mejorar sus próximos desempeños de comprensión con respecto al concepto de valor posicional (Blythe y Perkins, 2006).

En esta actividad se espera que los estudiantes no vean el número 10 como una colección de objetos, sino que ellos se centren en cada uno de los elementos por separado para realizar el conteo. Silva (2005).

Estrategias de Valoración: En esta fase de la unidad se utilizará la siguiente lista de chequeo.

Tabla 9 - Lista de chequeo asociada al concepto de valor posicional.

Aspectos a valorar en cada uno de los estudiantes	Sí	No
Comprensión para el desarrollo de la base 10. Silva (2005). El Estudiante...		
Se centra en cada uno de los elementos de una colección por separado.		
Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo expresa verbalmente, pero no elabora una representación simbólica.		
Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo representa simbólicamente.		
El desarrollo de las habilidades matemáticas relacionadas con la comprensión del valor posicional. Jones (1996). El estudiante		
Conteo		
Cuenta, de uno en uno, a partir de una cantidad dada.		
Determina la numerosidad exacta de una serie.		
Cuenta grupos de diez como si fueran unidades sencillas (Diez, veinte, treinta, etc.).		
Forma y cuenta grupos de diez y sobrantes (reconoce las decenas y las unidades).		
Cuenta progresiva o regresivamente para sumar o restar mentalmente.		
Partición		
Otorgar la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección.		

Aspectos a valorar en cada uno de los estudiantes	Sí	No
Forma dos grupos entre el conjunto de objetos que quiere contar.		
Forma de diferentes maneras números como el “cinco”, “el ocho” y el “diez”.		
Formar de diferentes maneras números de dos dígitos, sobre todo en agrupaciones de dieces y unos.		
Forma una centena usando decenas.		
Agrupamiento		
Estima el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencia.		
Agrupar una colección para ser contada fácil y rápidamente.		
Estima el número de objetos en un grupo usando “la unidad apropiada” (generalmente la decena).		
Recurre al conteo para corroborar si su estimación es correcta y agrupa para facilitar la verificación.		
Determina si un número está dentro del rango de alguna decena (Si el “37” está dentro de la decena del treinta).		
Conteo, partición, agrupamiento		
Cuenta de diez en diez y de cinco en cinco		
Relación entre números		
Determina si un número (entre 1 y 10) es mayor, menor o igual que 5 o 10, también qué tan mayor o menor es (mucho o poco).		
Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) por decenas ($35 > 25$).		
Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) entre decenas ($35 < 37$).		
Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que), sobre todo cuando se invierte el orden de los dígitos del numeral.		

Fuente: Elaboración propia.

Desarrollo de la actividad: En esta actividad las profesoras proponen el juego de “la fábrica de estrellas”. Gana el juego, el grupo que corte y decore el mayor número posible de estrellas en un tiempo de 20 minutos. Las normas del juego son:

Los grupos de trabajo en la fábrica son mínimos 2 estudiantes, máximo 4.

Los estudiantes no se pueden cambiar de grupo una vez formado.

Las estrellas que se hagan deben estar completas, limpias y sin arrugar. Bien presentadas.

Una vez terminado el juego, las estrellas se reparten en forma equitativa dentro de los integrantes del grupo. Todos deben quedar con una cantidad igual de estrellas.

En la fábrica que produzca más estrellas, cada uno de sus integrantes, ganará dos constelaciones.

Una vez organizadas las fábricas, se da a cada grupo de estudiante 2 moldes de estrellas, y el material necesario para la elaboración y decoración de las estrellas. Se les define un tiempo de 20 minutos para esta actividad.

En los minutos finales del tiempo de elaborar estrellas, las profesoras pasan por cada uno de los grupos o fábricas de estrellas y plantea la siguiente pregunta: ¿Cuántas estrella han elaborado?

Una vez finalizado el tiempo de fabricación de estrellas, se pide que tres compañeros voluntarios nos colaboren en el tablero, recopilando la información de cada grupo. Y se proponen las siguientes preguntas: ¿Cuántas fábricas se formaron?, ¿Cuál fábrica elaboró más estrellas?, ¿cuál tiene menor cantidad? Si reuniéramos las estrellas de todas las fábricas, ¿cuántas tendríamos en total?

Para finalizar se realiza la premiación a las dos fábricas más eficientes.

3.8.4 Actividad 4.

Título: Ganando estrellas

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 60 minutos.

Recursos: Dados, estrellas, Fotocopias, Cámara de video.

En esta actividad se pretende que los estudiantes:

Realicen la transición en forma natural del nivel de desarrollo del pensamiento concreto al Gráfico, es decir, una vez desarrollen destrezas y prácticas, pasen a la elaboración de representaciones, relaciones e interiorización de lo elaborado hasta el momento (Salazar y Vivas, 2013).

Trasciendan del registro de representación verbal, predominante en este momento al registro semiótico hindú-arábigo, lo cual presupone una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro y cumplen las funciones de objetivación, de expresión y de tratamiento intencional del concepto de valor posicional (Castaño, 2008 y Duval, 2004).

Observar el nivel de avance o no en las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestos por Jones

(19916), el desarrollo de la base 10, propuesto por Silva (2005) y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015).

Desarrollo de la actividad: En esta actividad las profesoras proponen el juego “Jugando a los dados para ganar estrellas”. La idea del juego es que gana el estudiante que consiga el mayor número de estrellas dentro de su grupo de juego. A cada grupo de juego se le entregan dos dados. Y cada estudiante jugará con las estrellas elaboradas en la clase anterior.

Las normas del juego son:

Los grupos de juego son de 4 o 5 estudiantes.

No se puede cambiar de grupo una vez formado. No se puede cambiar el turno o pasar.

Solo se jugarán hasta 3 rondas de lanzamientos.

Para empezar, cada jugador lanza un solo dado. El jugador que saque el valor más alto, jugará primero. En caso de empate, los jugadores del empate lanzan nuevamente el dado, y el que obtenga el valor más alto, inicia el juego. Después el turno para jugar se dará por la derecha del jugador que inicia el juego.

Puntaje: Si los dados caen ambos en el mismo número, el jugador que los lanzó, le paga una estrella a cada uno de los compañeros de juego. Si la suma de los dados esta entre 1 y 5, nadie paga. Si la suma de los dados esta entre 6 y 9, cada uno de los jugadores le entrega una estrella al jugador que lanzó los dados. Si la suma de los dados da entre 10 y 12, cada jugador entrega 2 estrellas al jugador que lanzó los dados.

Una vez finalizada las 3 rondas, se procede a realizar el conteo de las estrellas que tiene cada uno de los jugadores para determinar quién gano, qué puesto ocupó cada uno de los otros integrantes del juego. ¿Cuántas estrellas tenían al comienzo del juego? ¿Y con

cuántas termina? Ganó o perdió estrellas, ¿cuántas? Y se hace la retroalimentación pertinente para alcanzar las metas de comprensión propuestas.

3.8.5 Actividad 5

Título: Agrupando estrellas

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 60 minutos

Recursos: Fotocopias, Cámara de video.

Con el desarrollo de esta actividad que está dividida en 4 tareas prácticas específicas, se espera que los estudiantes:

Realicen la transición en forma natural del nivel de desarrollo del pensamiento concreto al Gráfico, es decir, una vez desarrollen destrezas y prácticas, pasen a la elaboración de representaciones, relaciones e interiorización de lo elaborado hasta el momento (Salazar y Vivas, 2013).

Trasciendan del registro de representación verbal, predominante en la fase exploratoria al registro semiótico hindú-arábigo, lo cual presupone una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro y cumplen las funciones de objetivación, de expresión y de tratamiento intencional del concepto de valor posicional (Castaño, 2008 y Duval, 2004).

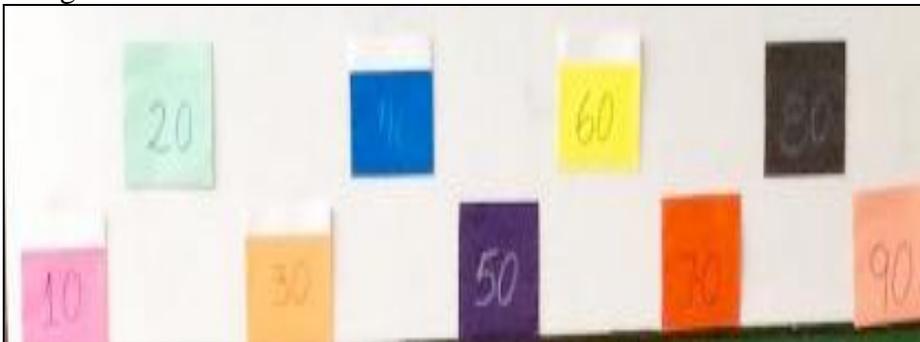
Desarrollen procesos de agrupación y reagrupación que den cuenta de la cantidad de elementos de una colección (Castaño, 2008 y Duval, 2004).

Observar el nivel de avance o no en las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestos por Jones (19916), el desarrollo de la base 10, propuesto por Silva (2005) y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015). Durante esta actividad se identificará si los estudiantes manejan el concepto de decena.

Durante el desarrollo de esta actividad se pretende que el estudiante vea al número 10 como una unidad que agrupa 10 objetos, realizando operaciones de suma y resta dependiendo de las representaciones concretas como el uso de los dedos de las manos o en este caso el conteo de las estrellas, Silva (2005).

Desarrollo de la actividad: Se conformarán grupos de 3 a 4 estudiantes. Con las estrellas elaboradas en la actividad 3, la elaboración de galaxias en papel y los símbolos $<$, $>$ e $=$ y la adecuación de 10 sobres de diferente color, que representarán una decena determinada cada una, por ejemplo, el sobre de color azul representa 40, el sobre color morado representa 50, etc. (ver fotografía 1), se realizarán 4 tareas que se especifican a continuación:

Fotografía 1 Orden de unidades en base 10.

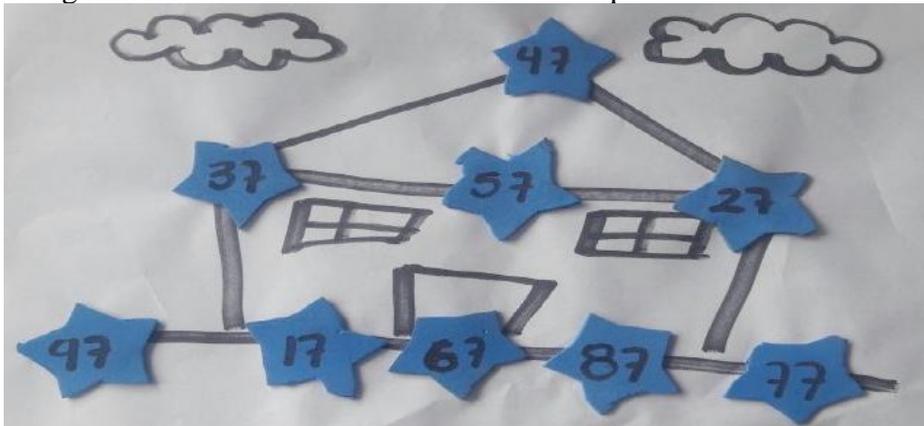


Fuente: Elaboración propia.

Tarea 1. Usando las estrellas y los sobres de diferentes colores, los estudiantes realizarán grupos de estrellas de diez en diez hasta llegar a un número dado, por ejemplo, agrupar 70 estrellas haciendo 7 grupos de 10 estrellas. Y luego se entrega a cada estudiante, estrellas en cantidades determinadas, dependiendo el número dado, los estudiantes tendrán que ubicar la cantidad de estrellas en la caja de decenas que corresponda. Ejemplo: A un estudiante se le entregaron 26 estrellas, así que deberá colocarlas en la caja verde.

Tarea 2. Con estrellas marcadas con los números del 1 al 100 los niños realizarán diferentes constelaciones de acuerdo a las indicaciones dadas; Ejemplo 1: La constelación con los números que terminen en siete unidades (ver fotografía 2).

Fotografía 2 La constelación con los números que terminen en siete unidades



Fuente: Elaboración propia.

Fotografía 3 La constelación con los números que tengas tres decenas



Fuente: Elaboración propia.

Tarea 3. Utilizando los palos de paletas en forma de los signos mayor que, menos que e igual que, se pide a los estudiantes que identifiquen cual es mayor o menor por decenas (ejemplo: entre **25** y **35**) y entre decenas (ejemplo: entre **24** y **27**) y lo representen, usando las estrellas con números y los símbolos elaborados.

35 > 25 por decenas

24 < 27 entre decenas

Tarea 4. Utilizando las estrellas, se invita a los estudiantes a que agrupen estrellas para crear constelaciones y luego les coloquen nombre. En esta actividad el estudiante reunirá estrellas hasta formar grupos de 10, cuando ya tengan el grupo formado, esa decena se va a representar por una constelación. Y se iniciará el proceso de intercambio de 10 estrellas por una constelación.

3.8.6 Actividad 6

Título: Practicando con las estrellas.

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 120 minutos

Recursos: Fotocopias, Cámara de video.

En esta actividad se pretende que los estudiantes:

Expresen a través de un lenguaje simbólico, la representación mental propia que han elaborado con respecto al valor que adquiere cada número de acuerdo a la ubicación dentro de una representación numérica, es decir, que los estudiantes afiancen el pensamiento gráfico y simbólico (Salazar y Vivas, 2013).

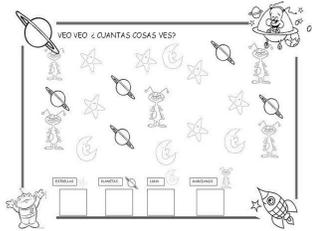
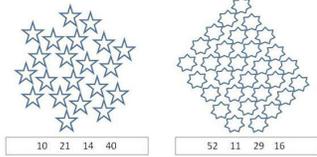
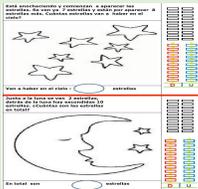
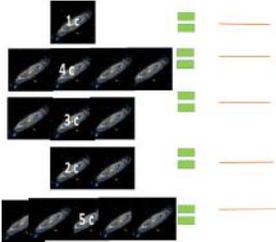
Consoliden la operación cognitiva de conversión bidireccional de los registros semióticos, verbal e hindú-arábigo, para enriquecer el concepto del valor posicional (Castaño, 2008 y Duval, 2004).

Observar el nivel de avance o no en las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestos por Jones (19916), el desarrollo de la base 10, propuesto por Silva (2005) y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015).

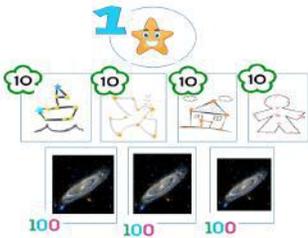
Desarrollo de la actividad: Esta actividad esta subdividida a en 6 guías escritas que servirán para observar el registro que llevan los estudiantes y 3 tareas a realizar a nivel grupal con la ayuda del tablero y la participación activa de los estudiantes. A continuación, se describe cada una de ellas.

Tabla 10 - Desarrollo de la actividad

<p><u>Guías escritas.</u> Estas actividades son individuales y a cada estudiante se le entrega una fotocopia.</p>	
<p>Contando Estrellas</p> 	<p>Basados en la actividad anterior, los estudiantes elaborarán la actividad que consiste en dibujar las estrellas que faltan para que cada niño tenga la misma cantidad de estrellas que marcan los dados y luego unir niños que tienen la misma cantidad de estrellas.</p>
<p>Veo, veo ¿Cuántas cosas ves?</p>	<p>Los estudiantes realizarán conteo de estrellas, planetas,</p>

<p>Guías escritas. Estas actividades son individuales y a cada estudiante se le entrega una fotocopia.</p>	
	<p>lunas y marcianos, luego colorean.</p>
<p>Cuenta estrellas</p> <p>Cuenta cuántas estrellas hay de cada color. Y escribe las cantidades sobre las rayas.</p> 	<p>Los estudiantes realizarán el conteo de estrellas de cada color para luego determinar el número total de estrellas de la fotocopia.</p>
<p>¿Cuántas estrellas son?</p> 	<p>Los estudiantes realizarán el conteo de estrellas y luego marcarán en la parte inferior la representación hindú-arábica que corresponde a la representación gráfica.</p>
<p>Suma de estrellas</p> 	<p>Los estudiantes resolverán dos problemas sencillos de suma y luego marcarán en la parte inferior la respuesta utilizando la representación simbólica.</p>
<p>Valor de posición</p> 	<p>En esta guía los estudiantes se enfrentarán a la resolución de un problema propuesto por el astronauta, consiste en encontrar el número correcto, teniendo en cuenta las pistas.</p>
<p>Tareas a realizar a nivel grupal con la ayuda del tablero y la participación activa de los estudiantes.</p>	
<p>A qué número corresponde</p> 	<p>Esta actividad las galaxias representan las centenas, se pegarán en el tablero 5 galaxia y los estudiantes deberán identificar a que número corresponde cada galaxia, teniendo en cuenta las centenas que representa.</p> <p>Con esta actividad se pretende que el estudiante relacione los conceptos de centenas, decenas y unidades.</p> <p>Representación simbólica.</p>
<p>Une según corresponda</p>	<p>En esta actividad se pegarán en la parte izquierda del tablero varias estrellas, constelaciones y planetas que nos</p>

Guías escritas. Estas actividades son individuales y a cada estudiante se le entrega una fotocopia.

	<p>van a representar un número y los estudiantes tienen que relacionar correctamente con los números de la parte derecha del tablero, donde están los números que representan cada grupo de estrellas, constelaciones y planetas.</p> <p>Conversión de la representación gráfica a la simbólica y a la vez comuniquen porque ese grupo de estrellas, constelaciones y planetas representan un cierto número.</p>
<p>Conteo. En un viaje por el espacio encuentras esta galaxia, cuenta los cuerpos celestes que hay.</p> 	<p>Se presentará una lámina de una galaxia conformada por una estrella, cuatro constelaciones y tres planetas a los estudiantes y se les pedirá que tengan en cuenta que las estrellas representan unidades, las constelaciones decenas y los planetas las centenas. A partir de esto se escogen 4 niños y se realizan las siguientes preguntas: ¿Cuánto suman los planetas de la galaxia?, ¿Cuánto suman las constelaciones de esa galaxia?, ¿Cuánto suman en total los cuerpos celestes de esa galaxia? (¿cuánto vale esa galaxia?) Si tengo una galaxia con un planeta, tres constelaciones y 4 estrellas. ¿Cuánto vale esa galaxia? ¿Cuál galaxia es más valiosa?</p> <p>Se pasa de conteo en material concreto a representación simbólica de unidades, decenas y centenas y que comunique.</p>

Fuente: Elaboración propia.

3.8.7 Actividad 7

Título: ¿Cómo podemos formar un universo?

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 60 minutos

Recursos: Diferentes materiales como: cartulina, marcadores, colores, pegante, fomy, icopor, lana, escarcha, entre otros.

En esta fase se pretende que los estudiantes:

Demuestren la comprensión que tienen hasta el momento sobre del concepto de valor posicional y lo representen formando un universo partiendo de un número de tres dígitos.

Sean capaces de operar con números de tres dígitos, conceptualizando a las centenas y a las decenas como unidades compuestas que pueden ser descompuestas o recompuestas en (y por) unidades sencillas.

Consoliden la operación cognitiva de conversión bidireccional de los registros semióticos, verbal e hindú-arábigo, para enriquecer el concepto del valor posicional (Castaño, 2008 y Duval, 2004).

Expresen en forma verbal y escrita sus avances en las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestos por Jones (1996), el desarrollo de la base 10, propuesto por Silva (2005) y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015).

Desarrollo de la actividad: La actividad inicia formando grupos de 5 estudiantes, luego a cada grupo se le da un número de tres dígitos y el material que sirve para representar ese número teniendo en cuenta que las estrellas que utilicen representaran las unidades, las constelaciones las decenas y las galaxias las centenas; se reparten los diferentes materiales a cada grupo y cada uno de ellos forma el universo a partir del número asignado a cada grupo, al final de la actividad el cuadro elaborado por cada grupo será expuesto a los demás compañeros y ellos comunicaran porque ese universo que formaron representa ese número. Ejemplo: A un grupo se le asigna la formación de un universo que

represente el número 308, así que lo representarán de manera similar a como se ve en la fotografía 4.

Fotografía 4 La constelación con los números que tengas tres decenas



Fuente: Elaboración propia.

Fase de síntesis

Esta fase corresponde a la última etapa de la unidad didáctica, las actividades propuestas en este paso nos plantean desempeños más complejos y van a permitir a los estudiantes que sinteticen y demuestren la comprensión del valor posicional, y el nivel de avance en la aplicación de estrategias de conteo, partición, agrupación y relación entre números, adquiridas y alcanzado a través de los otros desempeños de comprensión trabajados en las anteriores fases. (Blythe y Perkins, 2006).

3.8.8 Actividad 8

Título: Creando nuestro propio universo.

Estándar: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.

Tiempo estimado para la actividad: 60 minutos

Recursos: Diferentes materiales como: cartulina, marcadores, colores, pegante, fomy, icopor, lana, escarcha, entre otros.

En esta fase se pretende que los estudiantes:

Demuestren la comprensión del concepto de valor posicional y lo representen creando su propio universo.

Operen con números de dos dígitos, conceptualizando a las decenas como unidades compuestas que pueden ser descompuestas o recompuestas en (y por) unidades sencillas, lo cual coincide con el nivel 3, de las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestas por Jones (1996), Que sea capaz de operar con números de tres dígitos, conceptualizando a las centenas como agrupación de decenas y a las decenas como agrupación de unidades.

Consolide la operación cognitiva de conversión bidireccional de los registros semióticos, verbal e hindú-arábigo, para enriquecer el concepto del valor posicional (Castaño, 2008 y Duval, 2004).

Demuestre sus avances en las habilidades previas al concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento y relación entre números), propuestos por Jones (1996), el desarrollo de la base 10, propuesto por Silva (2005) y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas por Flores y Rico (2015).

Estrategias de Valoración: En esta fase de la unidad se utilizará la siguiente lista de chequeo.

Tabla 11 - Lista de chequeo asociada al concepto de valor posicional.

Aspectos a valorar en cada uno de los estudiantes	Sí	No
Comprensión para el desarrollo de la base 10. Silva (2005). El Estudiante...		
Se centra en cada uno de los elementos de una colección por separado.		
Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo expresa verbalmente, pero elabora una representación simbólica.		
Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo representa simbólicamente.		
El desarrollo de las habilidades matemáticas relacionadas con la comprensión del valor posicional. Jones (1996). El estudiante.		
Conteo		
Cuenta, de uno en uno, a partir de una cantidad dada.		
Determina la numerosidad exacta de una serie.		
Cuenta grupos de diez como si fueran unidades sencillas (Diez, veinte, treinta, etc.).		
Forma y cuenta grupos de diez y sobrantes (reconoce las decenas y las unidades).		
Cuenta progresiva o regresivamente para sumar o restar mentalmente.		
Partición		
Otorgar la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección.		
Forma dos grupos entre el conjunto de objetos que quiere contar.		
Forma de diferentes maneras números como el “cinco”, “el ocho” y el “diez”.		
Formar de diferentes maneras números de dos dígitos, sobre todo en agrupaciones de dieces y unos.		
Forma una centena usando decenas.		
Agrupamiento		

Aspectos a valorar en cada uno de los estudiantes	Sí	No
Estima el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencia.		
Agrupar una colección para ser contada fácil y rápidamente.		
Estima el número de objetos en un grupo usando “la unidad apropiada” (generalmente la decena).		
Recurre al conteo para corroborar si su estimación es correcta y agrupa para facilitar la verificación.		
Determina si un número está dentro del rango de alguna decena (Si el “37” está dentro de la decena del treinta).		
Conteo, partición, agrupamiento		
Cuenta de diez en diez y de cinco en cinco		
Relación entre números		
Determina si un número (entre 1 y 10) es mayor, menor o igual que 5 o 10, también qué tan mayor o menor es (mucho o poco).		
Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) por decenas ($35 > 25$).		
Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) entre decenas ($35 < 37$).		
Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que), sobre todo cuando se invierte el orden de los dígitos del numeral.		

Fuente: Elaboración propia.

Desarrollo de la actividad: La actividad inicia haciendo grupos de 5 estudiantes, luego a cada grupo se le da la oportunidad a de crear su propio universo utilizando diferentes materiales, teniendo en cuenta siempre que las estrellas que utilicen representarán las unidades, las constelaciones las decenas y las galaxias las centenas; se reparten los diferentes materiales a cada grupo y cada uno de ellos creará su propio universo, al final de la actividad el cuadro elaborado por cada grupo será expuesto a los demás compañeros y ellos comunicarán qué número formaron al crear su universo y demostrarán cómo formaron ese número utilizando determinadas estrellas, constelaciones

y galaxias; pueden inventarle nombre a las galaxias, a las constelaciones y al universo, ejemplo en el dibujo de la fotografía 5

Fotografía 5 Determinadas estrellas, constelaciones y galaxias



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 12 - Plan de Intervención

Actividad	Fechas propuestas
Intención de investigación (Fase I)	2014. Agosto
Definición del tema de investigación	2014. Ag / Sept
Problema de investigación	2014. Ag /Sept
Objetivos de la investigación	2014. Octubre
Descripción del contexto. Local, Institucional y de aula.	2014. Septiembre
Marco Teórico	2014. Sept /Oct
Presentación de la intención de investigación	2014. Noviembre
Intención de investigación (Fase II)	
Antecedentes del problema	2015. En / Feb
Justificación	2015. En / Feb
Formulación de la pregunta	2015. En / Feb
Formulación de los objetivos	2015. Febrero
Antecedentes investigativos	2015. Febrero
Marco teórico	2015. Mar / Ab
Enfoque, alcance y selección del diseño	2015. Mar / Ab

Actividad	Fechas propuestas
Población	2015. Mar / Ab
Categorías de Análisis	2015. Mayo / Jun
Diseño de Instrumentos	2015. Mayo / Jun
Diseño de la Estrategia de Intervención	2015. Junio
Presentación de la intensión de investigación (Video).	2015. Julio
Proyecto de Grado	
Replanteamiento del tema de Investigación.	2015. 15 Agosto
Antecedentes del problema	2015. Nov / Dic
Justificación	2015. Nov / Dic
Formulación de la pregunta	2015. Sept / Oct
Formulación de los objetivos	2015. Sept / Oct
Antecedentes investigativos	2015. Ag / Sept
Marco teórico	2015. Sept / Oct /Nov
Metodología	2015. Nov / Dic
Enfoque, alcance y selección del diseño	2015. Nov / Dic
Población	2015. Nov / Dic
Categorías de Análisis	2015. Nov / Dic
Diseño de Instrumentos	2015. Nov / Dic
Diseño de la Estrategia de Intervención	2015. Nov / Dic / En (2016)
Presentación de la intensión de investigación (Poster).	2015. Noviembre
Intervención en el Aula – Unidad Didáctica	2016. Feb / Mar
Fase Exploratoria	15 a 26 de febrero
Fase Investigación Guiada	1 a 25 de marzo
Fase de Síntesis o de Proyecto	28 de marzo al 1 de abril
Análisis de observaciones y resultados	2016. Abril y mayo
Conclusiones	2016. Mayo
Elaboración trabajo final	2016. Mayo
Entrega trabajo final	2016. 7 de junio
Sustentación	2016. 25 de junio

Fuente: Elaboración propia.

4 Resultados y análisis

En este capítulo se presentan los hallazgos de investigación identificados a partir de la sistematización de la información recolectada, de la triangulación de la misma, y de su análisis en consistencia con el marco teórico y las categorías definidas.

Así mismo, se presentan las conclusiones, las recomendaciones y la reflexión pedagógica producto del presente estudio, como aporte a la investigación – acción pedagógica de las autoras.

Para la elaboración de este capítulo se tendrán en cuenta las sugerencias propuestas por Hernández et al. (2010), con respecto al proceso de análisis de resultados en la investigación cualitativa, así:

4.1 Muestra

La investigación se llevó a cabo con todos los estudiantes de grado segundo de básica primaria de dos Colegios Distritales ubicados en el sur de la Ciudad, así: 23 estudiantes de grado segundo B del Colegio Restrepo Millán, jornada tarde (Grupo 1 para este capítulo) y 33 estudiantes de grado 201 del Colegio San Carlos, jornada mañana (Grupo 2 para este capítulo).

4.2 Recolección de los datos

Para la realización del análisis de resultados se tuvieron en cuenta varias fuentes de datos: el diario de campo, los videos de las sesiones, las guías y trabajos desarrollados por los estudiantes.

Uno de los instrumentos que aportó mayor información fue el diario de campo, éste permitió: primero, hacer registro de observaciones sobre cada una de las actividades diseñadas e implementadas relacionadas con el aprendizaje de valor posicional; segundo, sistematizar las diferentes experiencias que se obtuvieron en cada una de las fases de la unidad didáctica; y tercero, organizar la información obtenida y así poderla analizar (ver Anexo 1. diario de campo).

Así mismo, las grabaciones obtenidas durante el desarrollo de las actividades, fueron un instrumento que permitió la observación, análisis, reflexión y evaluación de la unidad didáctica. Además, fue de gran ayuda porque permitió volver a las observaciones registradas varias veces y así revisar y extraer la mayor información posible que se resume en las listas de chequeo. Cada profesora grabó aproximadamente 5 horas de video.

Las guías y trabajos elaborados por los estudiantes constituyeron otra de las herramientas fundamentales, ya que, por medio de éstas, ellos demostraron en forma individual sus avances en el proceso de comprensión del concepto de valor posicional (Ver anexo 2. Guías de trabajo).

4.3 Organización de los datos y de la información

Dada la gran cantidad de datos e información obtenida mediante el uso de los instrumentos mencionados anteriormente, se hizo necesario elaborar y digitalizar las listas de chequeo, éstas se crearon para tener un registro organizado de la información suministrada en el

desarrollo de las actividades, teniendo en cuenta las categorías y subcategorías de análisis, tales listas corresponden a su vez a la valoración continua realizada en la unidad didáctica propuesta, dentro del marco de la enseñanza para la comprensión (EpC); además, sirvieron para evidenciar el desarrollo de las habilidades asociadas a la comprensión del concepto de valor posicional, observar los avances de los estudiantes en cada una de las fases, y, a partir de lo anterior, sistematizar la información para realizar el análisis objetivo de este capítulo.

Las listas de chequeo se fueron adaptando y diligenciando en el transcurso de cada una de las actividades propuestas, y fueron una herramienta primordial para el proceso de valoración continua, al registrar el proceso de cada estudiante y las diferentes dificultades que se presentaban para la comprensión del concepto de valor posicional en cada fase de la unidad didáctica.

Las listas de chequeo se elaboraron en la hoja de cálculo Excel, y cada profesora las fue diligenciando a medida que se desarrollaba cada una de las actividades de la unidad didáctica: con base en la observación inmediata en la clase, el uso de diario de campo y la observación detallada de los videos de cada una de las clases, se hacían comparaciones para hacer los registros en las listas, ello da cuenta de una primera aproximación a la triangulación de la información.

Para organizar los datos y la información, obtenidos durante la implementación de la unidad didáctica, se elaboraron cuatro listas de chequeo: la primera es la “Actitudinal” y las otras tres fueron elaboradas teniendo en cuenta las categorías y subcategorías de análisis propuestas, tales listas son: Lista de chequeo de desarrollo de la base 10, Lista de chequeo de las habilidades previas del concepto de valor posicional y Lista de chequeo de las dificultades asociadas al concepto de valor posicional (ver anexo 3. Listas de chequeo).

Una vez finalizado el proceso de organizar la información en las listas de chequeo, con las herramientas de la hoja de cálculo se hallaron las frecuencias absolutas y relativas para cada uno de los códigos asociados a las categorías. Para efectos de facilitar el análisis dentro de este capítulo solo se incluyen las frecuencias relativas, ya que nos permite

observar los avances y comparar porcentualmente los dos grupos incluidos en la investigación. Los resultados se presentan a continuación.

4.4 Análisis de las listas de chequeo

En la tabla 4, se sintetiza el desempeño actitudinal de los estudiantes de cada uno de los grupos, dentro de las fases de la unidad didáctica. En la parte inferior de la tabla se muestra lo que representa cada uno de los códigos. En cada columna se muestra la frecuencia relativa de cada grupo y el contraste de los dos grupos, elaborado con base en la comparación de sus frecuencias relativas. Para facilitar el análisis de la información, ésta se presenta también gráficamente en la gráfica 10.

Los resultados de la lista de chequeo actitudinal y su respectiva gráfica (gráfica 10) demuestran que los estudiantes de los dos grupos, presentaron interés por aprender el tema y participaron activamente y con entusiasmo en las actividades propuestas durante todas las fases de la unidad didáctica (Códigos A1 y A2).

En cuanto al código A3 “*muestro respeto por las acciones y opiniones de mis compañeros*”, se puede apreciar que algunos estudiantes, no respetan la palabra del compañero cuando interviene en clase, hablan o no se interesan por lo que está diciendo. En cuanto al código A4 “*Realizó preguntas sobre conteo*” se observa que el porcentaje de preguntas sobre conteo fue aumentando en el transcurso de las fases de la unidad didáctica, ya que, en la fase exploratoria, se interesaron por indagar sobre el espacio, los planetas, los hoyos negros y demás curiosidades e inquietudes que tenían, relacionadas al tópico generativo, pero luego se fueron centrando en las actividades y preguntas propias de la matemática.

Fotografía 6 Participación de los estudiantes en el transcurso de la Unidad didáctica.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 13 - Resultados de la lista de chequeo actitudinal.

Grupo/Código	ACTITUDINAL			
	A1	A2	A3	A4
Fase Exploratoria				
Grupo 1 (%)	100%	100%	91%	57%
Grupo 2 (%)	97%	97%	97%	70%
Fase de Investigación Guiada				
Grupo 1 (%)	100%	100%	91%	100%
Grupo 2 (%)	100%	100%	94%	97%
Fase de Síntesis				
Grupo 1 (%)	100%	100%	100%	100%
Grupo 2 (%)	100%	100%	94%	97%

Fuente: Elaboración propia.

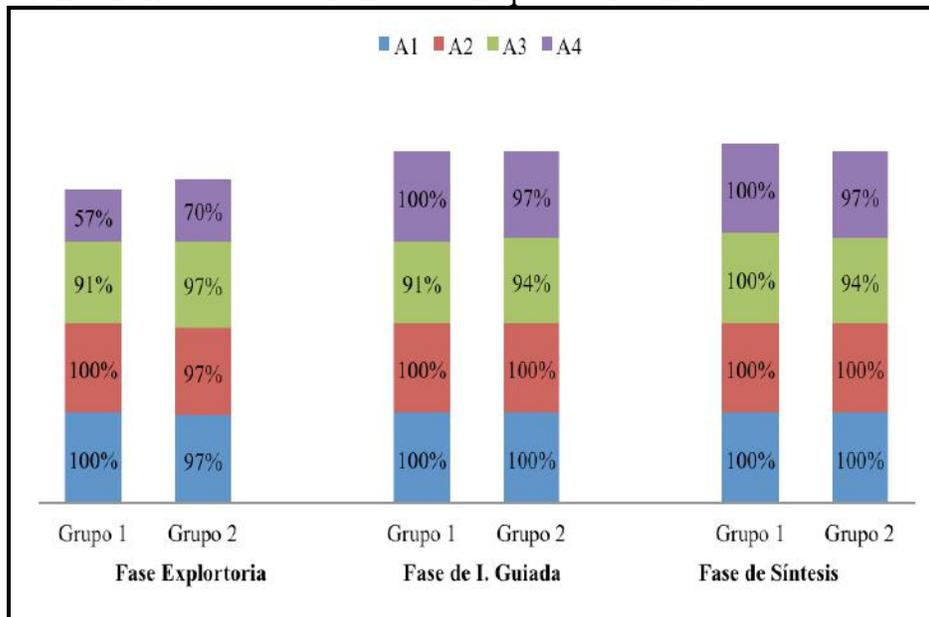
Código A1. "He mostrado interés por aprender el tema".

Código A2. "Participo en las actividades propuestas".

Código A3. "Muestro respeto por las acciones y opiniones de mis compañeros".

Código A4. "Realizó preguntas sobre conteo".

Gráfica 2. Resultados de la lista de chequeo actitudinal



Fuente: Elaboración propia.

Código A1. "He mostrado interés por aprender el tema".

Código A2. "Participo en las actividades propuestas".

Código A3. "Muestro respeto por las acciones y opiniones de mis compañeros".

Código A4. "Realizó preguntas sobre conteo".

Cabe anotar que los niveles de cada una de las categorías no son excluyentes, es decir, que una vez se adquiere una habilidad, esta no se olvida y es consecutiva con la siguiente, ya que si el estudiante podía resolver un problema de cierto nivel, también podía resolver los de los niveles anteriores, por ejemplo si un estudiante realiza conteo uno a uno inicialmente, y luego logra ver el 10 como una colección que agrupa 10 objetos, se incluirá en los 2 códigos dentro de los datos y la lista de chequeo.

Categoría "Desarrollo de la base 10". Con respecto a la categoría de desarrollo de la base 10 propuesta por Silva (2005) (Tabla 5 y Figura 5), se puede apreciar que en la fase exploratoria el 96% y el 88% de los estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente se encuentran en el nivel 1, es decir, se centran en cada uno de los elementos de la colección por separado al realizar conteo. Es importante anotar que en el grupo 2, el 15% de los estudiantes se encuentran en el nivel 2, en el que logran apreciar el 10 como una unidad que agrupa 10 objetos y consiguen una representación concreta y verbal de éste, lo cual concuerda con los reportes realizados por Silva (2005).

Fotografía 7 Fase Exploratoria. El estudiante realizando conteo uno a uno, se centra en cada uno de los elementos de la colección por separado.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 14 - Resultados de la lista de chequeo de desarrollo de la base 10.

Categoría	Desarrollo de la base 10 (silva, 2005).		
	B1	B2	B3
Fase Exploratoria			
Grupo 1 (%)	96%	0%	0%
Grupo 2 (%)	88%	15%	0%
Fase de Investigación Guiada			
Grupo 1 (%)	100%	48%	48%
Grupo 2 (%)	100%	91%	88%
Fase de Síntesis			
Grupo 1 (%)	100%	65%	48%
Grupo 2 (%)	100%	94%	91%

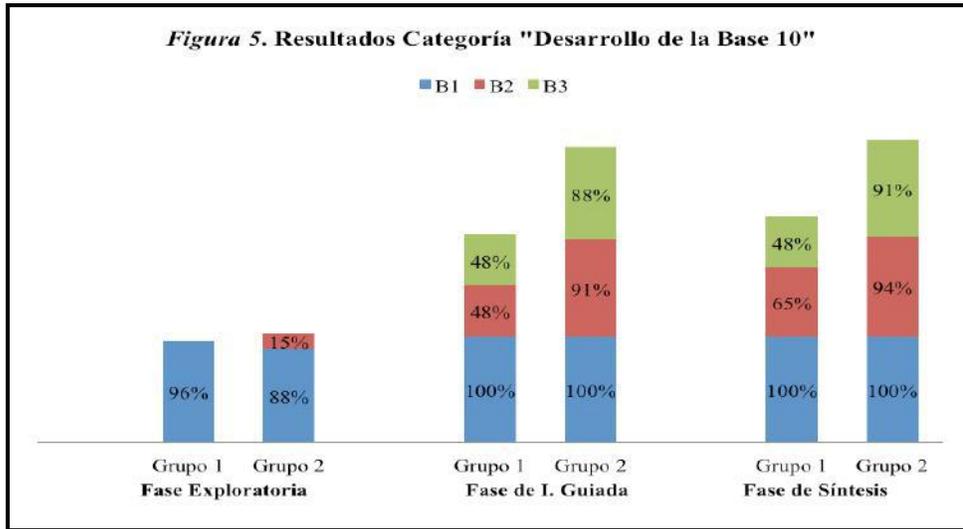
Fuente: Elaboración propia.

Código B1. "Se centra en cada uno de los elementos de una colección por separado".

Código B2. "Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo expresa verbalmente, pero no elabora una representación simbólica".

Código B3. "Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo representa simbólicamente".

Gráfica 3. Fase Exploratoria. El estudiante realizando conteo uno a uno, se centra en cada uno de los elementos de la colección por separado.



Fuente: Elaboración propia.

Código B1. "Se centra en cada uno de los elementos de una colección por separado".

Código B2. "Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo expresa verbalmente, pero no elabora una representación simbólica".

Código B3. "Ve el número 10 como una colección de objetos, suma y resta y lo representa simbólicamente".

Al realizar la implementación de la fase guiada de la unidad didáctica se observó que en el grupo 1, el 48% y en el grupo 2, el 91% de los estudiantes, lograron pasar al nivel 2 de la base 10, ya que lograron observar el 10 como una unidad que agrupa 10 objetos y representarlo en forma concreta y verbal.

De igual modo se observa que el 48% y el 88% de los grupos 1 y 2 respectivamente avanzaron al nivel 3 de la base 10, ya que lograron observar el 10 como una unidad que agrupa 10 objetos y representarlo en forma concreta, verbal y simbólicamente, y realizar operaciones de suma y resta en base 10.

Fotografía 8 Fase de Investigación Guiada. El estudiante realizando agrupamientos y logra realizar conteos de 5 en 5 y de 10 en 10.



Fuente: Elaboración propia.

Y en la fase de síntesis, el porcentaje de estudiantes que llegaron al nivel 2, aumentó a 65% en el grupo 1 y a 94% el grupo 2, y el porcentaje de estudiantes que lograron llegar al nivel 3 fue de 48% para el grupo 1, y en el grupo 2 subió a 91% de los estudiantes. Esto demuestra un avance significativo en la categoría “desarrollo de la base 10”, propuesta por Silva (2005), en ambos grupos, presentándose resultados más altos en el grupo 2 debido, posiblemente, a que llevan un proceso académico desde grado primero con la misma profesora, en el cual se ha favorecido el estudio de las nociones o habilidades asociadas al desarrollo del concepto de valor posicional.

Fotografía 9 Fase de Síntesis. El estudiante realiza agrupamientos y conteos de 10 en 10 (constelaciones = decenas) y de 100 en 100 (Galaxias = Centenas).



Fuente: Elaboración propia.

Categoría “Habilidades previas al concepto del valor posicional”, subcategoría “conteo”.

En relación a la categoría “habilidades previas al concepto de valor posicional” propuesta por Jones et al. (1996), los resultados se resumen en la tabla 6 y las figuras del 9 al 13.

En la tabla 6 y la figura 9, se observan los resultados de la subcategoría “Conteo”; donde se aprecia que en la fase exploratoria, el 91% y el 82% de los estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente, realizaron conteo uno a uno a partir de una cantidad dada y un 24% de los estudiantes del grupo 2 determinaron la numerosidad exacta de una serie, colocándolos en el nivel 1 propuesto por Jones et al (1996), indicando esto, que el 9% y el 18% de estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente, no estaban aún en este nivel.

Con la implementación de la fase de investigación guiada vemos como los estudiantes de los dos grupos avanzaron en la determinación de la numerosidad exacta de una serie (C2: 57% grupo 1 y 79% grupo 2) y en el desarrollo de otras habilidades relacionadas con el conteo, y que no se observaron en la fase exploratoria, como son: “C3. Cuenta grupos de diez como si fueran unidades sencillas” (52% en el grupo 1 y 79% en el grupo 2); y “C4. Forma y cuenta grupos de diez y sobrantes y reconocen las decenas y las unidades” (48% en el grupo 1 y 82% en el grupo 2), demostrando que los estudiantes

pasaron al nivel 2, que marca el inicio del concepto del valor posicional propuesto por Jones et al (1996). Y el 26% y el 76% de estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente, alcanzaron el nivel 3 propuesto por este mismo autor, al realizar cuenta progresiva o regresiva para sumar o restar mentalmente (C5).

Fotografía 10 Fase de investigación guiada. Actividad 3. Fabricando estrellas. Inicialmente los estudiantes organizan en filas las estrellas para contarlas, en vez de agruparlas de cinco en cinco o de diez en diez.



Fuente: Elaboración propia.

Y con la implementación de la fase de síntesis, se observa que en los dos grupos, un mayor número de estudiantes determina la numerosidad exacta de una serie (C2: 91% grupo 1 y 79% grupo2), cuentan grupos de diez como si fueran unidades sencillas (C3: 91% en el grupo 1 y 82% en el grupo 2) y reconocen las decenas y las unidades (C4: 87% grupo 1 y 82% grupo 2), indicando estos resultados que como mínimo el 87% de los estudiantes del grupo 1 y el 82% de los estudiantes del grupo 2 alcanzaron el nivel 2 propuesto por Jones et al (1996) que indica el inicio del concepto del valor posicional. También se presentó un aumento (C5: 43% y el 82% de estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente), en la cantidad de estudiantes llegaron al nivel 3 propuesto por este mismo autor, al realizar cuenta progresiva o regresiva para sumar o restar mentalmente.

Tabla 15 - Resultados de la lista de chequeo asociada a la categoría “Habilidades relacionadas con la adquisición del concepto de valor posicional”.

CATEGORÍA	HABILIDADES RELACIONADAS CON LA ADQUISICIÓN DEL CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL (Jones et al., 1996).																			
SUBCATEGORÍA	C					D					E					F	G			
Grupo/Código	C1	C2	C3	C4	C5	D1	D2	D3	D4	D5	E1	E2	E3	E4	E5	F1	G1	G2	G3	G4
Fase Exploratoria																				
Grupo 1 (%)	91%	0%	0%	0%	0%	48%	0%	35%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	35%	0%	0%	0%
Grupo 2 (%)	82%	24%	0%	0%	0%	62%	3%	45%	0%	0%	33%	9%	0%	0%	0%	24%	70%	0%	0%	0%
Fase de Investigación Guiada																				
Grupo 1 (%)	91%	57%	52%	48%	26%	87%	91%	87%	74%	61%	70%	91%	70%	70%	91%	70%	74%	74%	74%	52%
Grupo 2 (%)	94%	79%	79%	82%	76%	91%	97%	97%	88%	85%	91%	94%	91%	94%	91%	91%	94%	94%	88%	88%
Fase de Síntesis																				
Grupo 1 (%)	91%	91%	91%	87%	43%	91%	87%	87%	78%	83%	87%	96%	78%	74%	91%	91%	91%	87%	87%	74%
Grupo 2 (%)	94%	79%	82%	82%	82%	94%	97%	97%	91%	91%	91%	94%	97%	97%	60%	91%	91%	94%	88%	85%

Fuente: Elaboración propia.

Subcategoría C. Conteo:

Código C1. Cuenta, de uno en uno, a partir de una cantidad dada.

Código C2. Determina la numerosidad exacta de una serie.

Código C3. Cuenta grupos de diez como si fueran unidades sencillas (Diez, veinte, treinta, etc.).

Código C4. Forma y cuenta grupos de diez y sobrantes (reconoce las decenas y las unidades).

Código C5. Cuenta progresiva o regresivamente para sumar o restar mentalmente.

Subcategoría D. Partición:

Código D1. Otorgar la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección.

Código D2. Forma dos grupos entre el conjunto de objetos que quiere contar

Código D3. Forma de diferentes maneras números como el “cinco”, “el ocho” y el “diez”.

Código D4. Forma de diferentes maneras números de dos dígitos, sobre todo en agrupaciones de dieces y unos.

Código D5. Forma una centena usando decenas.

Subcategoría E. Agrupamiento

Código E1. Estima el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencia.

Código E2. Agrupa una colección para ser contada fácil y rápidamente.

Código E3. Estima el número de objetos en un grupo usando “la unidad apropiada” (generalmente la decena).

Código E4. Recurre al conteo para corroborar si su estimación es correcta y agrupa para facilitar la verificación.

Código E5. Agrupa una colección para ser contada fácil y rápidamente.

Subcategoría F. Conteo, partición y agrupamiento:

Código F1. Cuenta de diez en diez y de cinco en cinco.

Subcategoría G. Relación entre números:

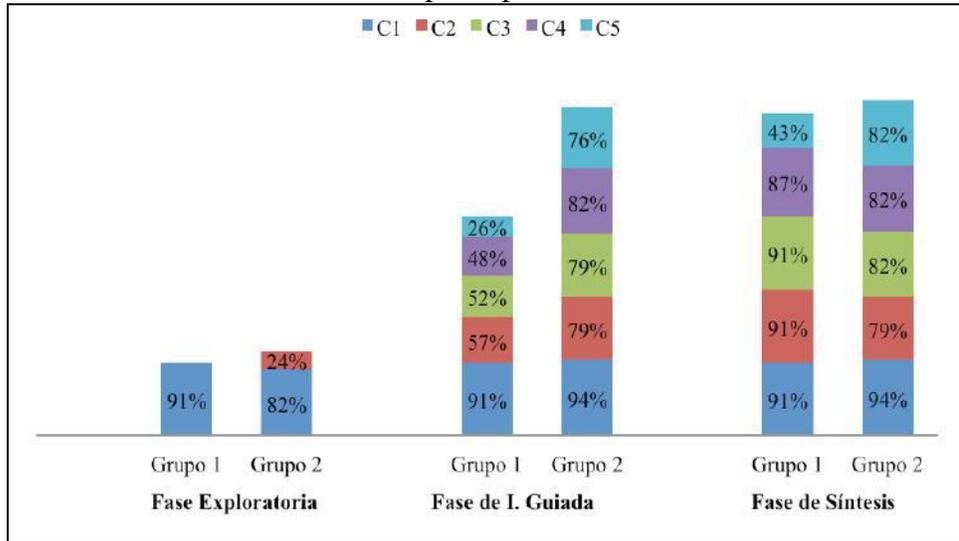
Código G1. Determina si un número (entre 1 y 10) es mayor o menor que 5 o 10, también qué tan mayor o menor es (mucho o poco).

Código G2. Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) por decenas ($35 > 25$).

Código G3. Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) entre decenas ($35 < 37$).

Código G4. Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que), sobre todo cuando se invierte el orden de los dígitos del numeral.

Gráfica 4. Resultados categoría “Habilidades previas al valor posicional Subcategorías “conteo Fase Exploratoria. El estudiante realizando conteo uno a uno, se centra en cada uno de los elementos de la colección por separado.



Fuente: Elaboración propia.

Subcategoría C. Conteo:

Código C1. Cuenta, de uno en uno, a partir de una cantidad dada.

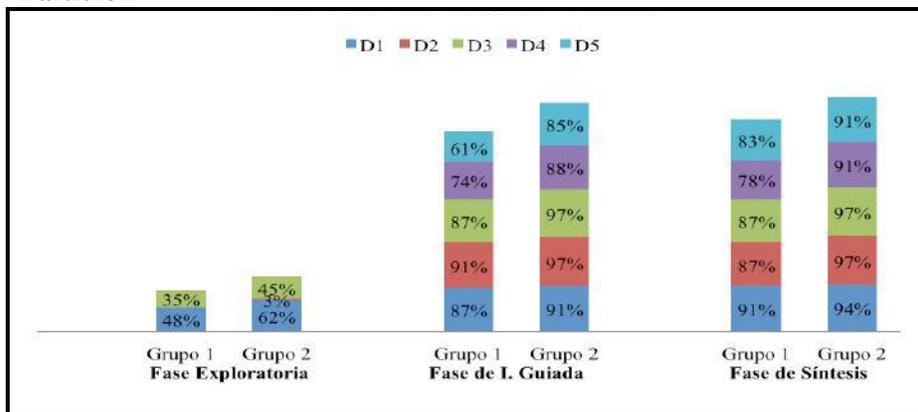
Código C2. Determina la numerosidad exacta de una serie.

Código C3. Cuenta grupos de diez como si fueran unidades sencillas (Diez, veinte, treinta, etc.).

Código C4. Forma y cuenta grupos de diez y sobrantes (reconoce las decenas y las unidades).

Código C5. Cuenta progresiva o regresivamente para sumar o restar mentalmente.

Gráfica 5. Resultados categoría “Habilidades previas al valor posicional Subcategorías “Partición”



Fuente: Elaboración propia.

Subcategoría D. Partición:

Código D1. Otorgar la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección.

Código D2. Forma dos grupos entre el conjunto de objetos que quiere contar

Código D3. Forma de diferentes maneras números como el “cinco”, “el ocho” y el “diez”.

Código D4. Forma de diferentes maneras números de dos dígitos, sobre todo en agrupaciones de dieces y unos.

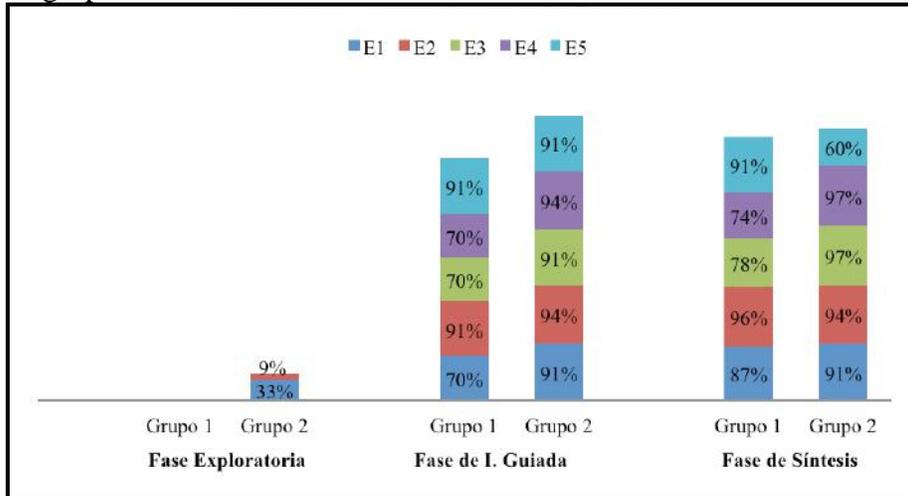
Código D5. Forma una centena usando decenas.

Categoría “Habilidades previas al concepto del valor posicional”, subcategoría “partición”. Los resultados de la subcategoría “Partición” se encuentran en la tabla 6 y la figura 10. En la fase exploratoria se observa que solo el 48% y el 62% de los estudiantes del grupo 1 y 2 respectivamente otorgaron la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección, el 0% y el 3% de los estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente forman dos grupos entre el conjunto de objetos que quieren contar y el 35% y 45% de los estudiantes de los grupo 1 y 2 respectivamente, forman de diferentes maneras números de un dígito; lo que nos permite afirmar que en ésta subcategoría el 48% de los estudiantes del grupo 1 y el 62% de los estudiantes del grupo 2 están en el nivel 1 propuesto por Jones et al (1996) y los restantes 52% y 38% de los estudiantes de los grupos 1 y 2 respectivamente, están en un nivel previo al nivel 1 propuesto por Jones et al (1996).

Con respecto al análisis de la subcategoría “partición” en la fase de investigación guiada, se observa que los estudiantes de ambos grupos avanzaron al nivel 2, ya que organizan de diferentes maneras números de dos dígitos y construyen una centena usando decenas. Y en la fase de Síntesis un mayor número de estudiantes de ambos grupos se afianzó en el nivel 2 propuesto por Jones et al (1996).

Categoría “Habilidades previas al concepto del valor posicional”, subcategoría “agrupamiento”. Los resultados de la subcategoría “Agrupamiento” se encuentran en la tabla 6 y la figura 11. En la fase exploratoria se observa muy bajos porcentajes en los códigos E1 y E2 en el grupo 2 y ningún reporte en el grupo 1, indicando esto que los estudiantes, en esta subcategoría, se encuentran en un nivel previo al nivel 1 propuesto por Jones et al (1996). Pero una vez comienza la implementación de la fase guiada se logra que aproximadamente, el 70% de los estudiantes de ambos grupos desarrollen las destrezas para llegar al nivel 2; con la continua retroalimentación en las dos fases finales de la unidad didáctica, se logra afianzar esta habilidad en un mayor número de estudiantes de los dos grupos.

Gráfica 6. Resultados categoría “Habilidades previas al valor posicional Subcategorías “Agrupamiento”



Fuente: Elaboración propia.

Subcategoría E. Agrupamiento

Código E1. Estima el número de objetos en un grupo utilizando el 10 y el 5 como referencia.

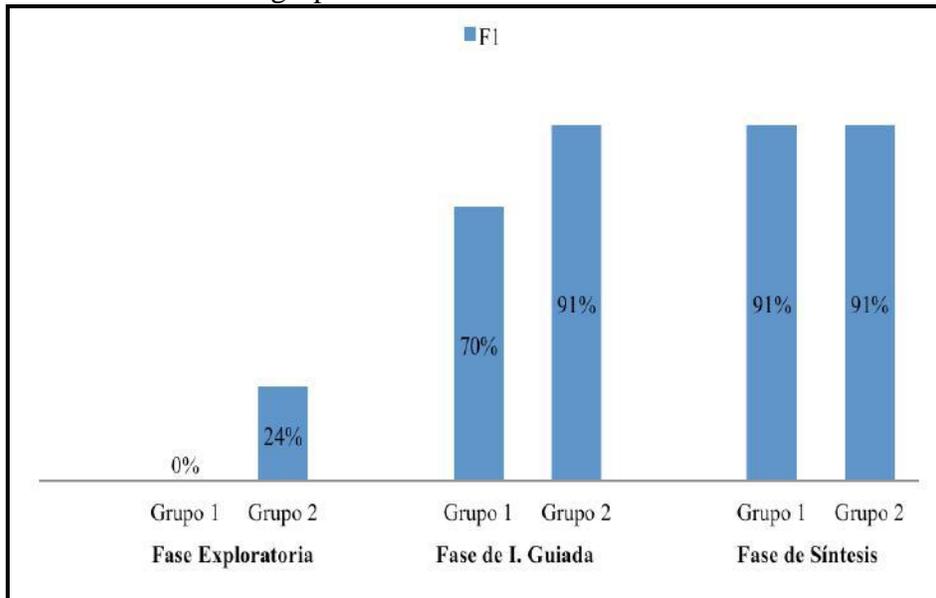
Código E2. Agrupa una colección para ser contada fácil y rápidamente.

Código E3. Estima el número de objetos en un grupo usando “la unidad apropiada” (generalmente la decena).

Código E4. Recurre al conteo para corroborar si su estimación es correcta y agrupa para facilitar la verificación.

Código E5. Agrupa una colección para ser contada fácil y rápidamente.

Gráfica 7. Resultados categoría “Habilidades previas al valor posicional Subcategorías “Conteo-Partición-Agrupamiento”



Fuente: Elaboración propia.

Subcategoría F. Conteo, partición y agrupamiento:

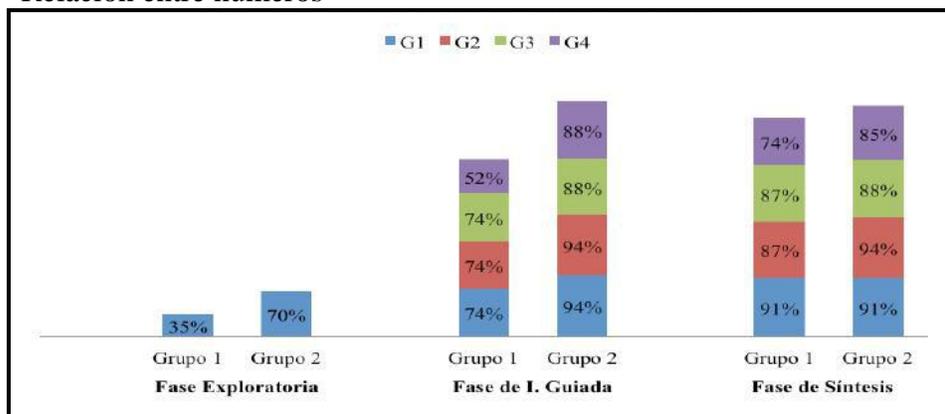
Código F1. Cuenta de diez en diez y de cinco en cinco.

Categoría “Habilidades previas al concepto del valor posicional”, subcategoría “conteo, partición y agrupamiento”. Los resultados de esta subcategoría se observan en la tabla 6 y la figura 12. Los dos grupos de estudiantes iniciaron en un nivel previo al nivel 1 propuesto por Jones et al. (1996), subiendo progresivamente a medida que se iba implementando la unidad didáctica, para terminar en la fase de síntesis con un 91% de los estudiantes en el nivel 2.

Categoría “Habilidades previas al concepto del valor posicional”, subcategoría “relación entre números”. Los resultados se observan en la tabla 6 y la figura 13. En el grupo 1 solo el 35% de los estudiantes determinó si un número es mayor, menor o igual que el 5 o el 10, colocándolos en un nivel previo al nivel 1 propuesto por Jones et al. (1996); en el grupo 2 el 70% de los estudiantes estarían en el nivel 1, ya que si exteriorizaron el desarrollo de esta habilidad.

Luego al implementar las fases de investigación guiada y de síntesis, se afianzaron las habilidades de ordenar números de dos dígitos por decenas y entre decenas, incluso cuando se colocaban en orden invertido los dos dígitos, llevando a que más del 74% de los estudiantes de ambos grupos alcanzaran el nivel 2 propuesto por Jones et al. (1996).

Gráfica 8. Resultados categoría “Habilidades previas al valor posicional Subcategorías “Relación entre números”



Fuente: Elaboración propia.

Subcategoría G. Relación entre números:

Código G1. Determina si un número (entre 1 y 10) es mayor o menor que 5 o 10, también qué tan mayor o

menor es (mucho o poco).

Código G2. Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) por decenas ($35 > 25$).

Código G3. Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que) entre decenas ($35 < 37$).

Código G4. Ordena números de dos dígitos (mayor qué, menor qué o igual que), sobre todo cuando se invierte el orden de los dígitos del numeral.

El resumen de los resultados recopilados en la lista de chequeo para las habilidades previas al concepto de valor posicional propuesta por Jones et al. (1996), nos muestra que:

Los estudiantes del grupo 1 comenzaron la fase exploratoria de la unidad didáctica en un nivel inferior al nivel 1 (previo al valor posicional) en las subcategorías “partición”, “Agrupamiento”, “Conteo, partición, agrupamiento” y “relación entre números” y en nivel 1 para la subcategoría “conteo”. Lo que indicó que los estudiantes del grupo 1 estaban en el proceso de formación de la capacidad de operar con unidades simples.

Los estudiantes del grupo 2 presentaron nivel 1 (previo al valor posicional) en las habilidades de conteo, partición y relación entre números y en nivel previo a nivel 1 en las habilidades de agrupamiento y en el código de contar de diez en diez y de cinco en cinco.

Se puede generalizar que los dos grupos, estaban en un nivel previo al nivel 1 propuesto por Jones et al. (1996), presentando un mejor desarrollo en las habilidades de conteo, partición y relación entre números, el grupo 2. Las habilidades de agrupamiento y el conteo de diez en diez y de cinco en cinco eran las que estaban menos desarrolladas en los dos grupos de estudiantes.

Con la implementación de la fase Guiada de la unidad didáctica se logró “subir” los 2 grupos de estudiantes al nivel 2 de las habilidades previas al valor posicional propuestas por Jones et al (1996), la población del grupo 2 mostró un mayor porcentaje dentro de este nivel, incluso llegando a un 88% de los estudiantes al nivel tres en la subcategoría de relación entre números.

Y con la implementación de la fase de síntesis de la unidad didáctica se logró afianzar dentro de los estudiantes estas cuatro habilidades: conteo, partición, agrupamiento

y relación entre números. Se determinó que un alto porcentaje, 82% y 85%, de los estudiantes del grupo 2 alcanzó a llegar al nivel 3 propuesto por Jones et al (1996) en las subcategorías de conteo y relación entre números, respectivamente.

Fotografía 11 Fase de Síntesis. El estudiante cuenta las galaxias (centenas), las constelaciones (decenas) y las estrellas (unidades) para determinar el valor del universo que él creó.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16 - Resultados de la lista de chequeo de dificultades asociadas al concepto de valor posicional.

Categoría	Dificultades asociadas al concepto de valor posicional			
	H1	H2	H3	H4
Grupo/Código				
Fase Exploratoria				
Grupo 1 (%)	30%	48%	30%	35%
Grupo 2 (%)	34%	41%	19%	41%

Fase de Investigación Guiada				
Grupo 1 (%)	17%	30%	13%	17%
Grupo 2 (%)	15%	21%	9%	30%
Fase de Síntesis				
Grupo 1 (%)	17%	30%	13%	17%
Grupo 2 (%)	12%	15%	9%	18%

Fuente: Elaboración propia.

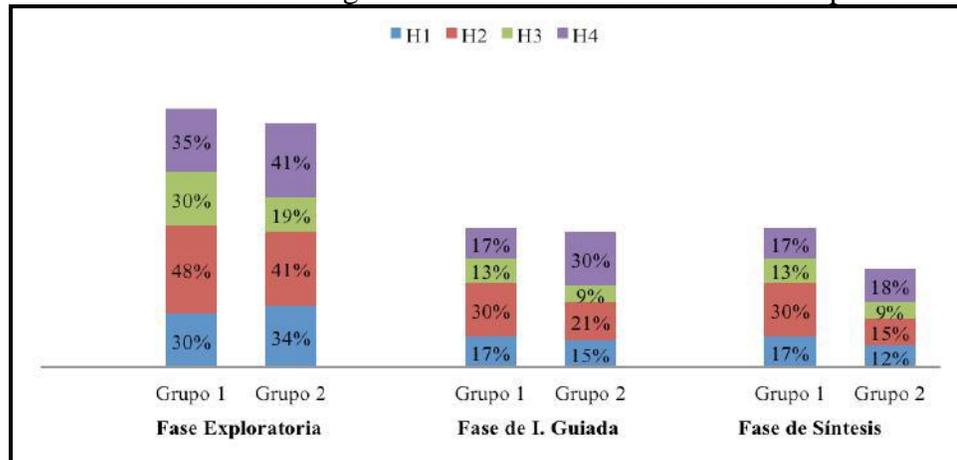
H1. Lectura de los números naturales.

H2. Escritura de los números naturales.

H3. Asociadas a las características del SDN.

H4. Relacionadas con el cero.

Gráfica 9. Resultados categoría “Dificultades asociadas al concepto de valor posicional”



Fuente: Elaboración propia.

H1. Lectura de los números naturales.

H2. Escritura de los números naturales.

H3. Asociadas a las características del SDN.

H4. Relacionadas con el cero.

En la anterior tabla se observa el resumen de los resultados obtenidos en la lista de chequeo de dificultades asociadas al concepto de valor posicional. En la lectura de números naturales, las dificultades que se apreciaron dentro del salón de clase fueron acordes a las reportadas por Flores y Rico (2015), es decir, en el momento de leer diferentes números solían confundir el 6 y el 9, ya que también presentan esa dificultad al escribirlos; en números de 2 dígitos, confundieron el sesenta y el setenta, ya que fonéticamente se parecen. Otra dificultad que se presentó fue al momento de darles un número como el 41, tendían a

leerlo como 14, ya que estaban más familiarizados con este o preguntaban antes de decirlo en voz alta porque tenían la duda del nombre del número.

Con relación a la lectura de números naturales, las más frecuentes y que concuerdan con las reportadas por Flores y Rico (2015) fueron:

Dificultades en la grafía: confundían el “2”, el “5” y la “s”, invierten numerales como el “2”, el “3”, el “4”, el “5”, el “7” y el “9”.

Al querer escribir un número invertían el orden de los dígitos. Ejemplo: querían escribir 41, pero escribían 14.

En las dificultades asociadas a las características del SDN se encontraron algunas de este tipo, que a su vez pueden ser de escritura de los números y relacionadas con el cero como son estas:

Al dictar números como 730, algunos estudiantes lo escribían omitiendo el 0, es decir, escribían 73.

Un estudiante al querer leer un número de 2 o 3 dígitos, no lograba establecer si era dos, veinte o doscientos como lo debía leer y tendía a leer los números por separado. Ejemplo: el 237, lo leía dos tres siete.

Al dictar números como 230, algunos estudiantes lo escribían 20030. El 203 lo escribían 2003, y al realizar la secuencia de números del 209 al 210, lo escribían así: 209, 2010.

Durante la ejecución de la unidad didáctica, en los dos grupos, se evidencia que se logró disminuir el porcentaje de estas dificultades en los estudiantes que las presentaban, ya que durante este proceso necesitaban escribir y leer números en forma constante, la dificultad que menos se logró superar dentro del grupo 1, en tan corto tiempo fue la

relacionada con la grafía, ya que en la fase de síntesis un 30% de los estudiantes seguían presentando la confusión entre letras y números, e invertían los números (escritura en espejo y rotación de números), pero éstas también se relacionan con dificultades en la escritura y la lateralidad.

4.5 *Análisis implem. actividades propuestas para todas las fases de la unidad didáctica.*

A continuación se presenta el análisis realizado a partir de las observaciones recopiladas en la implementación de cada una de las fases de la unidad didáctica, teniendo en cuenta los propósitos de cada actividad y su cumplimiento, explorando el sentido general de los datos al leer varias veces la información, partiendo de las observaciones de las situaciones que se presentaron dentro del aula, la retroalimentación producto de la nueva revisión de cada uno de los instrumentos, para documentar paso a paso el proceso de análisis.

4.5.1 *Fase exploratoria*

Actividad 1. “¿Qué sabemos sobre el universo y las estrellas?”

Intención de la actividad

Permitir que los estudiantes exploren el tópico generativo e indagar sobre las ideas previas que tiene los estudiantes.

Observaciones

En el desarrollo de la actividad, el 100% de los estudiantes mostraron interés en el tema, participaron activamente y se observó el interés por escuchar las intervenciones de

los compañeros. Les llamó mucho la atención los videos presentados en esta actividad “Como atrapar una estrella” y “¿De qué están hechas las estrellas?”, algunos estudiantes en las intervenciones demostraron algunos conocimientos sobre el tema de las estrellas y constelaciones. En las preguntas que se plantearon para esta actividad se observó lo siguiente:

Pregunta 1: tenían gran interés por participar, tenían varias concepciones acerca de lo que es el universo, algunos dijeron que el universo era: todo lo que nos rodea, que era el cielo, que era el espacio, donde está la luna y el sol.

Pregunta 2: en esta pregunta ellos expresaron distintas ideas acerca de lo que ellos creían que era el tamaño del universo usando términos como: grande, gigante, muy grande. Se evidenció en las respuestas de los estudiantes que, si tienen una idea del tamaño del universo, ninguno dijo que era algo pequeño.

Pregunta 3: los estudiantes comunicaron lo que para ellos era la cantidad de estrellas que podía haber en el universo, utilizando diferentes términos como: muchas, muchísimas, hartas, infinito. Pero otros estudiantes utilizaron números para expresar la cantidad de estrellas como: miles, millones, mil novecientos cincuenta y cuatro, Un millón, lo que para ellos significaba gran cantidad.

Fotografía 12 Fase exploratoria. Actividad 1. Los estudiantes prestan atención mientras observan los videos.



Fuente: Elaboración propia.

Video 1: como atrapar una estrella.

Las preguntas planteadas para este video evidenciaron el gran interés sobre el tema, ya que todos los estudiantes estuvieron muy atentos en la presentación del video y contestaron bien las preguntas planteadas.

Video 2: ¿De qué están hechas las estrellas?

Mostraron gran interés en el video que les brindaba información nueva para ellos; en la pregunta 2: ¿Las estrellas son del mismo tamaño?, algunos niños seguían con la concepción de que las estrellas todas tiene el mismo tamaño a pesar de la explicación del video. En la 3ª pregunta la mayoría de estudiantes expresaron no saber que era un observatorio o planetario.

Esta actividad cumplió con su propósito ya que los estudiantes exploraron y establecieron conexiones con el tópico generativo, mostraron habilidades previas en conteo, relación entre números (muchas, pocas, muchísimas), expresándolas verbalmente y así se evidenció el primer acercamiento al concepto de valor posicional.

Actividad 2. Veo, pienso y me pregunto sobre las estrellas.

Intención de la actividad

La rutina de visibilización del pensamiento: “veo, pienso, me pregunto” fomenta que los estudiantes realicen observaciones cuidadosas y pensadas. Ayudó a estimular su curiosidad y se inició el proceso de indagación sobre el “estado” del concepto de valor posicional.

Observación

En esta actividad se observó que a los estudiantes se les dificulta diferenciar entre lo que ven y piensan.

En el momento “VEO” de la rutina, los estudiantes describieron detalladamente la imagen teniendo en cuenta: color, tamaño, formas, lugar, tiempo, prendas de vestir, objetos y términos de cantidad (muchas estrellas, varias estrellas, hartas estrellas) algunos contaron las estrellas y dijeron la cantidad de estrellas que habían, otros expresaron que estaban reunidas por grupos y que estaban ordenadas.

Fotografía 13 Fase exploratoria. Actividad 2. Rutina “veo, pienso, me pregunto”. La estudiante está observando detenidamente la imagen de las estrellas.



Fuente: Elaboración propia.

En el PIENSO, la mayoría de estudiantes seguían expresando lo que observaban, se realizó retroalimentación sobre la diferencia entre el “veo” y el “pienso”, luego lograron comprender la diferencia y empezaron a comunicar lo que pensaban utilizando expresiones como:

Que las estrellas están cayendo al cielo.

Que las estrellas tienen frio.

Que hay muchas estrellas.

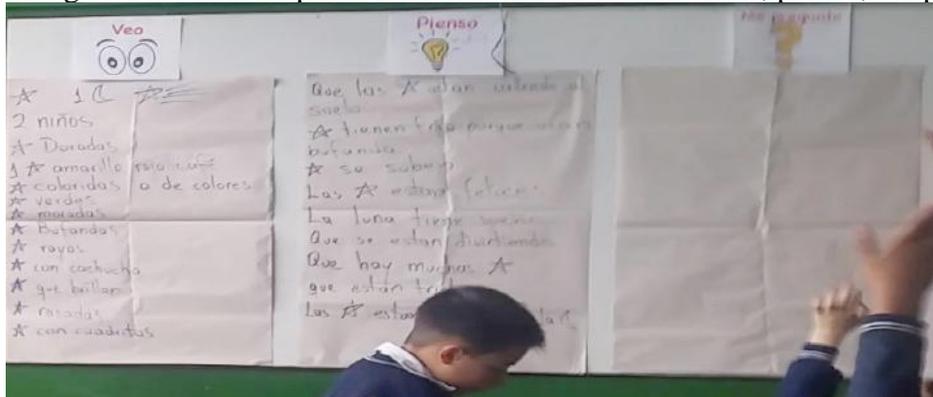
Que las estrellas estaban muy felices porque los niños las estaban mirando.

Que la luna tenía mucho sueño porque tenía un gorro de pijama puesto.

Que las estrellas se estaban divirtiendo por que como estaban en grupos estaban felices.

Que era una noche despejada y por eso los niños podían ver muchas estrellas.

Fotografía 14 Fase Exploratoria. Actividad 2. Rutina “Veo, pienso, me pregunto”.



Fuente: Elaboración propia.

En el PREGUNTO, se les dificulta plantear preguntas, pocos niños participaron, pero los pocos que lo hicieron plantearon algunas preguntas como:

¿Cuántas estrellas hay?

¿Las estrellas fugaces se van a caer?

¿Las estrellas van para arriba?

¿cuántas estrellas amarillas hay?
¿por qué las estrellas verdes están tristes?

La rutina “veo, pienso, me pregunto” permitió que los estudiantes dieran a conocer lo que ellos pensaban en relación al tópico generativo, es decir, permitió poder visibilizar su pensamiento.

A partir de esta actividad se hizo evidente la importancia de utilizar las rutinas de pensamiento en nuestra práctica pedagógica para lograr que los estudiantes exterioricen lo que piensan y demuestren su nivel de comprensión con respecto al tópico generativo, además es una buena herramienta para potenciar procesos de pensamiento útiles en todas las asignaturas.

Luego de terminada la rutina y partiendo de las respuestas de los estudiantes, donde utilizaron diferentes términos para expresar la cantidad de estrellas, se les planteó la pregunta ¿Cuántas estrellas hay en total? A partir de esta pregunta se vieron en la necesidad de buscar una estrategia eficaz para realizar el conteo exacto de las estrellas, se observaron diferentes formas de conteo utilizadas por ellos, como: a través de la memoria visual, señalando la estrella que iban contando, tachando la estrella que iban contando y el 24% de los estudiantes del grupo 2, hizo grupos de 10 estrellas, esto se muestra en la lista de chequeo de la fase exploratoria.

4.5.2 Fase investigación guiada

Actividad 3. Fabricando estrellas.

Intención de la actividad

Con esta actividad se pretendía: primero, generar habilidades para el trabajo en equipo y mejorar la comunicación entre los estudiantes; segundo, obtener el material con el que los estudiantes trabajaron en el desarrollo de la unidad; tercero, conocer el nivel en el que se encuentran en las habilidades previas del concepto de valor posicional (conteo, partición, agrupamiento, y relación entre números), el desarrollo de la base 10 y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional.

Observaciones

Al inicio de la actividad mostraron gran interés por jugar a la fábrica, estaban entusiasmados de ser la fábrica que mayor producción alcanzara. Se notó el interés en trabajar en equipo por un bien común, se distribuyeron funciones para una mejor producción esto se evidencio en la repartición de tareas, uno dibujaba las estrellas, otro las cortaba y otros las marcaban con un distintivo de la fábrica.

Fotografía 15 Fase de investigación guiada. Actividad 1. “Fabricando estrellas” los estudiantes están elaborando las estrellas que usaran durante la unidad didáctica.



Fuente: Elaboración propia.

Luego, el grupo (“la fábrica”) reunió todas las estrellas que realizaron en el tiempo establecido y las contaron, después en el tablero cada fábrica registraba la cantidad de estrellas que fabricaron, a partir de esta información surgieron las siguientes preguntas: ¿cuál fábrica elaboró más estrellas?, ¿cuál fábrica elaboró menos?, ¿cuáles fábricas

elaboraron la misma cantidad de estrellas?

En esta actividad se evidenció que los estudiantes iniciaron el conteo, de uno en uno, a partir de la cantidad de estrellas fabricadas, es decir, operaron con unidades simples, no hicieron agrupamiento de las estrellas para ser contadas fácil y rápidamente y compararon las estrellas fabricadas entre un grupo y otro. Una vez que se realizó la retroalimentación por parte de las profesoras, se logró que los estudiantes realizaran agrupamientos de cinco o diez estrellas para facilitar el conteo, así iniciaron el conteo de cinco en cinco y de diez en diez (categoría F).

Actividad 4. Ganando estrellas

Intención de la actividad

Realizar la transición de forma natural del nivel de desarrollo del pensamiento concreto al gráfico, transciendan del registro de representación verbal al registro semiótico hindú arábigo, observar el nivel de avance o no de las habilidades previas al concepto de valor posicional, el desarrollo de base 10 y las dificultades asociadas al concepto.

Observaciones

Durante esta actividad se observó el gran interés de los niños al jugar con los dados y al tener la oportunidad de ganar dependiendo de la cantidad que les salía, fue necesario escribir en el tablero las reglas del juego, después del esto el juego fluyó y se aprendieron muy rápido las reglas. En las reglas decía que solo eran tres rondas, pero fue tanto el interés que demostraron los estudiantes, que fue necesario darles más tiempo para que jugaran. Al final del juego se le preguntó a cada integrante del grupo ¿cuántas estrellas tenían al comienzo?, ¿cuántas ganaron? O ¿cuántas perdieron? En el desarrollo de la actividad se evidenció la agilidad que tienen los estudiantes en este tipo de actividades donde ganan o pierden, “son competitivos”.

Fotografía 16 Fase de investigación guiada. Actividad 4. Ganando estrellas. Los estudiantes jugando con los dados para ganar o perder estrellas.



Fuente: Elaboración propia.

Actividad 5. Agrupando estrellas

Intención de la actividad

Realizar la transición de forma natural del nivel de desarrollo del pensamiento concreto al gráfico, observar el nivel de avance o no de las habilidades previas al concepto de valor posicional, al desarrollo de base 10 y a las dificultades asociadas al concepto.

Desarrollar procesos de agrupación y que den cuenta de la cantidad de elementos de una colección. Que el estudiante utilice el diez como una unidad de agrupamiento.

Observaciones

Tarea 1: en esta tarea debían contar determinada cantidad de estrellas llegando al número que se les daba agrupando las estrellas de diez en diez, se observó que la mayoría de los estudiantes realizó agrupación y conteo de diez en diez para llegar a la cantidad dada. También descubrieron que era más fácil y práctico contar de diez en diez y no uno a uno, también fue muy fácil para ellos escoger el sobre donde tenían que depositar las estrellas, demostrando que los estudiantes lograron desarrollar habilidades de conteo de diez en diez y relacionando la cantidad con el número dado.

Fotografía 17 Fase de investigación guiada. Actividad 5. Tarea 1. Los estudiantes relacionando la cantidad de las estrellas con el sobre donde correspondía según las decenas.



Fuente: Elaboración propia.

Tarea 2: esta actividad sirvió para reforzar el concepto de unidades y decenas, cuando se le pedía al grupo realizar la constelación con las indicaciones dadas se observó que no tenían mayor dificultad para formarlas, indicando esto que se da un progreso en los niveles de comprensión del concepto de valor posicional propuestos dentro de las categorías de análisis.

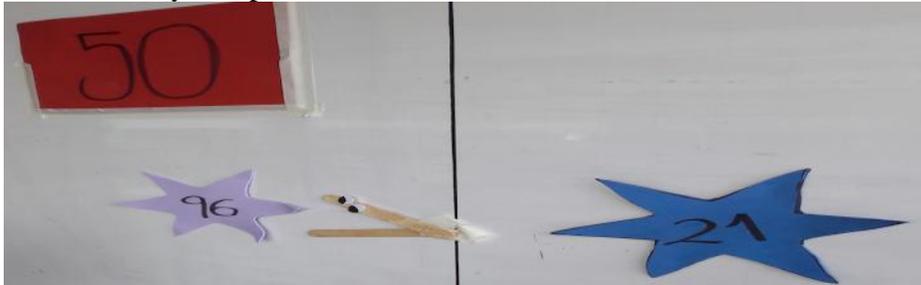
Fotografía 18 Fase de investigación guiada. Actividad 5. Tarea 2. Los estudiantes forman constelaciones, agrupando 10 estrellas y les dan nombre.



Fuente: Elaboración propia.

Tarea 3: se evidenció en esta tarea que fue más fácil comparar números usando material concreto, y lograron establecer comparaciones entre números teniendo en cuenta las unidades, decenas y centenas. Algunos niños justificaban sus respuestas explicando por qué era mayor un número que el otro teniendo en cuenta la posición que ocupaba la cifra.

Fotografía 19 Fase de investigación guiada. Actividad 5. Tarea 3. Los estudiantes relacionaron y compararon números.



Fuente: Elaboración propia.

Tarea 4: esta actividad fue muy interesante para ellos, ya que tenían que formar las constelaciones y nombrarlas, además que para ellos fue muy interesante el momento del cambio donde 10 estrellas se convertían en una constelación que representaría una decena, como había varias figuras de constelaciones ellos querían formar las que más se identificaran con ellos, por ejemplo, niños: carros. Niñas: casas, flores y mariposas.

Fotografía 20 Fase de investigación guiada. Actividad 5. Tarea 4. Los estudiantes realizaron el intercambio de estrellas por constelaciones y querían hacer más estrellas para lograr tener un mayor número de constelaciones.



Fuente: Elaboración propia.

Actividad 6. Practicando con las estrellas

Intención de la actividad

Expresar a través de un lenguaje simbólico, la representación mental propia que han elaborado con respecto al valor que adquiere cada número de acuerdo a la ubicación dentro de una representación numérica, es decir, que los estudiantes afiancen el pensamiento gráfico y simbólico (Salazar y Vivas, 2013).

Consolidar la operación cognitiva de conversión bidireccional de los registros semióticos, verbal e hindú-arábigo, para enriquecer el concepto del valor posicional.

Observar el nivel de avance o no en las habilidades previas al concepto de valor posicional, el desarrollo de la base 10 y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional.

Observaciones

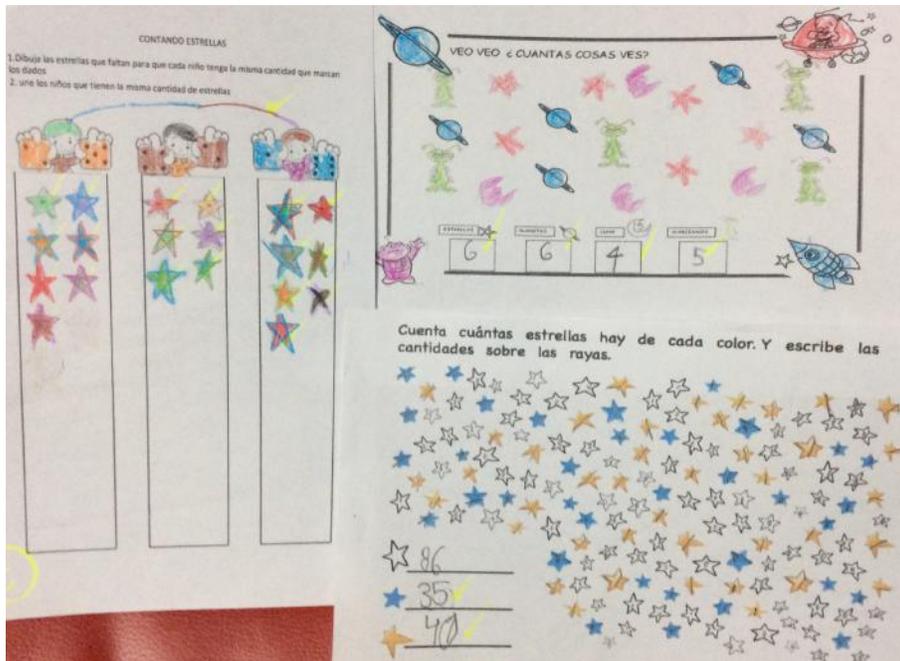
En esta actividad se observó en el desarrollo de las guías propuestas diferentes dificultades que presentan los niños, como esta fue una actividad más individual, se pudo detectar con más precisión cual era el nivel de comprensión que tenía cada niño con el concepto, también fue una forma de evaluación formativa para observar los avances en los estudiantes que se habían detectado dificultades, se apreció que algunos estudiantes siguen presentando dificultades en la escritura de números.

Guía 1. Para la mayoría de los estudiantes fue muy fácil su desarrollo, pues ya habían tenido la experiencia en el juego con dados y estrellas, un bajo porcentaje presentó dificultad para unir el dibujo de las niñas que tenían la misma cantidad y otro grupo aún más pequeño de estudiantes hizo una mayor o menor cantidad de estrellas de las que marcaban los dados.

Guía 2. La mayoría de estudiantes desarrolló bien la actividad y en poco tiempo, el conteo aquí fue muy fácil.

Guía 3. En esta actividad se observa aún la dificultad para determinar la numerosidad exacta de una serie, en la mayoría de estudiantes, pero la diferencia era por 1 o 2 estrellas de más o de menos. Esta actividad permitió detectar que la mayoría de los estudiantes ya otorga la categoría de contado o no contado a un objeto de la colección, solo que se distraen fácilmente y por eso es fácil perder la cuenta de lo que estaban contando.

Fotografía 21 Fase de investigación guiada. Actividad 6. Guías 1, 2 y 3. Ejemplo del trabajo realizado por los estudiantes en las pres primeras guías.

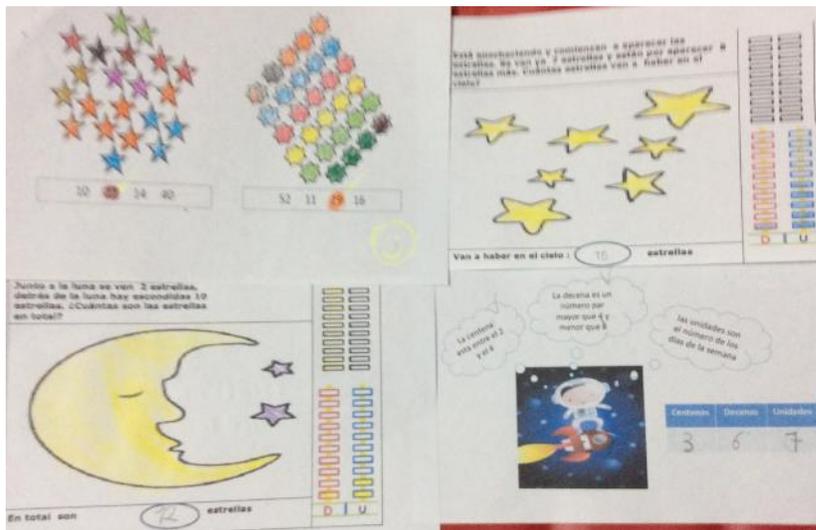


Fuente: Elaboración propia.

Guía 4. Solo una estudiante falló en esta prueba. Para la mayoría fue muy fácil realizar el conteo porque debían colorear, así que esto les servía para dar la categoría de contado y no contado, además afirmaron que las estrellas estaban en orden y las posibilidades de respuestas facilitaba dar la respuesta, ya que si equivocaban en 1 o 2 estrellas buscaban la respuesta que estaba más cerca al número contado.

Guía 5 y 6. Fue necesario leer los problemas dos veces para que los estudiantes los pudieran resolver. A otro grupo menor de estudiantes se les amplió la explicación para que lo pudieran resolver, y otros a pesar de las explicaciones adicionales, les fue imposible resolverlos.

Fotografía 22 Fase de investigación guiada. Actividad 6. Guías 4, 5 y 6. Ejemplo del trabajo realizado por los estudiantes en las 4 últimas guías.



Fuente: Elaboración propia.

En la siguiente tabla se presentan las frecuencias relativas de los resultados de la valoración a los trabajos escritos realizados en forma individual por los estudiantes en la Fase Guiada, actividad 6 “Practicando con las estrellas”. Se muestran los niveles de desempeño y el porcentaje de estudiantes que llegaron a cada uno. Desempeño Alto: Corresponde al estudiante que alcanza la totalidad de los logros en cada una de las actividades propuestas. Desempeño Básico: Corresponde al estudiante que logra lo mínimo en las actividades propuestas, hay necesidad de retroalimentar para que alcance mayores niveles de comprensión. Desempeño bajo: Corresponde al estudiante que no alcanza los desempeños necesarios en las actividades propuestas, requiere actividades adicionales para que alcance mayores niveles de comprensión. Ejemplo: el 61% de los estudiantes del grupo 1 presentó alto desempeño en la actividad “Contando estrellas”.

Tabla 17 - Resultados de actividad 6 “Practicando con las estrellas”.

Actividades individuales / desempeños	Grupo 1 (%)			Grupo 2 (%)		
	Alto	Básico	Bajo	Alto	Básico	Bajo
Contando estrellas	61	26	13	64	15	21
Veo, veo ¿Cuántas cosas ves?	83	17	0	70	15	15
Cuenta estrellas	74	13	13	67	21	12
¿Cuántas estrellas son?	96	0	4	61	24	15
Suma de estrellas	78	9	13	61	24	0
Valor posicional	65	13	22	45	30	24
Actividades Grupales						
¿A qué número corresponde?	57	26	17	52	24	24
Une según corresponda	69	23	8	55	27	18
Conteo de Universos	48	30	22	61	24	15

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 8, se observa que un porcentaje importante (entre 45 y 96%) de estudiantes de los dos grupos alcanzaron un desempeño alto en las actividades propuestas, pero son inferiores a los porcentajes en las listas de chequeo, lo que nos indica que se hace necesaria la retroalimentación para que los estudiantes que se encuentran en desempeño básico y bajo alcancen la comprensión en el concepto de valor posicional y llegar a nivel alto, teniendo presente que en todo momento se realiza una valoración continua, observando el proceso que lleva cada estudiante para la comprensión de este concepto. En las actividades grupales se muestra un alto nivel de desempeño, sin embargo, no significa que cada uno de los integrantes del grupo haya alcanzado las metas de comprensión esperadas, y esto se hace evidente en estos resultados.

Con respecto a las actividades realizadas en el tablero, se puede decir que les gustaron bastante y presentaron alto grado de participación (todos los estudiantes querían pasar), el primer ejercicio se explicó, y las profesoras solicitamos que los estudiantes se tomaran el tiempo para pensar en la respuesta y dar a sus compañeros tiempo para lo mismo, así que de los estudiantes surgió la idea de que iban a ser como detectives y no

debían regalarle la pista a sus compañeros, lo cual permitió que todos se interesaran e involucraran más en las actividades.

Actividad 1. Se realizó con constelaciones y luego con galaxias, lo cual permitió afianzar conteo de diez en diez y de cien en cien.

Actividad 2. Para los estudiantes resultó bastante sencillo relacionar la representación de los universos con la representación matemática.

Actividad 3. Se dio la oportunidad de que los estudiantes pasaran al tablero a crear un universo específico, y sus compañeros actuaban como detectives descubriendo el número secreto. Esto sirvió para afianzar conteo y conversión bidireccional de los dos registros.

Fotografía 23 Fase de investigación guiada. Actividad 6. Actividades 1, 2 y 3. En la primera foto el estudiante está formando un universo específico y en la segunda foto el estudiante está contando para determinar cuánto vale el universo que creó otro compañero.



Fuente: Elaboración propia.

Actividad 7. ¿Cómo podemos formar un universo?

Intención de la actividad

Demostrar la comprensión que tienen hasta el momento sobre del concepto de valor posicional y lo representen formando un universo partiendo de un número de tres dígitos.

Consolidar la operación cognitiva de conversión bidireccional de los registros semióticos, verbal e hindú-arábigo, para enriquecer el concepto del valor posicional.

Expresar en forma verbal y escrita su avance en las habilidades previas al concepto de valor posicional, el desarrollo de la base 10 y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional.

Observaciones

Esta actividad fue bastante divertida e interesante para los estudiantes, ya que, con el trabajo previo en el tablero, algunos grupos no solo se limitaron a representar con el material disponible un solo universo solicitado, sino que realizaron un concurso entre ellos para ver cuál le adivinaba al otro el valor de su universo.

Fotografía 24 Fase de investigación guiada. Actividad 7. “¿Cómo podemos formar un universo?”. Este es uno de los universos que elaboraron los estudiantes, para que sus compañeros descubrieran el valor del universo.



Fuente: Elaboración propia.

Observando el desarrollo de la actividad se pudo analizar que los estudiantes alcanzaron el nivel 2 del desarrollo de la base 10 propuesto por Silva (2005), ya que se evidencio su desempeño alto, mostrando que reconocieron al número 10 como una unidad que agrupa 10 objetos. También se evidencio al realizar el conteo de las constelaciones que fueron capaces de contar grupos de diez como si fueran unidades sencillas, formaron y contaron grupos de diez y sobrantes, esto se mostró cuando para formar el universo utilizaron por ejemplo solo 2 constelaciones que representaban el 20 (2 decenas) y cuatro estrellas sueltas (4 unidades). También formaron una centena usando decenas.

Fases de síntesis

Actividad 8. Creando nuestro propio universo.

Intención de la actividad

Demostrar la comprensión del concepto de valor posicional y lo representen creando su propio universo. Operar con números de tres dígitos. Consolidar la operación cognitiva de conversión bidireccional de los registros semióticos, verbal e hindú-arábigo, para enriquecer el concepto del valor posicional.

Demostrar avances en las habilidades previas al concepto de valor posicional, el desarrollo de la base 10 y las dificultades asociadas al concepto de valor posicional propuestas.

Observaciones

Durante el desarrollo de esta actividad se evidenció como los estudiantes representaban por medio del universo que crearon números de tres cifras, en esta actividad estuvieron muy interesados en formar el universo querían que el de ellos fuera el del

número más grande es decir representar el 999 para utilizar más estrellas, constelaciones y galaxias. Al finalizar la actividad se realizó una especie de museo donde ellos observaban el trabajo realizado por el resto de sus compañeros, también descubrían que numero estaban representando cada grupo con ese universo, también fue la oportunidad para comparar cada universo es decir comparar las cantidades que representaban en esa comparación ellos argumentaban porque era mayor un universo al otro utilizando argumentos como “este tiene más centenas por eso es mayor que el otro”.

Fotografía 25 Fase de Síntesis. Actividad 8. Creando nuestro propio universo. Muestra de universos creados por los estudiantes.



Fuente: Elaboración propia.

4.5.3 Alcance de las Metas de comprensión.

Algunos de los elementos que se lograron precisar con el desarrollo de esta investigación fueron los alcances de las metas de comprensión, dentro de las cuales podemos precisar las siguientes:

Los estudiantes usaron y avanzaron en las habilidades de conteo, partición, agrupación y relación entre números para resolver problemas con operaciones básicas y comprender el concepto de valor posicional, esto se evidenció en el análisis de las listas de chequeo y en el transcurso del avance de las fases de la unidad didáctica.

También comprendieron que el uso de unidades, decenas y centenas les ayuda a representar cantidades para resolver situaciones aditivas; lo cual se evidenció por medio de las observaciones que se realizaron y que quedaron registradas en los diferentes instrumentos utilizados.

En cuanto a las metas de comprensión de método, los estudiantes lograron determinar el número total de objetos en una colección a través de la observación, clasificación y codificación, relacionaron cómo, a través de la observación y la clasificación, pueden determinar el valor posicional de las cifras; contaron, agruparon, compararon y clasificaron conjuntos de elementos en el contexto del universo y ordenaron y determinaron si un número es mayor, menor o igual que otro; gracias a la utilización del material concreto creado y utilizado por ellos, durante el desarrollo de toda la unidad didáctica, esto se evidenció en el desarrollo de las actividades propuestas en la fase guiada, donde los estudiantes en general se apropiaron sin mayor dificultad de esas habilidades.

Así mismo, la evaluación de la consecución de las metas de comprensión en la parte comunicativa, mostró que los estudiantes lograron explicar el valor posicional de los números, a través de la socialización de las actividades propuestas en la unidad, también usaron la expresión verbal y escrita para explicar sus avances en la comprensión del valor posicional de los números, lo cual se alcanzó por medio de actividades grupales, individuales y generales.

En este mismo orden de ideas, los estudiantes descubrieron cómo el valor posicional de los números les permite solucionar problemas relacionados con el tópico generativo e identificar el valor posicional de las cifras en una expresión numérica, en el contexto de la resolución de problemas, esto se pudo evidenciar en la fase de síntesis, con la elaboración, creación y explicación de su propio universo.

Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones, resultado del contraste entre los objetivos trazados y el análisis y reflexión realizados por el equipo de profesoras:

1. El trabajo de investigación confirma la complejidad del aprendizaje y enseñanza del concepto de valor posicional, expuesto por los diferentes autores e investigaciones consultados, cuando expresan que a los estudiantes se les dificulta comprender el valor de un número en una cifra numérica de acuerdo a la posición que ocupa en él, ya que lo toman como unidades aisladas y no tienen en cuenta que el primer número de una cantidad de dos cifras puede representar una decena, o que el primer número de una cantidad de tres cifras puede representar una centena, esto se enfrentó, en el momento que se le presentó a los estudiantes diferentes situaciones problemas que los llevaron gradualmente a superar las dificultades evidenciadas al inicio de la unidad.
2. En relación con el diseño de la unidad, la estrategia de intervención implementada basada en la enseñanza para la comprensión (EpC), muestra que los elementos teóricos propios de ésta, como son: El tópico generativo, las metas de comprensión, los desempeños de comprensión y la valoración continua (ver plan de acción), enmarcados en una estructura organizada y flexible, logró satisfacer las necesidades de las profesoras en el salón de clase, a través de su posibilidad de adaptación a los contextos y a las condiciones específicas de cada grupo, ello contribuyó a que los estudiantes logaran avances en la comprensión del concepto de valor posicional.
3. En el desarrollo de la fase exploratoria se pudo evidenciar el interés que muestran los estudiantes frente al tópico generativo “somos cómo astronautas conociendo el universo”, ello favoreció el interés para comprometerse con el desarrollo de las fases siguientes, y avanzar en la comprensión del valor posicional.

4. En la fase guiada se evidenciaron algunas dificultades al trabajar con situaciones que involucran el desarrollo del concepto del valor posicional, dichas dificultades fueron superadas durante el desarrollo de las diferentes actividades propuestas en la unidad. Entre las cuales se pueden mencionar: El 50% de estudiantes no había adquirido totalmente las habilidades que involucra el desarrollo del concepto de valor posicional, no alcanzaban en esta fase el nivel 1, propuesto por Jones et al. (1996) dentro del proceso de desarrollo del concepto, al final de ésta, el 61% y 85% de los estudiantes del grupo 1 y 2 respectivamente, identificaron claramente que representaba las decenas y las centenas dentro de un número, esto demostró que esta fase fue fundamental para evidenciar los avances en las habilidades previas a la comprensión del concepto de valor posicional; en este sentido, cabe resaltar la importancia que tuvo el material concreto en el desarrollo de la unidad didáctica y la apropiación del concepto.
5. Se pudo establecer el nivel de desarrollo de habilidades previas al concepto de valor posicional con el que iniciaron los estudiantes de segundo y su progreso durante el desarrollo de la unidad didáctica. Los resultados demuestran que los estudiantes iniciaron en un nivel previo al nivel 1 propuesto por Jones et al. (1996) y al final de la unidad didáctica el 82% y 85% de los estudiantes del grupo 1 y 2, respectivamente, se encontraron en el nivel 3 propuesto por este mismo autor, lo cual demuestra la pertinencia de las actividades planeadas y cómo estas lograron su objetivo, evidenciado el avance en la comprensión del concepto de valor posicional.
6. El material que se utilizó, como las estrellas, las constelaciones y las galaxias, y que sirvió para el desarrollo de cada una de las actividades propuestas en la unidad, jugó un papel importante en la motivación de los estudiantes, los ayudó a entender las centenas como conjunto de cien elementos, las decenas como conjunto de diez elementos y las unidades como elementos sueltos llevándolos a un avance en la comprensión del concepto de valor posicional.

7. Si bien es cierto que se cumplió con los objetivos propuestos en el presente trabajo, esto requirió un mayor tiempo del propuesto, lo que implicó algunos atrasos en otras asignaturas.
8. Diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica propuesta desde el marco de la enseñanza para la comprensión que favorezca el aprendizaje del concepto de valor posicional, en la resolución de situaciones problema por estudiantes de básica primaria requiere tiempo, cambios en los planes de estudio y suscita cambios en la forma como el docente ve las matemáticas.

Por lo tanto, se pudo dar cumplimiento al objetivo general de esta investigación, ya que los estudiantes avanzaron en la comprensión del concepto de valor posicional, por medio de las diferentes actividades propuestas en la unidad didáctica, teniendo siempre en cuenta el tópico generativo y las metas de comprensión.

Recomendaciones

Del proceso continuo de investigación sobre la comprensión del concepto de valor posicional realizado en este trabajo, surgen las siguientes recomendaciones:

1. Revisar y analizar los planes de estudio del área de matemáticas de los colegios “San Carlos” y “Restrepo Millán” desde primera infancia, haciendo énfasis en el concepto de valor posicional, el cual no se debe trabajar en un sólo grado y de esta manera reforzar en los estudiantes habilidades previas de conteo, partición, agrupación y relación entre números.
2. Implementar estrategias didácticas que busquen mejorar las habilidades en matemáticas que presentan los estudiantes en las diferentes escuelas y colegios del país, partiendo de los conceptos previos que ellos tienen y no pensar que únicamente entran en contacto con ellas (las matemáticas), cuando ingresan al jardín.
3. Utilizar diferentes estrategias didácticas dentro del marco de la enseñanza para la comprensión no solo como algo exclusivo del área de matemáticas, sino que se puede plantear un aprendizaje transversal que pueda abarcar las diferentes asignaturas, apoyados en los tópicos generativos donde los estudiantes puedan aplicar los conocimientos adquiridos (conceptos, habilidades) a nuevas situaciones, para fortalecer las habilidades de resolución de problemas.
4. Darle relevancia a la priorización de la enseñanza y aprendizaje del valor posicional sobre los algoritmos de las operaciones básicas y de esta forma permitirles a los estudiantes desarrollar otras competencias matemáticas, las cuales están ligadas a las agrupaciones, des agrupaciones e identificar cambios en las agrupaciones para obtener mejores resultados en la resolución de situaciones problema y en la ejecución de procedimientos.
5. Esta investigación puede ser un referente para otros investigadores

interesados en el tema, que asuman la enseñanza para la comprensión del concepto de valor posicional como un pretexto para desarrollar habilidades y aprendizajes en los estudiantes, al igual que para fortalecer el desarrollo del pensamiento lógico y matemático.

Reflexión pedagógica

Reflexionar sobre nuestra práctica debe ser un ejercicio constante. Esto debe llevar a una continua actualización en temas conceptuales, educativos y pedagógicos para mejorar el discurso, la enseñanza y el clima del aula.

Este apartado pretende hacer una serie de apreciaciones pedagógicas, producto del trabajo de investigación realizado en torno a la comprensión del concepto de valor posicional y la práctica docente.

A pesar de no ser licenciadas en matemáticas, en nuestra práctica diaria se busca el beneficio del estudiante al desarrollar las diferentes actividades académicas que se programen en esta asignatura. De ahí la necesidad de trabajar este concepto (valor posicional) por la dificultad que ellos presentan en la comprensión de las matemáticas y la que tienen las profesoras para generar estrategias para que ellos las aprendan.

Los niños y niñas están en contacto con las nociones matemáticas desde muy pequeños, en la relación diaria con su entorno y el lenguaje que escuchan de sus padres, la familia y los profesores. No se puede pensar que sólo tienen acceso a estas nociones al ingresar al jardín.

Ellos escuchan, hablan de los números, peso, tamaño, cantidad; en los juegos comparan, agrupan, separan y realizan operaciones sencillas de resta y suma con alguna intencionalidad no propiamente matemática. Este proceso no puede pasar desapercibido en la escuela cuando llegan los niños a las aulas; es deber de nosotros, los profesores, retomar y fortalecer los conceptos previos que ellos tienen.

En el caso del valor posicional, su comprensión implica establecer una serie de estrategias didácticas que permita fortalecer las habilidades previas a este concepto que

manejan los estudiantes desde su ingreso a la escolaridad, proceso que debe iniciar en el preescolar. Este es un tema importante y no se debe trabajar en un solo grado, creemos que se debe abordar desde la primera infancia trabajando las habilidades previas de conteo, partición, agrupación y relación entre números, como introducción a este concepto, en consonancia con los hallazgos de nuestra investigación.

Trabajar conceptos matemáticos con niños de los primeros grados de primaria implica el reto de “manejar” el saber didáctico-matemático, es decir, conocimientos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y con los procesos de comunicación asociados. Es necesario abrir espacios donde los niños y niñas entiendan, por ejemplo, el significado del valor que tiene una cifra teniendo en cuenta el lugar que ocupa en un número que representa una cantidad.

Teniendo en cuenta lo anterior, se hace indispensable motivar a los niños y niñas de grado segundo a usar las matemáticas como herramienta útil, no solo en el aula, sino fuera de ella. Esto requiere por parte de las profesoras cierto dominio conceptual del tema, capacidad de comunicar estos conceptos y tener un conocimiento adecuado de los aspectos didácticos y de sus implicaciones para la implementación en el aula, para que así exista una verdadera comprensión por parte de los estudiantes.

Es así como el SDN y el valor posicional ocupa un lugar trascendental en la educación primaria; éste debe ser abordado a lo largo de toda la escolaridad y su conocimiento es necesario para entender muchas de las ideas matemáticas contenidas en los programas de estudio. La comprensión y uso flexible del concepto del valor posicional, debe ser visto como una alternativa para desarrollar habilidades y aprendizajes de los estudiantes.

Otro factor a tener en cuenta, es la dualidad presentada entre el tiempo que requieren los estudiantes para aprender acerca del concepto de valor posicional y lo exigido por las instituciones educativas, haciendo necesario abrir la discusión en torno a lo que requieren los estudiantes para su proceso formativo, especialmente en lo relacionado con

las matemáticas.

Igualmente, su implementación debe llevar al profesor a romper con la idea de la complejidad de los conceptos matemáticos en este caso del valor posicional, estimulando la creatividad que puedan tener los estudiantes para aprender, dando prioridad a los procesos y ritmos que tienen los estudiantes, más que dar los contenidos.

Sin embargo, a partir de nuestra práctica pedagógica y como docentes que enseñamos todas las áreas del conocimiento vemos que trabajar estas estrategias solo en el área de las matemáticas no es una solución definitiva a la diversidad de dificultades de aprendizaje que tienen los estudiantes en el aula. Este esfuerzo requiere de la participación de otras áreas del conocimiento, donde a través de la utilización de la enseñanza para la comprensión, de rutinas de pensamiento y de tópicos generativos al trabajar con temas específicos se enriquezcan y abarquen los diferentes conocimientos de los estudiantes y se evidencie una verdadera comprensión.

Lo anterior debe llevar a la reflexión y debate en torno a preguntas que deben ser discutidas en el ámbito educativo ¿Qué temas de interés para los estudiantes se deben trabajar en el aula?, ¿Qué queremos que comprendan los estudiantes cuando se trabaja una unidad o tema específico?, ¿Qué es lo que deben saber los estudiantes para demostrar que han comprendido algo?, ¿Qué tipo de evaluación se deben implementar, para establecer la comprensión de los estudiantes?

Referentes bibliográficos

Alcaldía Mayor de Bogotá D.C. (2013). *Alcaldía Local de Rafael Uribe Uribe*. Recuperado 23 Febrero 2015. Conociendo mi Localidad: <http://www.rafaeluribe.gov.co/index.php/mi-localidad/conociendo-mi-localidad>.

Alcaldía Mayor de Bogotá D.C. (2013). *Alcaldía Local de Tunjuelito*. Recuperado 23 Febrero 2015. Conociendo mi Localidad: <http://www.tunjuelito.gov.co/index.php/mi-localidad/conociendo-mi-localidad/mi-localidad>.

Andrade, S., & Valdemoros, M. E. (2014). Enseñanza experimental del sistema de numeración decimal y la representación cognitiva del número. *Clame. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. Capítulo 2. Propuestas para la enseñanza de las matemáticas*. México.

Bedoya, E., & Orozco, M. (1991). El niño y el Sistema de Numeración Decimal. *Universidad del Valle. Departamento de Matemáticas y de Psicología*. Cali, Colombia: Departamento de Psicología de la Universidad del Valle.

Blythe, T., & Perkins, D. (2006). *¿Qué es la comprensión?* Recuperado 1 Abril 2015. Colombia Aprende: <http://www.colombiaprende.edu.co/html/docentes/1596/article-171785.html>.

Castaño García, J. (2008). Una Aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relación entre representaciones mentales y representaciones semióticas. *Revista Pontificia Universidad Javeriana*, 17-19.

- Colegio Restrepo Millán I.E.D. (2015). *Agenda Escolar. Agenda Escolar* . Bogotá, D.C., Colombia.
- Contreras, J. (2015). *Competencia Matemática N2*. Madrid - España: Ideaspropias Editorial.
- Cortina, J. L. (1997). Conceptualización y operación del valor posicional en diferentes situaciones. Un estudio con niñas y niños mexicanos de segundo, tercero y cuarto grados. *Tesis de Maestría. Universidad de las Américas A.C.* México D.F., México.
- Elliot, J. (2000). *La Investigación - Acción en Educación*. Madrid España: Ediciones Morata, S.L. Cuarta edición.
- D'amore, B. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá. D.C. - Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio. 2º Edición.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. Cali - Colombia: Universidad del Valle.
- Flores Martínez, P., & Rico Romero, L. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid - España: Ediciones Pirámide. Grupo Anaya, S.A.
- Gallego, G., & Uzuriaga, V. (2015). Implicaciones en la comprensión del Valor posicional. *CIAEM. Conferencia Interamericana de Educación Matemática* , 1-10.
- Gardner, Howard (1991). *Enfoque de los puntos de entrada*. Recuperado 1 Abril 2015. <http://latitud-nodosur.org/IMG/doc/puntosdeentrada.doc>.

Godino, J. (2002). La formación Matemática de Maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas. *V Simposio sobre Aportaciones del área didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* , 1-9.

Godino, J., & Batenero, C. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada - España: Proyecto Edumat - Maestros.

Hernández Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Quinta edición. Editorial McGraw Hill.

Jones, G., Thornton, C., Putt, I., Hill, K., Mogill, T., & Rich, B. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education* , 310-336.

Kamii, C., & Joseph, L. (1998). "Teaching place value and double-column addition" Arithmetic teacher. *Academic the university of Alabama Birmingham, school of education* , 48-52.

Kemmis, R. (1988). *Planificar la Investigación Acción*. Barcelona - España: Laertes.

Latorre, A. (2003). *¿Qué es la Investigación Acción?* Madrid - España: Editorial Graó.

MEN. Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. ¿A qué queremos llegar?* Recuperado 1 Octubre 2014. Colombia Aprende: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf .

MEN. Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Recuperado 30 Abril 2014. Mineducación: <http://www.mine>.

Orthon, A. (1998). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid - España: Ediciones Moratas S.L.

Placencia Valero, J. (2008). *Compendio de Matemática Básica Elemental*. Madrid - España: Editorial Tébar, S.L.

Ramírez C, O. A. (2011). Aprendizaje del valor posicional en estudiantes de grado sexto. *Tesis. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias* . Bogotá, Colombia: Universidad Nacional.

Real Academia Española. (2014). *Real Academia Española*. Recuperado 30 abril 2015. Asociación de academias de la Lengua Española: <http://dle.rae.es/?id=Y2AFX5s>.

Restrepo, G. (2011). Investigación de aula: formas y actores. *Educación y Pedagogía* , 103-112.

Salazar, C. Y., & Vivas, Y. A. (2013). Enseñanza del sistema de numeración decimal a través de la integración de material manipulativo. *Tesis Universidad del Valle Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Educación Matemática*. Santiago de Cali, Colombia.

Secretaria de Educación del Distrito. (2012). *Rafael Uribe Uribe. Localidad 18. Caracterización Sector Educativo*. Bogotá D.C.: Alcaldía Mayor de Bogotá.

Secretaria de Educación del Distrito. (2012). *Tunjuelito. Localidad 6. Caracterización Sector Educativo*. Bogotá D.C: Alcaldía Mayor de Bogotá D.C.

Secretaria de Educación del Distrito. (2014). *Orientaciones para el área de Matemáticas. Currículo para la Excelencia y la Formación Integral*. Bogotá D.C.: Alcaldía Mayor de Bogotá D.C.

- Silva, M. (2005). *Place value activity package. Activities humbly borrowed from varius sources*. Recuperado 31 octubre 2015. Place value activity package. Activities humbly borrowed from varius sources.: <http://pickettsmill.typepad.com/files/place-value-activity-pack.pdf>educacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf.
- Stenhouse. (1987). *La Investigación como base de la Enseñanza*. Madrid - España: Ediciones Morata.
- Terigi, F., & Wolman, S. (2007). Sistema de Numeración: Consideraciones acerca de su Enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación* , 59-83.
- Uttech, M. (2011). ¿Qué es la Investigación-acción y qué es un maestro investigador? *XXI: Revista de Educación* , 8-9.
- Vásquez P, C. C. (2011). Construcción de Sistemas de representación numérica en el aula de clase potenciando la competencia com unicativa. *Tesis Maestría. Universidad Nacional de Colombia* . Bogotá, Colombia.
- Zuñiga, Y. Z. (2012). Conceptualización del Valor posicional en la escritura de números en el sistema decimal, en los alumnos de cuarto grado de la escuela Sotero Barahona. *Tesis Maestría en Matemática Educativa. Universidad Pedagógica Nacional "Francisco Morazán"* . Tegucigalpa, México: Dirección de Postgrado.

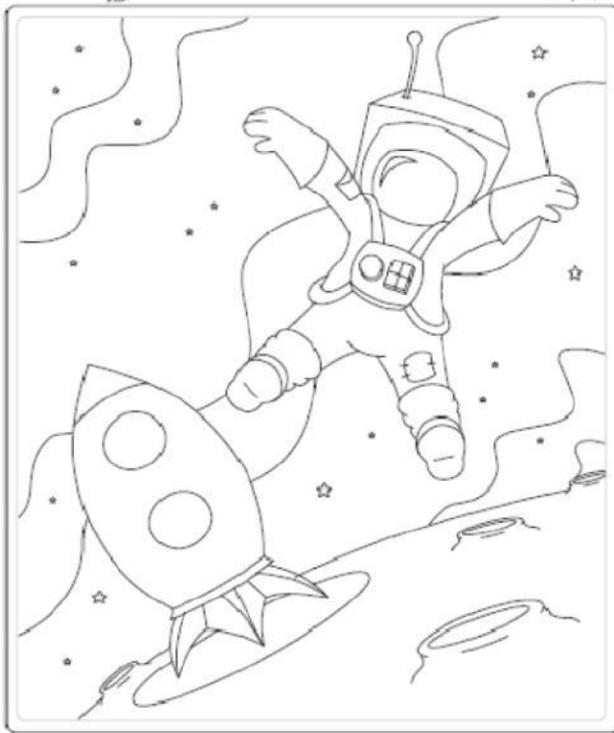
Anexos

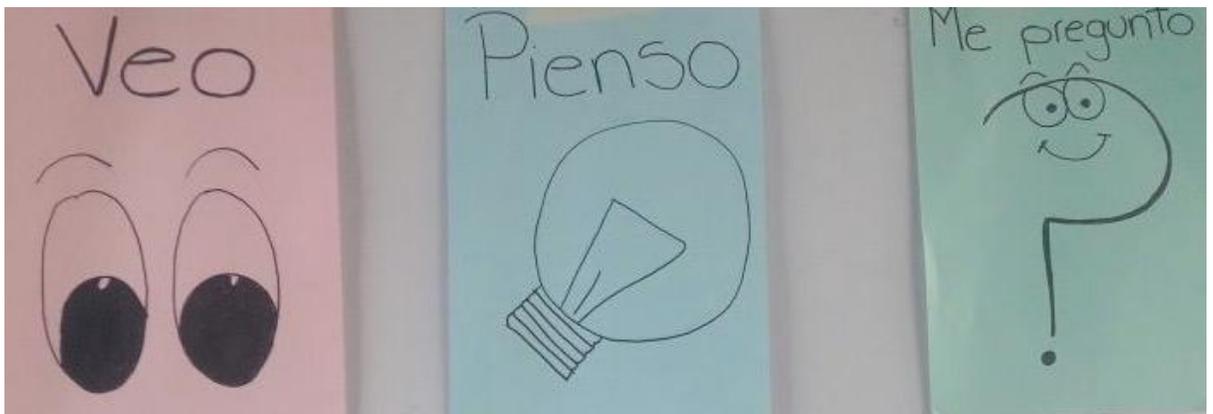
Anexo 1. Ejemplo de Diarios de campo utilizado por las profesoras.

DIARIO DE CAMPO - GRADO SEGUNDO 201

FECHA	ASIGNATURA	ACTIVIDAD	OBSERVACIÓN
Marzo 2	Matemáticas	Más que menos que <ul style="list-style-type: none"> se realizaron grupos con los niños donde en unos habían más niños y en otros menos estudiantes. Luego se les pregunto dónde habían más niños y en cual grupo habían menos, se realiza el conteo y miramos que numero es mayor. 	Asistieron 30 estudiantes. aproximadamente 7 tuvieron dificultades al identificar que grupo tenía más estudiantes y cual menos.]
Marzo 3	matemáticas	Más que menos que <ul style="list-style-type: none"> Se les explica que una cantidad es mayor que otra cuando el número de objetos es mayor, se dibujan dos círculos en el cuaderno donde tiene que dibujar más objetos en uno que en el otro sin importar la cantidad 	Se observa confusión en identificar cual conjunto tiene más elementos algunos estudiantes no diferenciaron cual conjunto tenía más y cual menos.
Marzo 4	matemáticas	Más que menos que: <ul style="list-style-type: none"> Se trabajó una guía de conjuntos donde solo coloreaban los conjuntos que tenían más objetos tenían que realizar la comparación. A los conjuntos que tenían menos objetos se tachaban. 	Se observa que en esta actividad ya la mayoría identifico cual conjunto tenía más elementos y cual menos. Hay dos estudiantes que no lo logran identificar ni realizar la comparación de conjuntos, la mayoría de estudiantes realizan el conteo de las cantidades dentro de los conjuntos y también identifican el número mayor y el número menor.
Marzo 7	Matemáticas	Más que menos que: Se inicia la explicación de los signos mayor que y menor que $>$ o $<$.	Hoy asistieron la totalidad de los estudiantes en la actividad del cocodrilo estuvieron muy entusiasmados ya que ellos mismos lo hicieron y lo decoraron como quisieron y el

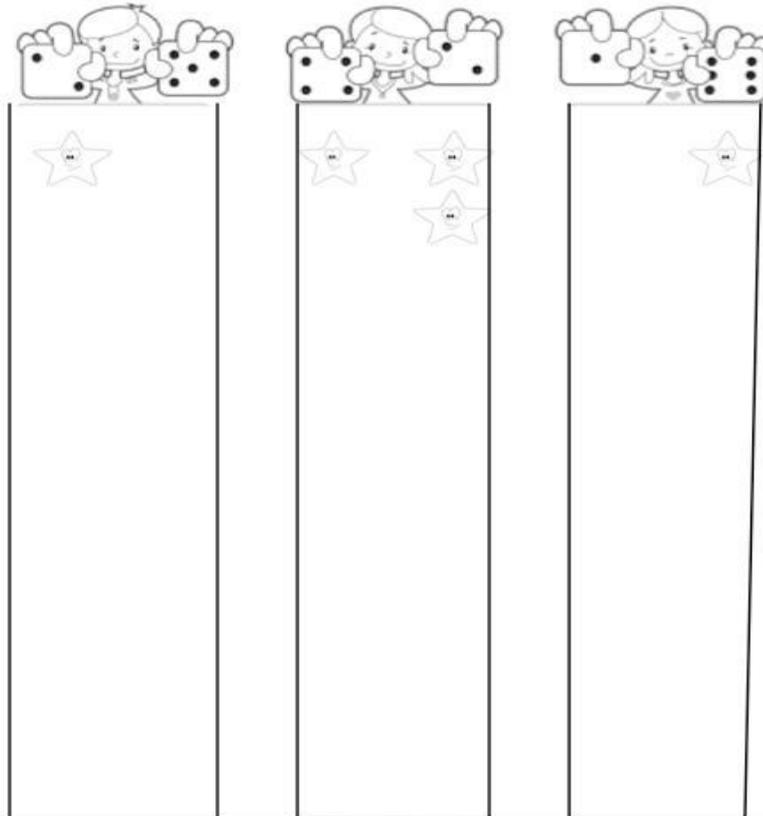
Anexo 2. Actividades imprimibles utilizadas en la unidad didáctica.





CONTANDO ESTRELLAS

1. Dibuja las estrellas que faltan para que cada niño tenga la misma cantidad que marcan los dados
2. une los niños que tienen la misma cantidad de estrellas



VEO VEO ¿CUANTAS COSAS VES?

ESTRELLAS

PLANETAS

LUNA

MARCIANOS

10 21 14 40

52 11 29 16

Cuenta cuántas estrellas hay de cada color. Y escribe las cantidades sobre las rayas.

La centena esta entre el 2 y el 4

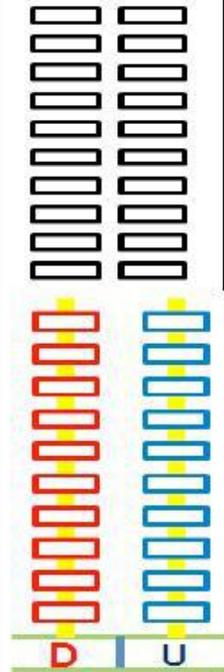
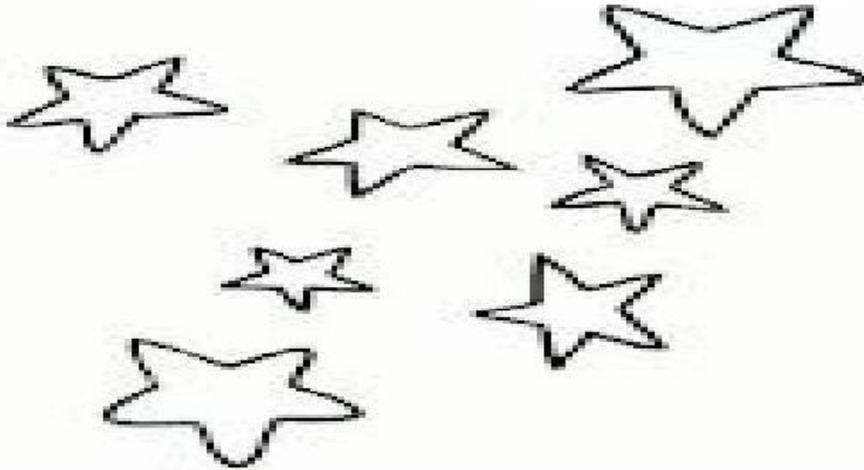
La decena es un número par mayor que 4 y menor que 8

las unidades son el número de los días de la semana



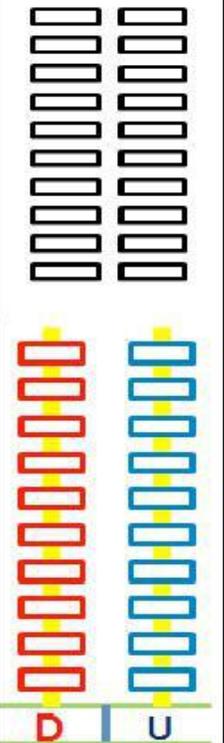
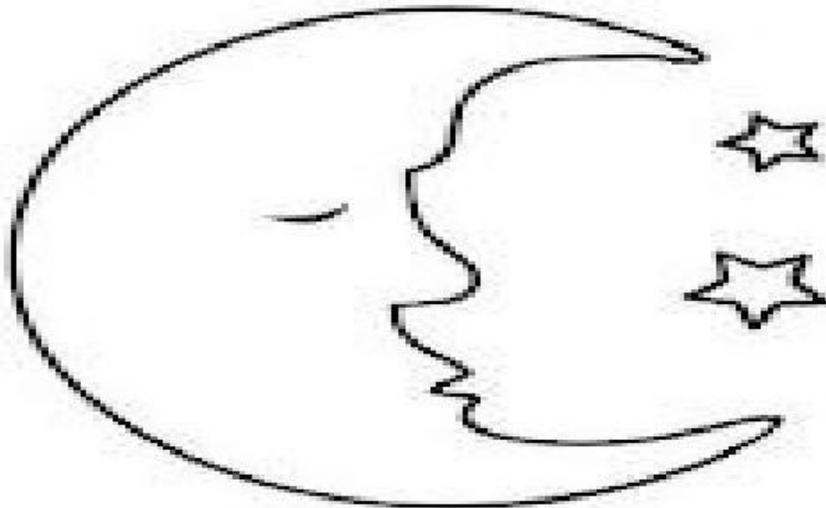
Centenas	Decenas	Unidades

Está anocheciendo y comienzan a aparecer las estrellas. Se ven ya 7 estrellas y están por aparecer 8 estrellas más. Cuántas estrellas van a haber en el cielo?



Van a haber en el cielo : estrellas

Junto a la luna se ven 2 estrellas, detrás de la luna hay escondidas 10 estrellas. ¿Cuántas son las estrellas en total?



En total son estrellas

