

por la
Bogotá que
nos

SED 085

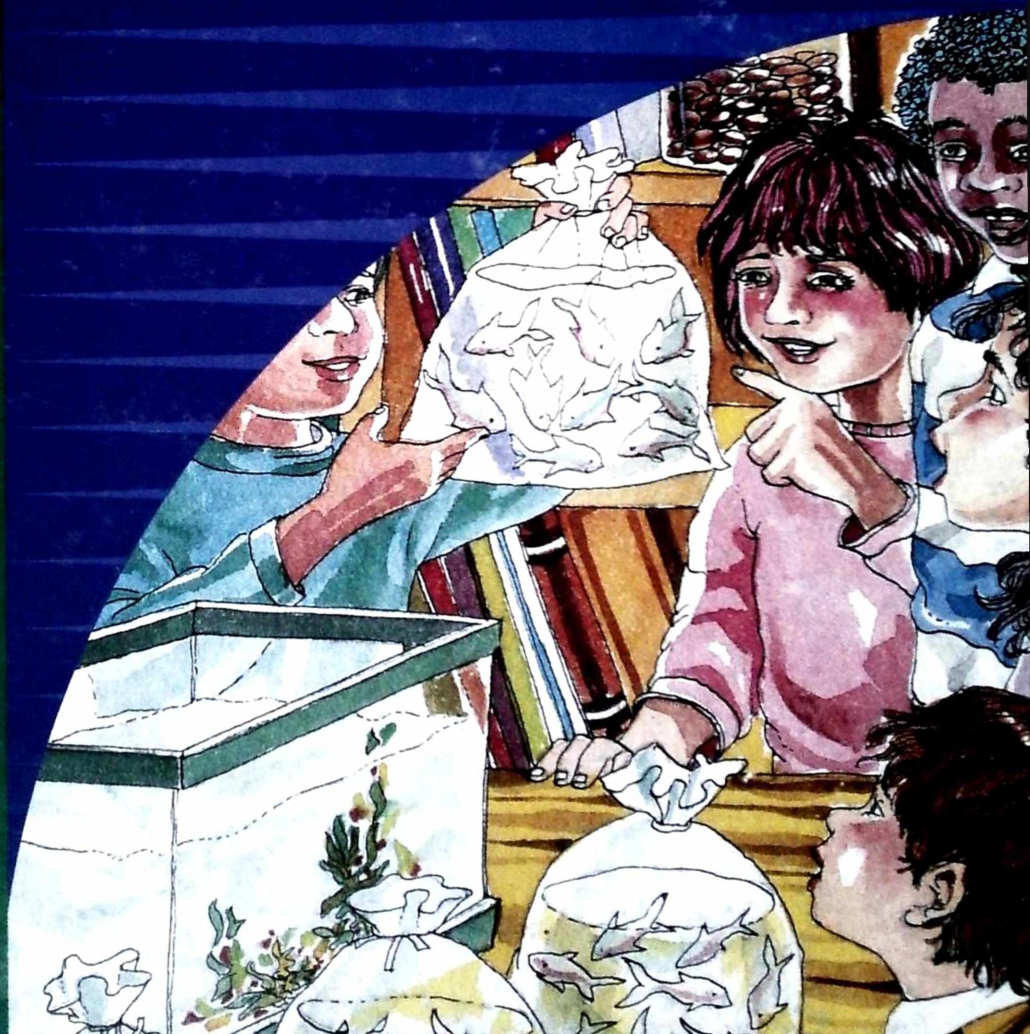
SERIE GUÍAS

MANEJO DE CÓDIGOS MATEMÁTICOS



ALCALDIA MAYOR
SANTA FE DE BOGOTA D.C.

Secretaria
EDUCACION



MANEJO DE CÓDIGOS MATEMÁTICOS

PROYECTO EVALUACIÓN COMPETENCIAS BÁSICAS

Material de apoyo al trabajo de los docentes

ÁREA DE MATEMÁTICAS



ALCALDIA MAYOR
SANTA FE DE BOGOTÁ D.C.

Secretaría

EDUCACION

Noviembre de 1999

ENRIQUE PEÑALOSA LONDOÑO
Alcalde Mayor de Santa Fe de Bogotá

CECILIA MARÍA VÉLEZ WHITE
Secretaria de Educación Distrital

NOHEMY ARIAS OTERO
Subsecretaria Administrativa

JESÚS MEJÍA PERALTA
Subsecretario Académico

SYLVIA ESCOVAR GÓMEZ
Subsecretaria de Planeación y Finanzas

JUANA INÉS DÍAZ TAFUR
Directora de Fomento a la Calidad de la Educación

Textos de Lenguaje: Rosa Julia Guzmán Rodríguez

Textos de Matemáticas: Marina Ortiz Legarda

Integrante de la Asociación Anillo de Matemáticas

Edición: Marta Osorno Reyes

Coordinación Editorial:

Corporación para el Desarrollo de la Educación Básica

CORPOEDUCACIÓN

Diseño y Armada electrónica: Patricia Montaña Domínguez

Ilustración cubierta: Elías Taffur Miranda

Ilustración: Patricia Montaña Domínguez

© Secretaría de Educación Distrital

Primera edición 10.000 ejemplares

Santa Fe de Bogotá, noviembre de 1999

Todos los derechos reservados.
Su producción total o parcial debe ser autorizada por
la Secretaría de Educación Distrital.
Distribución gratuita

PRESENTACIÓN

TABLA DE CONTENIDO

	Presentación	5
	Reflexión	7
	Aporte conceptual	11
	Propuesta didáctica	15
	Pensando con otros	30
	Para saber más	31

PRESENTACIÓN

La Secretaría de Educación Distrital, en su plan sectorial para el período 1998 - 2001, se propone mejorar los resultados de la acción educativa, definidos en términos de las competencias y valores que se espera desarrollen todos los estudiantes durante su paso por las instituciones educativas.

Como parte de este propósito, realizó una evaluación censal de competencias básicas en Lenguaje y Matemáticas, aplicada a los estudiantes de tercero y quinto grados de educación básica del Distrito Capital, en el segundo semestre de 1998. La Universidad Nacional de Colombia tuvo a cargo la orientación académica de este proceso.

Los resultados de esta evaluación permitieron identificar algunos aspectos que requieren un mayor trabajo en las escuelas, tanto en el área de Lenguaje como en el área de Matemáticas.

El material que se presenta en esta colección de módulos aporta elementos de las dos áreas mencionadas, y tiene como propósito apoyar el trabajo de los docentes, con el ánimo de contribuir así en el mejoramiento de la educación.

Este material está constituido por cinco módulos para el área de Lenguaje y cinco para el área de Matemáticas, que trabajan los siguientes aspectos:

- Una reflexión general sobre la temática que aborda el módulo.
- Unos aportes conceptuales que ayudan al maestro a una mejor comprensión de la situación y le dan la posibilidad de generar actividades propias en su aula.
- Unas sugerencias para trabajar con sus alumnos, que incluyen tanto la exposición de ideas, como la presentación de actividades concretas que pueden ser utilizadas directamente por los profesores con sus alumnos.
- Unas reflexiones, presentadas en forma de taller para los docentes, con el propósito de que sean compartidas en grupo, enriquezcan la discusión sobre cada tópico y generen la búsqueda de alternativas realizables en cada escuela.
- Unas sugerencias bibliográficas, para apoyar el estudio de los docentes sobre cada tema.

Las secciones presentadas en cada módulo se complementan mutuamente, y tienen la intención de aportar elementos en la construcción del discurso pedagógico necesario para sustentar las prácticas educativas particulares de cada institución escolar. Se trata además, de propuestas didácticas que pueden ser implementadas con los recursos que las instituciones educativas oficiales poseen, por lo que es de esperarse que su aplicación y seguimiento se den en la perspectiva de mejorar los resultados que nuestros estudiantes están presentando en el momento.

Los temas desarrollados en cada uno de los módulos son los siguientes:

Lenguaje

1. Producción de textos
2. Comprensión de lectura
3. La escritura y la escuela
4. La lectura y la escuela
5. La comunicación

Matemáticas

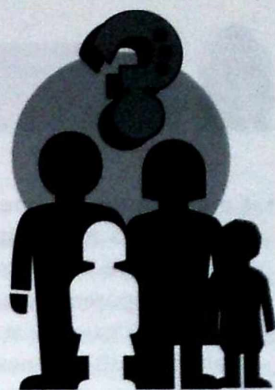
1. Manejo de códigos matemáticos
2. Sistemas de numeración con valor posicional
3. Solución de problemas con estructuras aditiva y multiplicativa
4. Solución de problemas que requieren inferencias lógicas
5. Desarrollo del pensamiento espacial y geométrico

Otro propósito de los módulos es el de someter a la consideración de los docentes una(s) forma(s) de orientar la actividad didáctica, que han dado resultados exitosos en procesos investigativos, con el fin de proporcionar otros referentes, otros puntos de vista, que enriquezcan la discusión y amplíen los horizontes de comprensión de la complejidad del acto pedagógico, pero que también contribuyan a lograr resultados de mayor calidad en las áreas de Lenguaje y de Matemáticas.

El logro del anterior propósito podrá establecerse en la medida en que ocurran, como resultado de la distribución del material, las siguientes situaciones:

- El material sea recibido efectivamente en las instituciones educativas.
- Su contenido sea objeto de lectura y análisis cuidadoso por parte de los docentes y demás integrantes de la comunidad educativa interesados en su contenido y funcionalidad.
- Los docentes decidan experimentar en las aulas, como parte del Proyecto Educativo Institucional, las propuestas didácticas contenidas en los distintos módulos.
- El proceso de experimentación esté acompañado permanentemente por el intercambio de las experiencias particulares, en reuniones de área o en consejos de maestros.
- Los grupos de docentes compartan su experiencia con colegas de otras instituciones.
- Se comience el diseño de categorías de análisis que permitan establecer si los nuevos resultados son o no de mejor calidad que los anteriores.
- Se comunique a la Secretaría de Educación algunos de los resultados obtenidos con los estudiantes, tanto en lo afectivo como en lo cognitivo.

REFLEXIÓN



¿De qué se trata enseñar y aprender Matemáticas? Esta pregunta podría tener innumerables respuestas. Casi tantas como maestros de esta área se enfrentan día a día a la tarea de ayudar a sus alumnos, ya sean de primaria o secundaria, a asimilar y comprender los sistemas formales en que está organizada la ciencia matemática.

Al retomar las ideas planteadas por el profesor Luis Moreno, podría decirse que las diversas respuestas a la pregunta planteada tienen componentes que se pueden ubicar en una de dos grandes corrientes:

- Una, según la cual las matemáticas ya están hechas y terminadas; por lo tanto, son externas al sujeto que aprende y como tales deben ser enseñadas por el maestro, sin esperar recontextualizaciones o nuevos aportes de parte de sus estudiantes. Estos deben hacer suyo el discurso del maestro, obteniendo con ello una buena evaluación. Esta corriente se conoce como la **concepción formalista**, y asume las matemáticas como un **objeto de enseñanza**.
- Otra corriente plantea que las matemáticas son una actividad; que es posible apropiarse del conocimiento matemático a partir de la acción sobre objetos y situaciones, lo cual

permite encontrar nuevos significados al objeto de aprendizaje y asociar a él operaciones nuevas. Se conoce como la **concepción constructivista**, en la que se asumen las matemáticas como un **objeto de aprendizaje**; el maestro acompaña y anima el proceso y va atendiendo las dificultades, los aportes, los avances y retrocesos de sus estudiantes. (Moreno, *Constructivismo y educación matemática*, pág. 8 a 10)

Las ideas que sobre las matemáticas se manejan al interior del aula de clase fluctúan entre las dos concepciones descritas, poseen elementos de ambas, aunque en muchos casos es posible percibir un marcado énfasis hacia una de ellas.

El desarrollo del presente módulo y de los siguientes tiene como propósito aportar elementos para la comprensión del impacto de cada una de estas concepciones y de la validez que cada una de ellas pueda tener en relación con el contenido matemático que se esté considerando.

Algunos de los aspectos que han formado parte de la discusión en torno a la calidad del conocimiento matemático que circula en nuestras instituciones educativas, y acerca de los cuales se dan también puntos de vista muy diversos, son los siguientes:



- **Concepciones que poseen los profesores acerca de la matemática.** Unas corrientes afirman que cada profesor o grupo de profesores posee una concepción particular acerca de la naturaleza de esta ciencia. Pero también están quienes afirman que no es posible tener una concepción particular del conocimiento matemático, por cuanto la única válida es la que está implícita en las teorías de los científicos que las idearon.
- **Relación entre las concepciones de los profesores acerca de la matemática y las propuestas didácticas que desarrollan.** En la misma vía del punto anterior, las posiciones se dan desde quienes dicen que tal relación es innegable, es decir, que cada profesor o grupo diseña y ejecuta una forma de trabajar con sus estudiantes acorde con su concepción de esta ciencia, hasta quienes afirman que tal relación sólo es posible a partir de la única concepción de conocimiento matemático que puede existir, que es la que aportaron sus autores.
- **Similitud o diferencia entre conocimiento matemático científico y conocimiento matemático escolar.** Una corriente: el conocimiento matemático es **uno** solo y como tal debe ser enseñado en la escuela. Otra corriente: el conocimiento matemático que se trabaja en la escuela está sometido a adecuaciones o transformaciones relacionadas con las condiciones culturales de la institución y del grupo de estudiantes.
- **Posibilidad de construir todos los contenidos de la matemática.** Desde una postura, esta premisa es verdadera, es decir, cualquier contenido puede ser atendido desde el constructivismo; otra está de acuerdo con que solamente algunos contenidos se construyen ya que otros se transmiten como

parte de la herencia cultural; pero también existe la postura desde la cual todo el conocimiento matemático se transmite.

- **Importancia de los contenidos de la matemática.** En este aspecto, los puntos de vista también son diversos en relación con **cuáles** son los conocimientos útiles o importantes. De igual manera, existen diferentes corrientes acerca de si lo fundamental son los contenidos o si lo que importa es desarrollar pensamiento matemático, con los contenidos como **medio** para lograr ese propósito.

Cada uno de los aspectos anteriores se sugieren con el propósito de que puedan ser tomados como tema de reflexión y estudio en las instituciones educativas. Sería muy interesante y enriquecedor que los grupos de docentes fueran haciendo conscientes y explícitas sus creencias, posturas, o puntos de vista acerca de los temas de discusión aquí planteados.

Para contribuir con dicho propósito, al final del presente módulo se incluye una bibliografía que puede apoyar este proceso de estudio.

EL APOORTE DE LAS MATEMÁTICAS AL DESARROLLO INTEGRAL DE LOS ESTUDIANTES

La discusión acerca de lo que constituye el **desarrollo integral** de los estudiantes es amplia y diversa; la postura que se plantea para el presente trabajo tiene componentes de la teoría de la escuela de Ginebra (Piaget y sus seguidores) y de la escuela soviética (Vygotsky y demás exponentes de la psicología soviética), enriquecida con elementos teóricos de Habermas y Foucault, entre otros. Se intentará un resumen



de dicha postura, en el presente módulo, en la perspectiva de ampliarla y enriquecerla a medida que se avance en el desarrollo de la propuesta de trabajo.

DIMENSIONES DEL DESARROLLO DE NIÑOS Y JÓVENES

Para efectos de la presente propuesta se asume el desarrollo de niños y jóvenes en dos grandes dimensiones:

- El desarrollo intelectual.
- El desarrollo motivacional.
- El **desarrollo intelectual** está referido a categorías de orden cognitivo y psicológico como las siguientes:

- *Desarrollo de procesos de pensamiento*, entendiendo la capacidad de *pensar* como la disposición permanente hacia la comprensión e interpretación de la realidad circundante (física y cultural), empleando para ello las estructuras cognitivas y conceptuales que se posean. Las matemáticas contribuyen al desarrollo de pensamiento en los ámbitos **espacial** (geométrico y métrico), **lógico** (inventar, conjeturar, ensayar...), **numérico** (estructura aditiva, multiplicativa,...), **probabilístico** (lectura e interpretación de gráficas,...).

Desde esta perspectiva el desarrollo de pensamiento matemático se propone formar en los estudiantes la capacidad para entender el mundo identificando las relaciones de tipo matemático en que está organizado.

- *Relación entre lenguaje natural y lenguaje formal*, en estrecha relación con la categoría anterior, por cuanto se refiere a

la capacidad de avanzar en la **transformación semántica** de términos que están inicialmente en el lenguaje natural, y paulatinamente van adquiriendo rasgos y propiedades del lenguaje formal de las matemáticas. Este proceso, que debe ser cumplido de igual manera en todas las áreas del conocimiento, adquiere, en relación con el conocimiento matemático, una connotación especial: los procesos que se cumplen en primera instancia, estrechamente relacionados con la percepción directa de eventos y situaciones, se van subordinando paulatinamente al esquema mental, gracias al lenguaje, y van permitiendo recodificaciones cada vez más elaboradas del campo perceptivo. Es decir, poco a poco se van cualificando, se van afinando los **procesos de pensamiento**.

- *Formación de una actitud científica*, como actitud contraria a la aceptación incondicional de principios y conceptos. Se trata de formar a los niños en la capacidad de mantener una distancia crítica, una actitud de pregunta ante los hechos, cosas o personas con las que se relaciona; y, de esta manera, entender que los resultados de las ciencias son provisionales, ya que se van superando a medida que el hombre avanza en la recreación y comprensión del mundo.

- El **desarrollo motivacional** se refiere, en la presente propuesta, a categorías de orden ético y afectivo como:

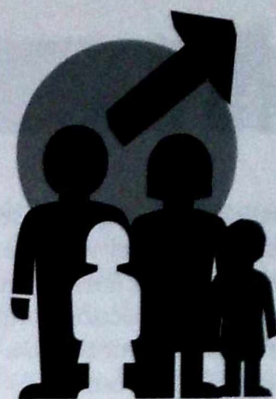
- *Desarrollo de la autonomía*, mediante el ejercicio permanente de la toma de decisiones en la búsqueda del conocimiento y de la elaboración de argumentos para sustentar y defender sus puntos de vista.



REFLEXIÓN

- **Formación de valores propicios para la convivencia**, a partir de la práctica permanente de las actitudes necesarias para construir acuerdos y para trabajar como equipo. Asimismo, se trata de vivenciar cotidianamente el respeto y consideración de los puntos de vista de los demás integrantes del grupo y de disponerse para la elaboración de consensos o la aceptación tolerante del disenso.
- **Avance en el desarrollo estético**, mediante la búsqueda constante de manifestaciones de orden, armonía, coherencia y belleza, tanto en las relaciones con las demás personas, como en las relaciones con el conocimiento y con los materiales de trabajo.
- **Desarrollo de la actividad de estudio**, por cuanto las propuestas didácticas tienen fundamentalmente el propósito de entusiasmar a los alumnos en el proceso cognitivo, animarlos a emprender nuevas búsquedas fijándose ellos mismos sus propias tareas, formarlos en la necesidad de ser responsables de su personal crecimiento intelectual y ético; lograr, en fin, que el hecho de estudiar se convierta para nuestros estudiantes en algo **necesario y vital**.

APORTE CONCEPTUAL



ADQUISICIÓN DE LOS CÓDIGOS DE LAS MATEMÁTICAS

Con el nombre “adquisición de los códigos” se identificó el primer nivel de competencia considerado en la evaluación censal de competencias básicas en Matemáticas, aplicada a los estudiantes de tercero y quinto grados de educación básica del Distrito Capital en el segundo semestre de 1998. La prueba consideró, en ese nivel de competencia, dos tipos de desempeño:

- Leer y operar con números naturales o decimales.
- Leer información de un diagrama de barras.

Por otra parte, en el nivel de competencia 2, “uso de los códigos”, uno de los desempeños evaluados fue:

- Traducir relaciones numéricas, escritas o representadas con letras, números, columnas o barras, de unas a otras.

Los tres desempeños mencionados tienen elementos relacionados con la **génesis** de la estructura de los sistemas de numeración. La anterior afirmación quedó manifiesta, por ejemplo, en el ítem propuesto para 3° grado en el que se esperaba que los niños establecieran, a partir de la información dada, el valor de los signos propuestos, a saber:

* = 100

■ = 10

▲ = 1

El porcentaje de acierto en 3° grado fue de 72,33% en promedio, y bajó a 52,12 % en 5° grado.

Los resultados obtenidos podrían sustentarse en algunas explicaciones que, por el momento, son solamente hipótesis:

- Los alumnos de quinto grado están ya “metidos de lleno” en el manejo puramente simbólico-formal de los contenidos de las matemáticas.
- El desarrollo de la atención mediante el cumplimiento de actividades creativas e interesantes se abandona paulatinamente a medida que los alumnos avanzan en su educación básica.

Cualquiera que sea la razón de esta situación, es innegable la necesidad de mirar otras opciones, de discutir la conveniencia de otras posibilidades. Ese es uno de los propósitos de la presente publicación.

¿QUÉ SON LOS CÓDIGOS DE LAS MATEMÁTICAS?

En la concepción de códigos de las matemáticas existen diversas posturas epistemológicas y disciplinares que dependen, asimismo, de la concepción de ciencia matemática que se posea. Optemos por una de esas posturas:

Las matemáticas son el resultado de un **proceso de abstracción** de las múltiples relaciones y



APORTE CONCEPTUAL

regularidades, que los seres humanos han reconocido en el universo físico a partir de su observación e interacción con él. Y son un proceso de abstracción porque no se refieren a situaciones particulares, a casos específicos. El ejemplo más sencillo es el que tiene que ver con el concepto de número natural. "5" no se refiere particularmente a cinco palomas o a cinco hombres o a cinco sillas, sino que tiene, como concepto, una existencia garantizada en el ámbito de la abstracción absoluta.

En el proceso de abstracción mencionado los seres humanos fueron ideando unas formas, unas técnicas para plasmar los resultados de esa labor de creación: fueron proponiendo unos **códigos**.

Pero en esos códigos había que incluir no sólo los símbolos que, como entidades independientes, representaban situaciones determinadas; sino también era necesario darle forma a las relaciones entre dichas situaciones, a las operaciones que aparecían paulatinamente, a los procesos de solución de problemas y a la demostración de teoremas.

De esta manera, además de los símbolos numéricos y de las figuras o formas en las que se atrapaban los conceptos geométricos, fueron apareciendo los símbolos de operaciones, relaciones, agrupaciones, etc.

Para los docentes de matemáticas, principalmente para los de los primeros grados, constituye un motivo de preocupación la forma como pueden diseñar el proceso de aula para que sus alumnos conozcan o adquieran los códigos de las matemáticas.

En el aspecto de adquisición de códigos se han desarrollado numerosas investigaciones y existen muchas propuestas acerca de la forma de lograr el acceso a los códigos de las matemáticas.

Una variable que pesa mucho es el componente cultural del proceso de adquisición, pues cuando los niños llegan a la escuela ya conocen y han introducido en su lenguaje, entre otras, palabras numéricas, nombres de las figuras geométricas, y relaciones de igualdad y de orden.

Un niño de cinco años, por ejemplo, emplea con naturalidad expresiones como *"yo tengo más carritos que mi hermano"* (relación de orden); *"tenemos los mismos cuadernos"* (relación de equivalencia); *"mi casa tiene tres cuartos"* o *"un carro tiene cuatro ruedas"* (expresiones numéricas).

El componente cultural puede ser favorable o contrario al trabajo que se haga en la matemática escolar, pues los saberes previos pueden constituirse en punto de apoyo para la propuesta didáctica presentada por el docente, o en una dificultad que deben enfrentar maestro y alumno, cuando la labor del aula se orienta hacia el aprendizaje mecánico y repetitivo de símbolos, ya que el nuevo saber que entrega la escuela no encuentra lugar en los esquemas cognitivos que el niño ha construido en su interacción con el medio circundante.

Un resultado de procesos investigativos que hace importantes aportes en el aspecto de adquisición de códigos (aprendizaje de los símbolos numéricos), es el que presenta Martin Hughes en su libro *"Los niños y los números"*. El autor habla de cuatro grandes categorías de respuestas cuando se les solicita a los niños representar en un papel una serie de objetos.

- Respuestas **idiosincrásicas**, en las que no se puede encontrar relación con la cantidad de objetos. Los niños más pequeños pueden simplemente cubrir el papel de garabatos o dibujar objetos irrelevantes en los que no se encuentra relación alguna con los objetos representados.



- Respuestas **pictográficas**, cuando los niños intentan representar algo parecido al objeto que tienen frente a ellos y dejan constancia de la cantidad existente de objetos.
- Respuestas **icónicas**, basadas ya en una correspondencia estricta con los objetos representados y los niños utilizan un sistema mediante el cual cada símbolo representa un objeto distinto. Por ejemplo, se emplean cuadritos, palitos, círculos o cualquier otro ícono para representar los objetos.
- Respuestas **simbólicas**, en las que se emplean los símbolos convencionales o las palabras numéricas correspondientes; este tipo de respuesta es dada por los niños pequeños que, por su experiencia cultural, ya han tenido acceso a los símbolos o grafía. (Hughes, Martín, "Los niños y los números", páginas 78 a 83).

En la matemática escolar si los niños son ubicados de entrada en el nivel simbólico, aparece una serie de desviaciones conceptuales relacionadas con la desarticulación entre el símbolo y su significado, lo que se revela en el uso de los códigos no acorde con las reglas de formación de los sistemas de la matemática.

OTROS ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LOS CÓDIGOS DE LAS MATEMÁTICAS

Algunos autores consideran que otro tipo de categorías conceptuales, como **orden y jerarquía**, son elementos constitutivos de los Códigos de las Matemáticas.

- El **orden**, como disposición o arreglo es, según Aristóteles, una de las formas o clases de la medida. Desde un punto de vista más

formal, el orden se define como la disposición de un conjunto de entidades. Como ejemplos de ordenación de conjuntos de entidades se pueden citar: el orden de los números naturales, el orden de los puntos en una línea, el orden de las fracciones, etc. En Geometría, el orden está relacionado con las series de pasos que se siguen en una demostración, a saber: definiciones, axiomas, teoremas, corolarios. La expresión **orden geométrico** fue propuesta por el filósofo Spinoza y ha sido asociada por otros autores a la expresión **orden axiomático**.

- La **jerarquía**, como categoría filosófica, tuvo inicialmente un sentido teológico ya que estaba referido a un orden sagrado, a una actividad lo más adecuada posible a una unión con Dios. En relación con las matemáticas el término **jerarquía** se encuentra ligado con la lógica cuando se habla de subgéneros, géneros, subespacios, espacios, como elementos que constituyen la **jerarquía lógica**.

En general, la "teoría de las jerarquías" se presenta en tres áreas de la Matemática y de la lógica: en el análisis, en las funciones y en la lógica pura. En todas ellas el término da cuenta de una situación que da origen a las **paradojas** lógicas y semánticas, las cuales solamente pueden ser resueltas cuando se cambian los niveles de lenguaje (**jerarquía**) empleados.

Según lo anterior, forman parte de los códigos de las matemáticas:

- Los símbolos numéricos.
- Las figuras geométricas.
- Las reglas de formación de cantidades.
- Las relaciones, las operaciones y los símbolos que las representan.
- Las definiciones.



APORTE CONCEPTUAL

- Los axiomas.
- Los teoremas.
- Las reglas de demostración.
- Los corolarios.
- Los postulados
- Las paradojas,...

Por otra parte, la ciencia matemática puede ser considerada como un sistema conceptual, en tanto da cuenta de cuatro aspectos básicos en su estructura: Sintaxis, semántica, pragmática y formas de argumentación.

Sintaxis

Conformada por las diferentes **expresiones** de la matemática, pero que, según sea el nivel de desarrollo conceptual del usuario, pueden manifestarse en lenguaje natural, gráfico, figurativo, icónico o artificial-simbólico. Por ejemplo, el número natural 3 puede aparecer como:

Expresión figurativa	
Expresión icónica	
Empleo de un símbolo no convencional	
Expresión que incluye palabras numéricas	Tres libros
Expresión que incluye el símbolo convencional	3 libros
Expresión simbólica	3

Semántica

Constituida por el **sentido** de la expresión dada, es decir, la semántica constituye la referencia de la expresión matemática en cuestión. En el caso del ejemplo del número 3, el significado puede ser el de número natural, entero, racional o real. Pero además puede remitir al resultado de una adición, de una división, o puede pensarse como un logaritmo o como un límite.

Pragmática

Referida al **uso** que se le da a las expresiones matemáticas a partir del sentido que adquieran en el contexto de que se trate.

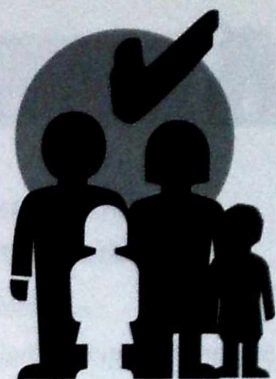
Formas de argumentación

Entendidas como los modos de empleo de los diferentes recursos sintácticos en la justificación o crítica de procedimientos, ejecutorias, formas de demostración, etc., así como la capacidad para proponer sistemas conceptuales nuevos.

Un **planteamiento** que está en la base de la propuesta didáctica que será desarrollada en el presente módulo es el siguiente:

La **adquisición** de los códigos de las matemáticas es posible en una dinámica de **uso** de dichos códigos. Es decir, la propuesta didáctica recrea el empleo de los códigos (específicamente en el caso de los sistemas de numeración), creando para ello un contexto legítimo, y como resultado de esa actividad, se da una apropiación racional y consciente del significado y sentido de dichos códigos, al tiempo que se estructuran las formas de argumentación en cada nivel de complejidad que se vaya alcanzando.

PROPUESTA DIDÁCTICA



HISTORIA DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

La presente estrategia didáctica pretende atender los siguientes aspectos del desarrollo de los estudiantes:

- a. Comprensión de la naturaleza transitoria y cambiante de los códigos de las ciencias, en este caso, de la ciencia matemática.
- b. Aprehensión de los elementos iniciales para la comprensión de los conceptos de base y valor posicional, fundamentales en la estructuración del sistema decimal de numeración.
- c. Ejercicio de la autonomía, por cuanto debe hacer el intento de descubrir la lógica de cada uno de los sistemas de numeración propuestos, con sus propios recursos cognitivos y afectivos.
- d. Avance en el desarrollo de su capacidad para llegar a acuerdos con sus compañeros, argumentando sus puntos de vista y escuchando y teniendo en cuenta los argumentos de los demás integrantes del grupo.

La propuesta consta de fichas para los docentes, con sugerencias metodológicas para cada

uno de los sistemas de numeración presentados y fichas de trabajo diseñadas de manera que se puedan fotocopiar para realizar el trabajo con los alumnos. Para obtener mejores resultados, se sugiere su aplicación a partir de 3º grado, con los niveles de abstracción que decidan el grupo de estudiantes y su profesor. Eventualmente, algunas de las fichas que conforman la propuesta pueden ser trabajadas con niños de menor edad, si se considera que están acordes con su grado de desarrollo.

Una buena alternativa para desarrollar la propuesta consiste en entregar, por parejas de estudiantes, una fotocopia del material; con el propósito de que lo copien en su cuaderno y, a medida que hagan este ejercicio, vayan descubriendo cuál es la esencia del sistema; es decir, para que cada pareja encuentre por sí sola elementos como los siguientes:

- Cantidad de símbolos diferentes.
- Valor de cada símbolo.
- Reglas de numeración.
- Existencia de valor posicional o no, etc.

Es necesario que, en lo posible, el grupo llegue a un acuerdo acerca de los tópicos anteriores. Dicho acuerdo debe lograrse a partir de la puesta en común, moderada por el maestro o por alguno de los estudiantes.



PROPUESTA DIDÁCTICA

FICHA DE CONTENIDO 1 SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIA

Sugerencias metodológicas:

En la clase anterior solicite a sus alumnos asegurarse de traer lápiz, colores, borrador, regla y, por supuesto, el cuaderno de matemáticas. El día en que desarrolle esta primera actividad, las sugerencias son en el siguiente sentido:

1. Presente o describa la actividad a sus estudiantes invitándolos a que la desarrollen con entusiasmo y enfatizando en lo fundamental: ellos deben descubrir e interpretar cómo funciona el sistema de numeración que está allí presentado.
2. Entregue una fotocopia del material (ficha 1, numeración egipcia) a cada pareja de estudiantes.
3. Invítelos a que copien de manera textual la ficha en su cuaderno, que imiten de la mejor manera los símbolos que allí aparecen, y que a medida que copien vayan tratando de entender cómo funciona ese sistema de numeración. (La idea de transcribir la ficha tiene ese fundamento: concentrar la atención de los niños en cada símbolo, en cada detalle, así resulta fácil que se ubiquen en la perspectiva de descubrir las reglas de funcionamiento del sistema).
4. Organice la socialización del trabajo realizado en parejas y promueva los acuerdos. Los acuerdos pueden lograrse a partir de preguntas como: ¿Cuántos símbolos distintos emplearon los egipcios? ¿Cuál era el valor de cada uno de esos símbolos? ¿El valor de cada símbolo cambia de acuerdo con la posición que ocupa dentro de la cantidad?, etc.

Respecto del Sistema de numeración egipcia, los elementos fundamentales son los siguientes:

- Empleaban cinco (5) símbolos diferentes (o, por lo menos, esos son los que aparecen en la ficha).
- Los valores de esos símbolos, expresados en nuestro sistema, son:

$ = 1$	$\cap = 10$	$\varphi = 100$
$\text{☎} = 1.000$	$> = 10.000$	

- El valor de los símbolos no depende del sitio donde esté colocado cada uno: los símbolos siempre valen lo mismo.
- Es posible proponer o inventarse símbolos para 100.000, 1'000.000, 10'000.000, etc. y continuar escribiendo, en el sistema egipcio, cantidades más grandes.

La ficha 2, ejercicios de numeración egipcia, se trabaja de manera similar a la ficha 1, pero su propósito apunta no a descubrir símbolos y reglas de numeración, sino de avanzar en la comprensión del sistema.

FICHA DE CONTENIDO 2 SISTEMA DE NUMERACIÓN CHINO-JAPONESA

Sugerencias metodológicas:

El trabajo con el sistema de numeración chino-japonesa se realiza de manera análoga al sistema de numeración egipcio y demás sistemas que componen la propuesta.

Sin embargo, es pertinente hacer aquí algunas preguntas y observaciones para la auto-reflexión (personal y grupal):



1. ¿Cómo resultó, en general, la primera actividad?
2. ¿Cómo la evaluaría usted en relación con los propósitos aquí esbozados o con los que se fijó usted mismo?
3. ¿Hubo entusiasmo, participación y muestras de creatividad en los niños?
4. ¿Se puso de manifiesto la alegría del descubrimiento?

Conviene recordar que lo mejor es proponer la actividad en el aula después de haberla estudiado a fondo, de haberla validado o ensayado, si se quiere, inclusive con los mismos compañeros docentes.

Respecto de la numeración chino-japonesa los elementos fundamentales son:

- Los símbolos y sus valores vienen dados por la ficha.
- Es un sistema de numeración aditivo-multiplicativo, pues los valores de los símbolos se van multiplicando y sumando sucesivamente.
- Sí existe el valor posicional.

La ficha número 4 tiene el propósito de reafirmar las reglas de numeración que se descubran con el trabajo de la ficha 3.

La propuesta del sistema de numeración chino-japonesa para los alumnos se presenta en las fichas 3 y 4.

FICHA DE CONTENIDO 5 SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA

Sugerencias metodológicas:

El enfoque de trabajo que se maneja en la ficha 5 es diferente al de las anteriores; en esta oportunidad se trata de completar la numeración entre 1 y 20, llenando las celdillas que aparecen vacías; esto es lo único especial que se hace notar a los alumnos, a partir de lo cual se espera que puedan avanzar por sí solos.

Experiencias realizadas con varios grupos de estudiantes muestran que si bien al comienzo se observa un poco de confusión o de desconcierto, después el **sistema de numeración maya** se convierte para los estudiantes de 4º, 5º y 6º grados en el más llamativo, ya que ofrece, desde el punto de vista didáctico, inmensas posibilidades para el ejercicio del pensamiento numérico.

Una observación desde el punto de vista histórico: la ficha asume 20 como la base del sistema de numeración maya, por lo menos hasta el cuarto orden de unidades (cuarto nivel); sin embargo, las investigaciones han mostrado que los mayas emplearon la base 20 sólo hasta el segundo nivel y que a partir de ahí emplearon la base 18. Si se considera necesario, se hace esta reflexión con los alumnos, aclarando que, para efectos didácticos, se va a suponer que los mayas mantuvieron el número 20 como la base de su numeración. Otra opción es, por supuesto, adecuar la información de la ficha a las dos bases o dejarla como ejercicio para los alumnos, después de que hayan asimilado el funcionamiento de la base propuesta, que es solamente la base 20.

Los elementos constitutivos de la numeración maya son:



PROPUESTA DIDÁCTICA

a. Empleaban solamente dos símbolos:

• y —
(en algunos casos, la raya aparecía en forma vertical)

b. Los valores que toman los símbolos utilizados para cada nivel son:

Valores en el primer nivel:

• = 1 — = 5

Valores en el segundo nivel:

• = 20 — = 100

Valores en el tercer nivel:

• = 400 — = 2000

Valores en el cuarto nivel:

• = 8000 — = 40000

c. Sí existe un símbolo para el cero.

d. Los símbolos sí tienen un valor que depende de su posición dentro de la cantidad (en este caso, del nivel en que esté ubicado).

e. La base de numeración es 20.

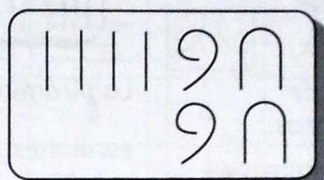
En la ficha 6 se proponen algunas actividades de conversión de números del sistema decimal a la numeración maya, lo cual requiere de su descomposición como se muestra en el ejemplo. La complejidad de los ejercicios que se propongan puede aumentarse de acuerdo con el avance e interés de los alumnos.

A partir de la ficha 7 se presentan otras propuestas de sistemas de numeración, algunas conocidas por los niños. Cada una de estas fichas brinda la oportunidad de reflexión y la posibilidad de descubrir los elementos constitutivos del sistema de numeración que presentan.

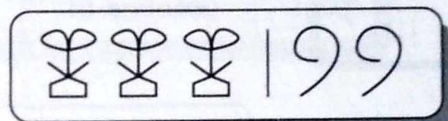
Numeración Egipcia

- En Egipto, los faraones construían templos en honor a sus dioses. En los muros de los templos representaban con pinturas escenas de la vida diaria y episodios históricos. A continuación se muestran algunos de esos dibujos. El primero indica el número de muertos en una batalla.

Murieron 224 hombres



- El segundo señala el número de prisioneros capturados en la misma batalla. Fueron capturados 3201 personas.



- En el tercero están representados el número de caballos, de bueyes y de ovejas capturados en la batalla:

Caballos: 735
Bueyes: 2602
Ovejas: 34404

Caballos	Bueyes	Ovejas
nnn	ll	>>>
999	ll	llll
999	999	999
9	999	999
lllll	999	9llll

- El cuarto documento indica la cantidad de aves del faraón de Memphis:

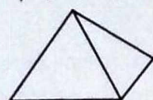
20000 palomas
533 patos
11110 gallinas

Palomas	>>
Patos	99999llllnnn
Ovejas	nn>9

- ¿Cómo hacían los egipcios para representar los números? Escríbelo en tu cuaderno.

Ejercicios de numeración Egipcia

- La pirámide más grande de Egipto es la de Keops, situada cerca de Gizeh.



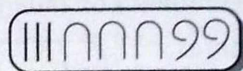
Convierte a nuestro sistema de numeración los siguientes datos:

La altura de la pirámide, en metros es:

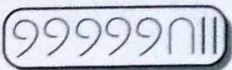


_____ metros.

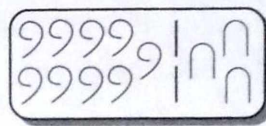
- La medida del lado de la base cuadrada, en metros es:



_____ metros.

La pirámide tiene  escalones, es decir: _____ escalones.

El perímetro de la base es:



_____ metros.

- Escribe con números egipcios los siguientes:

5 2 9

7 1 3 0

2 8 4 7

3 2 1 5 2

1 7 2 6 5

5 6 8 1

4 9 3

7 1 6

- Escribe en nuestro sistema de numeración las siguientes cantidades:

Justifica tus respuestas.

IIIIII III 999

IIIIII 999 IIII

>>>> 999999999 IIII

IIIIII III III III III III III III III

999999999 III III III III III

>>>>>> III III 999999999

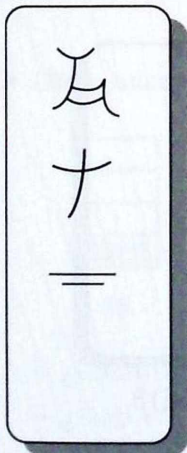
IIII> III 999999

IIIIII III III III III III III III III

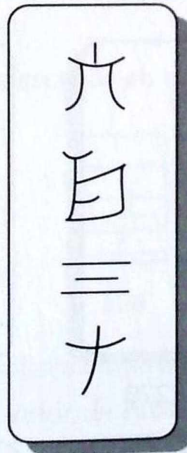
Numeración Chino - Japonesa

Los chinos y los japoneses escribían los números de la siguiente manera:

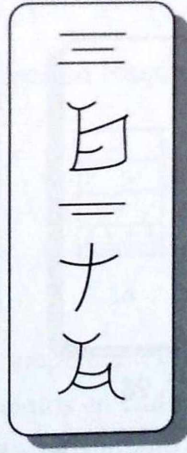
—	=	≡	四	五	六
1	2	3	4	5	6
七	八	九	十	百	千
7	8	9	10	100	1000



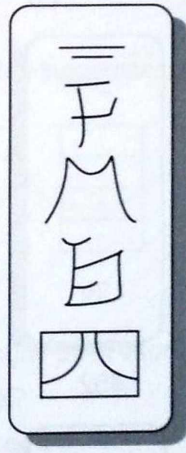
52



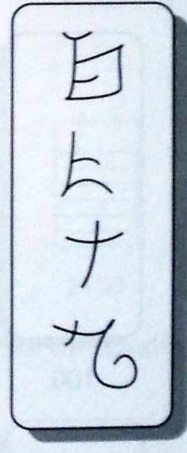
630



325



2804



179

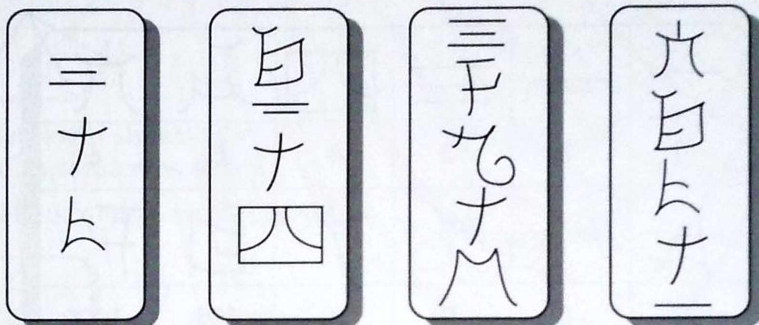
Este sistema de escritura se inventó hace 2000 años y aún hoy se sigue usando en algunas regiones de China, además del sistema de numeración que utilizamos nosotros.

Saca tus conclusiones sobre la manera cómo hacen los chinos y los japoneses para escribir los números.

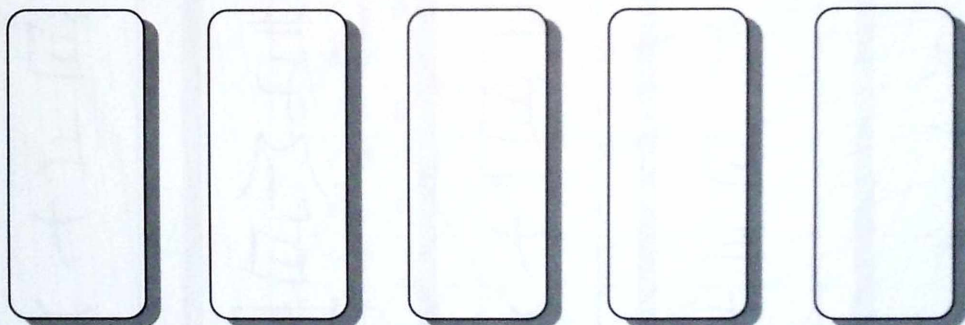
Escríbelas en tu cuaderno.

Ejercicios de numeración Chino - Japonesa

Escribe en nuestro sistema de numeración:



Escribe en el sistema chino – japonés los siguientes números:



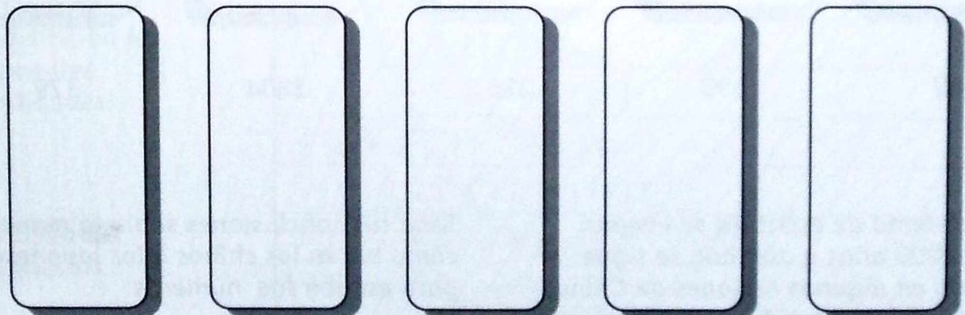
100

452

98

1270

6513



341

975

4038

520

2687

Numeración Maya

- A continuación aparece representada una forma de numeración Maya que va de uno en uno. Empieza en 1 y termina en 20.
¿Podrías completarlas escribiendo los números que hacen falta?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

- Otros números escritos en numeración Maya son los siguientes:

35	106	34	421	2105

- ¿Cuántos símbolos diferentes empleaban los Mayas para escribir sus cantidades?
- ¿Cuál era el valor de esos símbolos en cada nivel?
- ¿Cuántas veces se podía repetir un símbolo en cada nivel?

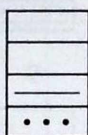
- Emplea el sistema de numeración Maya para escribir los siguientes números:

47	275	846	89	165	2325

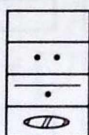
Ejercicios de numeración Maya

Las mayas fueron una de las primeras civilizaciones que idearon un símbolo para el cero; consistía en la figura de una concha o glifo y se colocaba en los niveles donde no aparecían unidades.

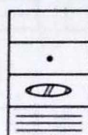
- Escribe en nuestro sistema de numeración los siguientes números:



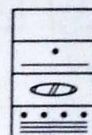
103



—

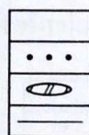


—

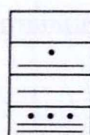


—

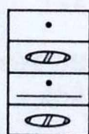
- A continuación aparecen expresados los números 1205, 2513, 8120 y 42030 en numeración Maya. Completa la explicación de cada uno:



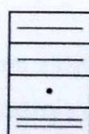
1.200
0
5
1.205



2.513



8.120



42.030

- Intenta hacer el mismo procedimiento con los números 32573, 6508, 998, 80317 y otros que se te ocurran.
 - ¿Cuál es el número de mayor valor que se puede escribir en numeración Maya empleando solamente el primer nivel?
 - ¿Y empleando solamente el segundo nivel?
 - ¿Y empleando el primero y segundo niveles?
 - ¿Y empleando solamente el tercero?
- Justifica cada una de tus respuestas.

Numeración en el país de las Quintillas

En el país de las Quintillas, para registrar la cantidad de canicas que tienen los niños, hacen así:

Niños	Canicas	Registro
Juan	0	1
Mario	0 0 0	3
Pedro	0 0 0 0 0	11
María	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	24
Estela	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	42
Raúl	••••• 0 0 0 0 ••••• 0 0 0 0 ••••• 0 0 0 0	113

- Explica cómo hacen estos niños para escribir los números.

¿Qué registro harías, si tuvieras estas canicas representadas en cada renglón de la tabla?

0 0 0 0 →
0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 →
0 0 0 0 0 0 0

••••• 0 0 0 0 →
••••• 0 0 0 0

Ejercicios de numeración en el país de las Quintillas

- Luis tiene once canicas más que Pedro. Pedro tiene cuatro menos que Alberto. Y Alberto tiene veinte canicas. ¿Cuántas canicas tiene Luis?

Escribe y resuelve este problema como lo hacen los niños del país de las Quintillas.

- Completa los espacios como lo haría una persona del país de las Quintillas:

0 , 1 , 2 , __ , 4 , 10 , 11 , __ , 13 , __ , 20 , __ , 22 , __ ,
24 , __ , 31 , 32 , __ , __ , __ , 41 , __ , __ , 44 , 100 , __

- El siguiente problema lo propuso una maestra del país de las Quintillas:

Entre Ramiro y Facundo tienen 31 canicas, Ramiro tiene 12 canicas; ¿Cuántas canicas tiene Facundo? (¡jojo! no son ni treinta y una ni doce canicas).

Ayuda a los niños del país de las Quintillas a resolver este problema, y luego escríbelo como lo dictaría tu maestro.

- Escribe las diferencias y las semejanzas de este sistema con el sistema decimal (nuestro sistema).

- Resuelve estas operaciones como si estuvieras en el país de las Quintillas:

$$2 + 4 + 10 =$$

$$13 + 21 + 33 + 41 =$$

$$11 + 24 + 43 + 100 + 3 =$$

$$22 + 34 + 42 + 103 + 112 =$$

- Escribe al frente esa operación pero en el sistema tuyo.

Sistema de numeración decimal

- ¿Cómo lees este número? 2 500 _____
 – Si expresaras ese número con una suma, podrías hacerlo de distintas formas. Registra alguna de ellas.

- Para el 3 120 la suma que surge de la lectura es:

3 000
100
+ 20

Y para 298 ?

Y para 8 576 ?

Y para 13 140 ?

- Resuelve la siguiente suma:

10 000
1 000
1 000
100
200
+ 21

Esta suma ¿es la que se desprende de la lectura del número?

Si consideras que no, plantea la que creas correcta.

- Los franceses leen los números de manera muy distinta a nosotros. Por ejemplo el 93 lo leen: cuatro veces veinte y trece. La descomposición que sugiere el nombre es : $(4 \times 20) + 13$.

Completa la siguiente tabla:

Número	Los franceses lo leen	Simbolización lectura
93	cuatro veces veinte y trece	$(4 \times 20) + 13$
70	sesenta y diez	
75	sesenta y quince	
	sesenta y dieciocho	
		$(4 \times 20) + 10$
	doscientos y cuatro veces veinte	
80		

Numeración Romana

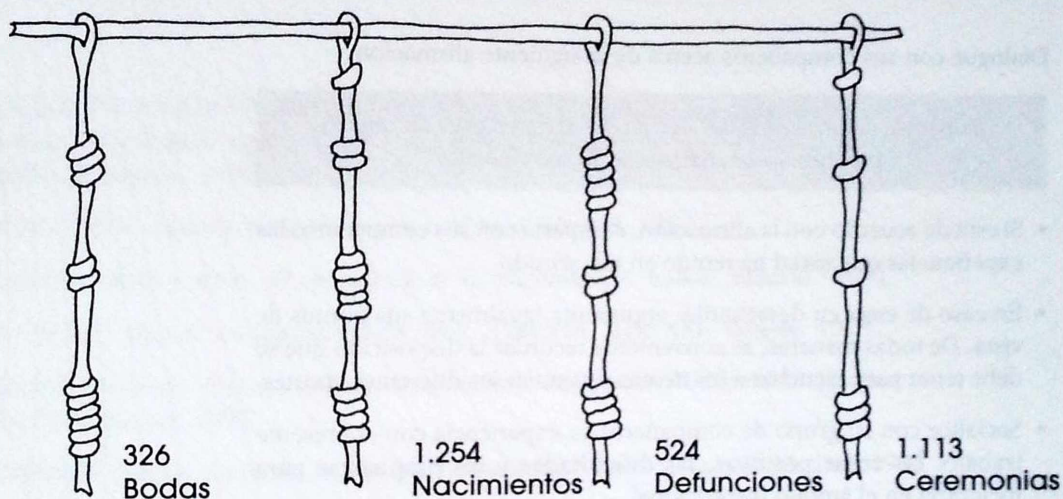
- Completa el cuadro que aparece a continuación:

Romano	Verbal	Aditivo	Decimal
XII	Diez y uno y uno	$10 + 1 + 1$	12
XVII	Diez y cinco y uno y uno		
	Cien y cien y diez y diez y diez y uno y uno y uno	$100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1$	
	Cien y cincuenta y diez y cinco y uno y uno		
DCLVI			656
<u>V</u> CCLI	Cinco mil y cien y cien y cincuenta y uno		
MMMCMVII			3907
<u>CXXVI</u> VIII		$100.000 + 10.000 + 10.000 + 5.000 + 1.000 + 8$	
		$10.000 + 10.000 + 5.000 + 00 + 100 + 1$	
	Cien mil y cien y cien y cuarenta y uno		
<u><u>X</u></u> DCCV CCLX			$10^7 705.260$
			$17^7 625.021$

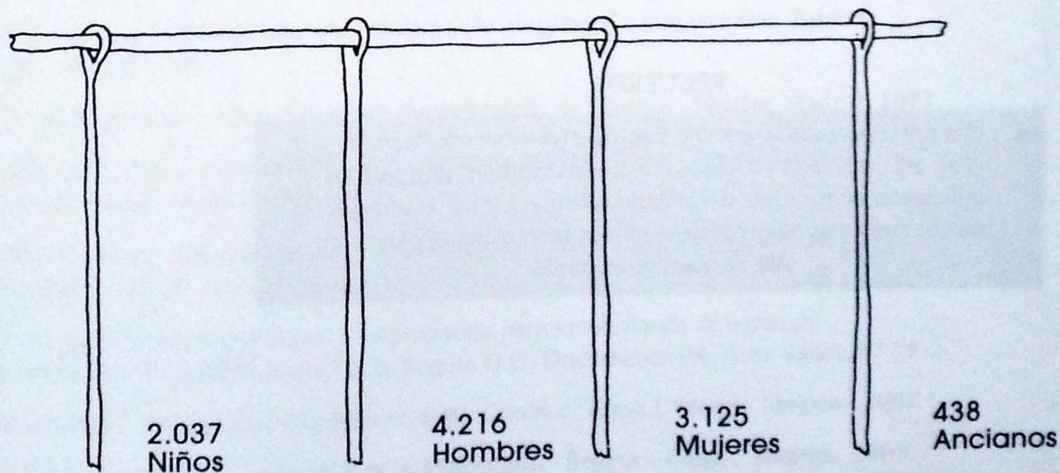
Numeración Inca

Los Incas llevaban archivos y una contabilidad muy precisa gracias a un sistema muy elaborado de cordeles con nudos. Este dispositivo, llamado QUIPU, (palabra Inca que significaba nudo) consistía en un cordel principal de aproximadamente 60 cm. de largo, al que estaban unidas diversas cuerdas multicolores.

Como no tenían escritura los Incas registraban las cantidades relacionadas con sus distintas actividades, para lo cual hacían nudos sobre las cuerdas del quipu. Veamos algunos ejemplos:

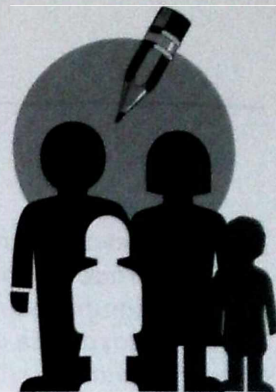


¿Cómo escribirían los Incas las siguientes cantidades referidas a los habitantes de una de sus poblaciones?



¿De qué manera escribían los Incas sus números?

PENSANDO CON OTROS



Dialogue con sus compañeros acerca de la siguiente afirmación:

“Es posible desarrollar la autonomía de los estudiantes durante los procesos de aprendizaje de las matemáticas”

- Si está de acuerdo con la afirmación, comparta con sus compañeros las experiencias que usted ha tenido en tal sentido.
- En caso de estar en desacuerdo, argumente igualmente sus puntos de vista. De todas maneras, es conveniente recordar la disposición que se debe tener para escuchar a los demás y asimilar los diferentes aportes.
- Socialice con su grupo de compañeros su experiencia con el presente trabajo: las cosas positivas, las dificultades y las propuestas para mejorarla en el ámbito institucional.
- Consigne los resultados del diálogo en un cuaderno y, en lo posible, comunique a otras personas o a otras instituciones esos resultados.

RECUERDE:

La propuesta didáctica que aquí se presenta está diseñada para ser estudiada y analizada por los docentes, antes de su aplicación como parte del trabajo de aula. Dicho estudio se puede convertir en un pretexto interesante para *pensar* con los demás compañeros.

PARA SABER MÁS



ASOCIACION ANILLO DE MATEMATICAS. AMA. *Construcción de Sistemas lógicos y numéricos. Propuesta de desarrollo curricular para los grados 4°, 5° y 6° de Educación Básica.* Santa Fe de Bogotá. 1998.

BOYER, Carl B. *Historia de la Matemática.* Alianza. Madrid. 1987

DICKSON, Linda y otros. *El aprendizaje de las Matemáticas.* Labor. Madrid. 1991.

FOUCAULT, Michel. *La arqueología del saber.* Editorial Siglo XXI. Bogotá. 1978.

GALLEGO, Rómulo. *Discurso sobre constructivismo.* Cooperativa Editorial Magisterio. Santa Fe de Bogotá. 1997.

HABERMAS, Jürgen. *La teoría de la acción comunicativa.* Tomo I. Taurus. Madrid. 1993.

HUGHES, Martin. *Los niños y los números.* Nueva Paidea. Santa Fe de Bogotá. 1990.

IFRAH, Georges. *Las cifras: historia de una gran invención.* Alianza. Madrid. 1987.

KLINE, Morris. *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días.* Tomo I. Alianza. Madrid. 1992.

KRINGS, Hermann y otros. *Conceptos fundamentales de Filosofía.* Herder. Madrid. 1977.

LANGFORD, Peter. *El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria.* Ediciones Paidós. México. 1989.

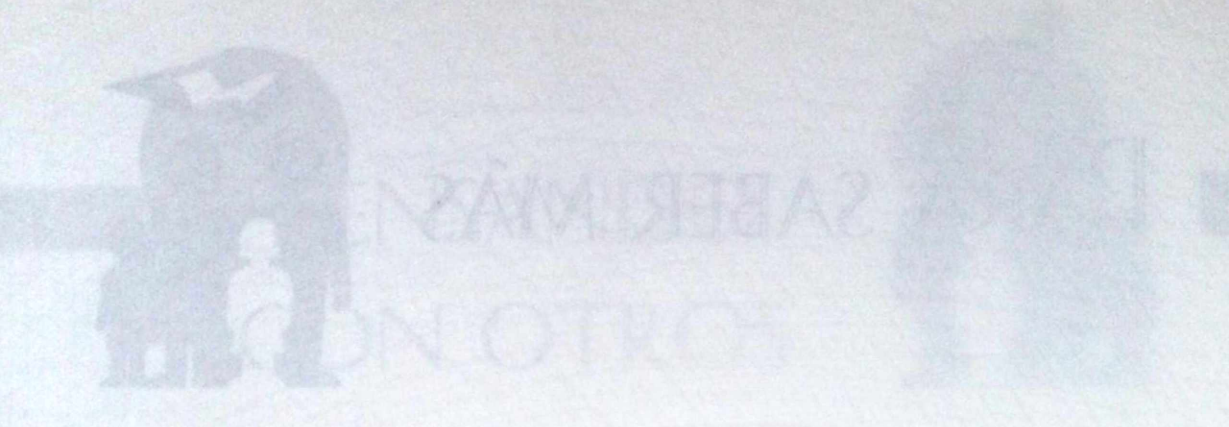
MORENO, Luis. *Constructivismo y educación matemática.* Revista Educación Matemática. Vol. 4. No. 2. 1992.

PÉREZ, Jesús Hernando y otros. *Una propuesta para la valoración de logros en Matemáticas.* ICFES. SNP. Santa Fe de Bogotá D.C. Documento 94. Serie Saber, N° 17.

PIAGET, Jean. *Introducción a la Epistemología Genética.* Tomo I. Paidós. México. 1987.

RUSSELL, Bertrand. *Los principios de la Matemática.* Espasa – Calpe. Madrid. 1983.

WERTSCH, James. *Vygotsky y la formación social de la mente.* Paidós. Barcelona. 1988.



En esta serie se han publicado los siguientes títulos:

Área del lenguaje

1. Producción de textos
2. Comprensión de lectura
3. La escritura y la escuela
4. La lectura y la escuela
5. La comunicación

Matemáticas

1. Manejo de códigos matemáticos
2. Sistemas de numeración con valor posicional
3. Solución de problemas con estructuras aditiva y multiplicativa
4. Solución de problemas que requieren inferencias lógicas
5. Desarrollo del pensamiento espacial y geométrico