

**“Enseñanza de la Simetría Axial utilizando situaciones
a-didácticas y SGD, Car Metal como medio”**

Proponente

Jorge Enrique Flórez Santacruz

Profesor asesor:

Dr. Martín Eduardo Acosta Gempeler

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Maestría en Educación

Énfasis en Educación Matemática

Bogotá D.C

Octubre de 2016

Dedicatoria

Dedicado a:

Dios Padre, Hijo y Espíritu Santo
Mi amada esposa
Mis hijas e hijos

"Un profesor trabaja para la eternidad: nadie
Puede decir dónde acaba su influencia"

Henry Brooks Adams

Agradecimientos

Mi agradecimiento más profundo al Dr. Martín Eduardo Acosta Gempeler, director de esta tesis; por su trabajo, profesionalismo, sus orientaciones, enseñanzas invaluableles y su paciencia. A la Secretaria de Educación de Bogotá y a la Universidad Distrital Francisco José de Caldas por brindarme la oportunidad de profesionalizarme y aumentar mis conocimientos en esta área. A Carlos Gil por sus ánimos y apoyo logístico en la IED El Jazmín. A mis alumnos por su gran trabajo y disposición a aprender. A todos aquellos que me animaron y estimularon a concluir este trabajo.

Resumen

Titulo

Enseñanza de la simetría axial utilizando situaciones a-didácticas y SGD, Car Metal como medio.

Este trabajo de grado hace parte del proyecto institucional de uso de la geometría dinámica, dirigido por el grupo EDUMAT, proyecto que se viene aplicando en colegios de Bogotá y Bucaramanga. En él se describe y analiza la utilización de una secuencia de situaciones didácticas, vinculadas a la enseñanza de la simetría axial, con la mediación del (SGD) software de Geometría Dinámica CarMetal; diseñada y planeada por el grupo Edumat y aplicada en la IED El Jazmín Bogotá, por el profesor investigador. Cada situación cuenta con fases a didácticas y fases grupales de puestas en común; durante las fases a-didácticas los alumnos trabajan por parejas en diversas tareas haciendo uso del software. Esta propuesta se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y toma como referente metodológico la ingeniería didáctica (ID), con el fin de poder describir las ventajas del uso del software de geometría dinámica CarMetal, como medio facilitador de un aprendizaje por adaptación y sus efectos cuando es integrado al diseño de una secuencia didáctica. No solo se pretende la aplicación de la ingeniería didáctica, sino también aprovechar la oportunidad para reflexionar y profundizar aún más sobre el desarrollo de los procesos de enseñanza de la geometría, el uso del software y la apropiación y aplicación de la teoría; nos interesan dos procesos señalados en el marco teórico: el proceso de validación y el proceso de institucionalización; aspiramos confirmar que la interacción con el software fomenta aprendizajes por adaptación, que pueden ser aprovechados en el proceso de institucionalización del saber. Y que la gestión del proceso de institucionalización es un proceso laborioso, que demanda cambios en concepciones y funciones por parte del profesor, en el proceso de apropiación de la teoría.

Palabras clave: Situación didáctica, Aprendizaje por adaptación, situación a-didáctica, validación, institucionalización.

Abstract

Title

Teaching of axial symmetry using situations a-didacticas and SGD, Car Metal as a means.

This degree project is part of institutional use of the dynamic geometry project, directed by the Group EDUMAT, project is implemented in schools of Bogotá and Bucaramanga; It describes and discusses the use of a sequence of didactic situations, linked to the teaching of axial symmetry, with the mediation of the software of dynamic geometry CarMetal (SGD); designed and planned by the Group Edumat and applied in the IED Jasmine Bogota, by researcher Professor. Each situation has phases to didactic and group stages of sunsets in common; during the a-didacticas students work in pairs in various tasks using the software. This proposal shall be based on the theory of didactic situations (TSD) and take as a reference methodology didactic engineering (ID), in order to be able to describe the advantages of the use of the dynamic geometry software CarMetal, as a means of facilitating learning by adaptation and its effects when it is integrated into the design of a teaching sequence. Not only is the application of didactic engineering, but also seize the opportunity to reflect and deepen further, about the development of the processes of teaching geometry, the use of the software and the appropriation and application of theory; We are interested in two processes identified in the theoretical framework: the validation process and the process of institutionalization; We hope to confirm that the interaction with the software encourages learning by adaptation, can be exploited in the process of institutionalization of knowledge. And that the management of the process of institutionalization is a laborious process, which demand changes in concepts and functions by the teacher, in the process of appropriation of the theory.

Key words: educational situation, learning by adaptation, situation a-didactica, validation, institutionalization.

Tabla de Contenido

“Enseñanza de la Simetría Axial utilizando situaciones.....	1
Dedicatoria.....	2
Agradecimientos	3
Resumen.....	4
Lista de tablas	10
1. Planteamiento de la temática de profundización	15
1.1 Problema y justificación.....	15
1.2. Antecedentes	20
1.2.1 La enseñanza y aprendizaje de la geometría.	20
1.2.2 El uso de la tecnología para mejorar los procesos de enseñanza y el aprendizaje de la geometría.	21
1.2.3 La Teoría de las Situaciones Didácticas y la metodología de investigación: ingeniería didáctica22	
1.3. Objetivos	23
1.3.1 Objetivo General.....	23
1.3.2. Objetivos Específicos.....	23
2. Marco teórico y metodológico.....	23
2.1. Teoría de las situaciones didácticas	23
2.2. Diseño Metodológico	29
3. Análisis de información.....	33
3.1. Actividad #1	34
3.1.1 Descripción de la actividad.....	34
3.1.2 Análisis actividad#1 series [1 y 3] tarea1	36
3.1.3 Análisis actividad#1 series [1, 4] tarea2	38
3.1.4 Análisis actividad#1 series [1, 3, 4] tarea3	40

3.1.5	Análisis actividad#1 series [1, 2 y 3] tarea4	43
3.1.6	Puesta en común actividad # 1	48
3.1.7	Análisis puesta en común actividad#1	49
3.1.7.1	<i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	49
3.1.7.2	<i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos.....</i>	52
3.1.7.3	<i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	52
3.1.7.4	<i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización.....</i>	56
3.2.	Actividad1 / concurso.....	57
3.2.1	Descripción de la actividad.....	57
3.2.2	Análisis actividad1 / tarea concurso	59
3.3.	Actividad #3 [tarea1].....	63
3.3.1	Descripción de la actividad.....	63
3.3.2	Análisis de la actividad #3 [tarea1]	64
3.3.3	Puesta en común actividad # 3 [tarea1]	70
3.3.4	Análisis puesta en común actividad#3 [tarea1]	71
3.3.4.1	<i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos.....</i>	71
3.3.4.2	<i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos.....</i>	73
3.3.4.3	<i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización.....</i>	73
3.3.4.4	<i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización.....</i>	81
3.4.	Actividad #3 [tarea2].....	82

3.4.1 Descripción de la actividad.....	82
3.4.2 Análisis de la actividad #3 [tarea2]	84
3.4.3 Puesta en común actividad # 3 [tarea2].....	90
3.4.4 Análisis puesta en común1 actividad #3 [tarea2]	91
3.4.5 Análisis puesta en común 2 actividad #3 [tarea2]	97
3.4.5.1 <i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	97
3.4.5.2 <i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	97
3.4.5.3 <i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	99
3.4.5.4 <i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	102
3.5. Actividad #4 [tarea1].....	104
3.5.1 Descripción de la actividad.....	104
3.5.2 Análisis actividad #4 [tarea1]	104
3.5.3 Puesta en común actividad # 4 [tarea1]	111
3.5.4 Análisis puesta en común actividad #4 [tarea1]	111
3.5.4.1 <i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	111
3.5.4.2 <i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	113
3.5.4.3 <i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	113
3.5.4.4 <i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	115
3.6. Actividad #4 [tarea2].....	119
3.6.1 Descripción de la actividad.....	119

3.6.2	Análisis de la actividad #4 [tarea2]	121
3.6.3	Puesta en común actividad # 4 [tarea2]	137
3.6.4	Análisis puesta en común actividad #4 [tarea2]	137
3.6.4.1	<i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	137
3.6.4.2	<i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos</i>	138
3.6.4.3	<i>Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	139
3.6.4.4	<i>Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización</i>	141
3.7.	Institucionalización final	142
3.7.1	Descripción institucionalización final	142
3.7.2	Análisis institucionalización final	143
4.	Conclusiones generales.....	148
5.	Reflexiones	150
6.	Referencias documentales	155

Lista de tablas

Tabla 1. Quinto grado	15
Tabla 2. Noveno grado.....	16
Tabla 3. Resultados.....	17
Tabla 4: Categorías de análisis de la fase adidáctica	31
Tabla 5. Categorías de análisis de la puesta en común	32
Tabla 6. Convenciones asignadas a los triángulos	36
Tabla 7. Análisis Acti1 / Serie 1 / Tarea1	37
Tabla 8. Análisis Acti1 / Serie 3 / Tarea1	37
Tabla 9. Análisis Acti1 / Serie 1 / Tarea2	38
Tabla 10. Análisis Acti1 / Serie 4 / Tarea2	39
Tabla 11. Análisis Acti1 / Serie1 / Tarea3	41
Tabla 12. Análisis Acti1 / Serie3 / Tarea3	42
Tabla 13. Análisis Acti1 / Serie 4 / Tarea3	42
Tabla 14. Análisis Acti1 / Serie1 / Tarea4	43
Tabla 15. Análisis Acti1 / Serie2 / Tarea4	46
Tabla 16. Análisis/Acti1 / Serie3 / Tarea4.....	47
Tabla 17. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/objetivos socio afectivos.....	49
Tabla 18. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/objetivos socio afectivos.....	50
Tabla 19. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/objetivos socio afectivos.....	51
Tabla 20. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/proceso de institucionalización.....	52
Tabla 21. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/proceso de institucionalización.....	54
Tabla 22. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/proceso de institucionalización.....	55

Tabla 23. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/proceso de institucionalización.	55
Tabla 24. Análisis1/actividad #1/tarea concurso	59
Tabla 25. Análisis2/actividad #1/tarea concurso	61
Tabla 26. Análisis4/actividad #1/tarea concurso	61
Tabla 27. Análisis6/actividad #1/tarea concurso	61
Tabla 28. Análisis8/actividad #1/tarea concurso	62
Tabla 29. Convenciones asignadas al triangulo rojo.....	64
Tabla 30. Análisis ejercicio1 /actividad #3	64
Tabla 31. Análisis ejercicio1 /actividad #3	65
Tabla 32. Análisis ejercicio2 /actividad #3	66
Tabla 33. Análisis ejercicio3 /actividad #3	66
Tabla 34. Análisis ejercicio4 /actividad #3	67
Tabla 35. Análisis ejercicio5 /actividad #3	67
Tabla 36. Análisis ejercicio5 /actividad #3	69
Tabla 37. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/objetivos socio afectivos.	71
Tabla 38. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/objetivos socio afectivos.	72
Tabla 39. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización.	74
Tabla 40. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización	74
Tabla 41. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización	75
Tabla 42. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización	77
Tabla 43. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización	78

Tabla 44. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización	79
Tabla 45. Análisis Indicador5/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización	80
Tabla 46. Analisis2/actividad #3 final	84
Tabla 47. Análisis3/actividad #3 final	86
Tabla 48. Análisis1/actividad # 3 final	87
Tabla 49. Análisis4/actividad #3 final	88
Tabla 50. Análisis6/actividad #3 final	88
Tabla 51. Análisis7/actividad #3 final	91
Tabla 52. Análisis8/actividad #3 final	93
Tabla 53. Análisis9/actividad #3 final	95
Tabla 54. Análisis Indicador1/Comportamientos no coherentes/acti3 final /puesta en común objetivos socio afectivos.....	98
Tabla 55. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización	99
Tabla 56. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización	99
Tabla 57. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización	101
Tabla 58. Análisis Indicador2/Comportamientos no coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización	102
Tabla 59. Análisis Indicador5/Comportamientos no coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización	103
Tabla 60. Análisis puesta en escena /actividad #4	105
Tabla 61. Análisis tarea1/actividad #4.....	107
Tabla 62. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/objetivos socio afectivos	111
Tabla 63. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/objetivos socio afectivos	112

Tabla 64. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización	113
Tabla 65. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización	114
Tabla 66. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización	114
Tabla 67. Análisis Indicador1/Comportamientos no coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización	116
Tabla 68. Análisis Indicador3/Comportamientos no coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización	117
Tabla 69. Análisis Indicador4/Comportamientos no coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización	118
Tabla 70. Convenciones para los vértices del triángulo construido.....	121
Tabla 71. Análisis1/actividad #4 tarea2.....	122
Tabla 72. Análisis3/actividad #4 final	125
Tabla 73. Análisis4/actividad #4 final.....	127
Tabla 74. Análisis5/actividad #4 final	128
Tabla 75. Análisis6/actividad #4 final	128
Tabla 76. Análisis6/actividad #4 final	129
Tabla 77. Análisis8/actividad #4 final	131
Tabla 78. Análisis9/actividad #4 final	132
Tabla 79. Análisis10/actividad #4 final	133
Tabla 80. Análisis11/actividad #4 final	134
Tabla 81. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti 4 final/puesta en común/objetivos socio afectivos	138
Tabla 82. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti 4 final/puesta en común/objetivos socio afectivos	138
Tabla 83. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti 4 final /puesta en común/proceso de institucionalización	139

Tabla 84. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti 4 final/puesta en común/proceso de institucionalización 140

Tabla 85. Análisis/Institucionalización final. 143

1. Planteamiento de la temática de profundización

1.1 Problemática y justificación

Los resultados en evaluaciones locales, nacionales e internacionales en el área de matemáticas, de las instituciones educativas de básica y media ubicadas en Bogotá D.C, y en el caso particular la IED El Jazmín, muestran un altísimo porcentaje de alumnos con niveles de desempeño matemático Bajo y Básico. Las pruebas ICFES Saber 5° y 9°: (2009, 2012, 2013) área de matemáticas, evalúan las competencias que han desarrollado los alumnos de básica primaria y básica secundaria, según las características de esta evaluación, el componente geométrico asume el 40% del total de los ítems establecidos para la prueba de quinto grado y el 35% para la prueba de noveno grado ([www.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber/formulario sociodemográfico](http://www.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber/formulario-sociodemografico)).

Las tablas 1 y 2 presentan la distribución porcentual de las preguntas de la prueba de matemáticas en cada una de las competencias y componentes considerados en la evaluación.

Tabla 1. Quinto grado

Competencia				
Componente	Razonamiento y argumentación	Comunicación representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas	total
Numérico variacional	10%	15%	15%	40
Geométrico métrico	19%	10%	11%	40
Aleatorio	6%	10%	4%	20
Total	35%	35%	30%	100

Fuente: (Icfes. 2013)

Tabla 2. Noveno grado

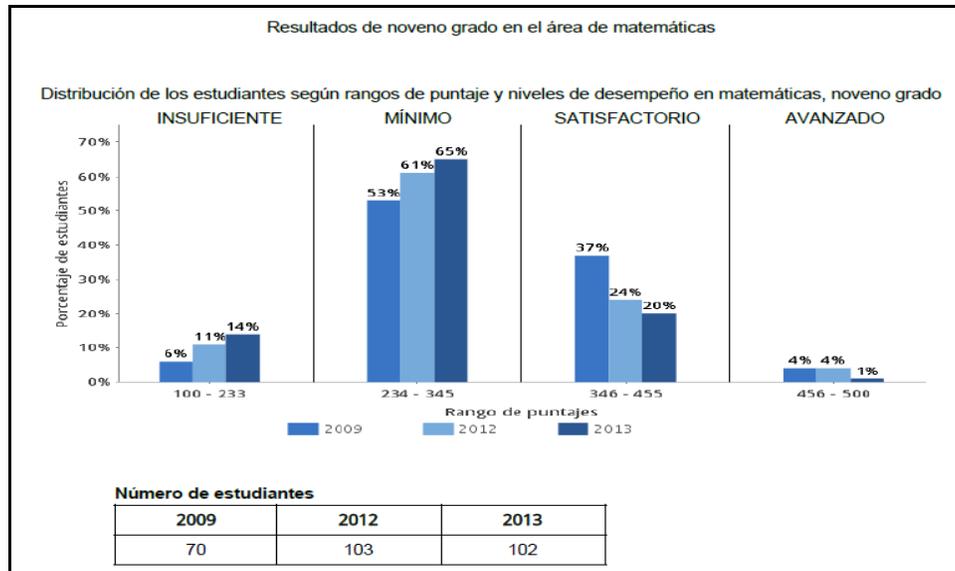
Competencia				
Componente	Razonamiento y argumentación	Comunicación representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas	total
Numérico variacional	11%	13%	11%	35
Geométrico métrico	15%	11%	9%	35
Aleatorio	11%	10%	9%	30
Total	37%	34%	29%	100

Fuente: (Icfes. 2013)

Entre los indicadores que se evalúan en quinto grado, se destacan el hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano e identificar y justificar relaciones de semejanza y congruencia entre figuras; en noveno grado se evalúa que el alumno esté en capacidad de reconocer y aplicar transformaciones de figuras planas, y que pueda predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones rígidas (rotación, traslación y reflexión) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte; también, que tenga la capacidad de hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencias y semejanza entre figuras bidimensionales¹

Hecho el análisis de estas pruebas citadas para la IED El Jazmín, se concluye que hay un 79% de alumnos entre el nivel Bajo y Básico en su desempeño matemático-geométrico (ver gráfico).

¹ pruebas saber 3°, 5° y 9° Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2013 (<http://www.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber/formulario-sociodemográfico>).

Tabla 3.Resultados

Fuente: (Icfes. 2014)

Otro indicador externo es el Programa de Evaluación Internacional de Alumnos PISA, quien en el informe, que cubre el período 2003 a 2012, comparó resultados en las 34 naciones de la OCDE y en otros 31 países, que representan en conjunto cerca del 80% de la población mundial, Colombia se ubica en el lugar 62 entre 65 países con 376 puntos².

De otra parte, en mi experiencia como profesor, en particular en niveles de educación básica secundaria y media, he constatado que muchos alumnos presentan dificultades y poco interés por las asignaturas propias del área de matemáticas, tales como: aritmética, álgebra, trigonometría, cálculo, estadística y geometría. Específicamente en geometría, identifiqué que algunos alumnos no tienen suficiente claridad conceptual a cerca de distintos objetos y representaciones geométricas, no reconocen sus diferencias, características y/o propiedades;

² fuente: OCDE, base de datos de PISA 2012, Tablas I.2.1a, I.2.1b, I.2.3a, I.2.3b, I.4.3a, I.4.3b, I.5.3a y I.5.3b. <http://www.oecd.org/pisa>.

Asimismo, la intensidad horaria para la enseñanza de los contenidos de la geometría es escasa para su desarrollo; por lo tanto surge la siguiente pregunta: ¿Cómo mejorar los procesos de enseñanza de la geometría en la educación básica?

Los métodos o estrategias de enseñanza actualmente utilizados por los profesores no están produciendo los resultados esperados; por lo tanto, parte de la solución del problema debe consistir en modificar esas prácticas pedagógicas; se deben utilizar nuevas estrategias que permitan a los alumnos una verdadera construcción y asimilación del conocimiento geométrico; a nivel nacional se están haciendo esfuerzos en cuanto a la promoción y uso de herramientas informáticas tales como el software de geometría dinámica (SGD), sugiriéndolos como apoyo al desarrollo de los procesos de enseñanza.

En el año 2004 el MEN implementó a nivel nacional el proyecto: “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia”, con el propósito de crear conciencia de las grandes posibilidades que brindan las tecnologías computacionales para el aprendizaje y dar orientaciones a los profesores sobre cómo diseñar situaciones problema aprovechando las potencialidades didácticas del software de geometría dinámica. El Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) afirma en el documento *Pensamiento Geométrico y Tecnologías computacionales*, que: “...la geometría dinámica, instalada en un ambiente computacional, se coloca a medio camino entre el mundo sensible (perceptible por los sentidos), en este caso esencialmente visual, y el mundo matemático (o esencialmente abstracto)”.

Es decir, al mismo tiempo que traduce de manera visual un universo teórico, gracias a la manipulación de objetos virtuales en la pantalla, responde a ese conocimiento teórico organizado en una estructura axiomática deductiva”. (MEN 2004). Estudios como el de la UNESCO (2005),

razonan sobre el hecho de que “un profesor que no maneje las tics está en clara desventaja con relación a los alumnos”; esto no sólo implica fomentar que los profesores conozcan y manejen equipos tecnológicos, hace falta sobre todo, contribuir a una reflexión acerca de su impacto en el aprendizaje, su uso correcto, potencialidades y límites. Surge entonces otro aspecto a considerar: ¿Cómo usar competentemente el SGD en el proceso de enseñanza para lograr un mejor aprendizaje de la geometría?

La pretensión es transformar las prácticas de enseñanza de la geometría utilizando tecnologías informáticas, pero no de manera empírica, sino justificando este cambio desde la adopción de una perspectiva teoría de la didáctica de las matemáticas; entonces surge un tercer interrogante: ¿Cómo sustentar teóricamente las prácticas de enseñanza que se desarrollan con SGD?

Desde el proyecto institucional “tecnología y didáctica de la Geometría”, desarrollado en distintos colegios de Santander y Bogotá, se da respuesta a estos interrogantes proponiendo la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) como referente teórico, para analizar las prácticas de enseñanza y la organización de estrategias para un mejor aprendizaje de la geometría, aprovechando el potencial del SGD. Por lo tanto hemos decidido reproducir las actividades propuestas en este proyecto para la enseñanza de la simetría axial en la IED El Jazmín Bogotá, con el fin de evaluar desde la práctica las hipótesis propuestas, el impacto en el aprendizaje de los alumnos, identificación de ventajas y dificultades de la implementación y profundizar aún más la reflexión sobre las tres preguntas planteadas.

Nuestro objeto de estudio y profundización es entonces el uso del SGD como herramienta de enseñanza de la simetría axial y su impacto en el aprendizaje de los alumnos. Utilizaremos para este estudio la TSD y en particular los conceptos de *proceso de validación* y *proceso de*

institucionalización. De esta manera buscaremos responder las tres preguntas de la problemática general que motiva este estudio.

1.1.1 Problema

¿Cuál es el rol del SGD en los procesos de validación e institucionalización, al implementar una ingeniería didáctica para la enseñanza de la simetría axial y cuáles son las principales dificultades del profesor al gestionar estos dos procesos?

1.2. Antecedentes

Con base en las tres preguntas orientadoras de la propuesta he considerado algunas fuentes relacionadas con:

1. La enseñanza y aprendizaje de la geometría.
2. El uso de la tecnología para mejorar los procesos de enseñanza y el aprendizaje de la geometría.
3. La Teoría de las Situaciones Didácticas y la metodología de investigación: Ingeniería didáctica

1.2.1 La enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Gil Pérez y miguel de Guzmán Ozámiz (OEI, 1993).

Los autores reflexionan sobre el hecho de que la geometría a nivel elemental es difícil de formalizar apropiadamente al igual que el pensamiento geométrico y la intuición espacial, la necesidad de una vuelta del espíritu geométrico a la enseñanza matemática es algo en lo que ya todo el mundo parece estar de acuerdo; sin embargo, aún no es muy claro cómo se debe llevar a cabo. Es necesario evitar llegar a los extremos en que se incurrió, por ejemplo, con la geometría del triángulo, tan en boga a finales del siglo XIX; también hay que evitar una introducción rigurosamente sostenida de una geometría axiomática, posiblemente una orientación sana podría

consistir según los autores, en el establecimiento de una base de operaciones a través de unos cuantos principios intuitivamente obvios, sobre los que se podrían levantar desarrollos locales interesantes de la geometría métrica clásica, elegidos por su belleza y profundidad.

Gamboa, R; & Balletero, E. (2009).

Donde se describen las dificultades y aciertos que se presentan cuando se desarrollan procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría. Pretende sensibilizar a los profesores e incidir en su práctica pedagógica; concluye que el aprendizaje de la geometría compromete al profesor por un lado a renovar sus estrategias de enseñanza, por otro lado a propiciar actividades que conduzcan y comprometan al alumno a deducir resultados mediante construcciones, mediciones y experimentación; además, sugiere reflexionar sobre los recursos que se deben tener en cuenta cuando se enseña geometría; también se reflexiona sobre lo que implica reconocer que enseñar geometría compromete al profesor a seleccionar problemas interesantes, a apreciar el contexto cultural e histórico de la geometría y a comprender la diversidad de su utilización.

1.2.2 El uso de la tecnología para mejorar los procesos de enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Monroy y Rueda. (2009).

Las actividades fueron guiadas bajo la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, donde los alumnos debían formular estrategias de solución haciendo uso del programa Cabri Geometry II; con estas situaciones se buscaba que los alumnos se acercaran al concepto y a las propiedades de la simetría axial y la traslación; con esta investigación se pudo constatar que con el programa Cabri Geometry II es posible llegar al concepto y a las propiedades de la simetría axial y la traslación, e incluso hacer comparaciones entre éstas; como producto de la asimilación de los fenómenos visuales asociados a las transformaciones, lo cual le permite a los alumnos en

la fase de institucionalización comprender los conceptos teóricos, ya que se han desarrollado en un contexto familiar a ellos.

Socorro (2005).

Propuso investigar los efectos de una secuencia didáctica en el aprendizaje del concepto de simetría axial; basándose en la pregunta: ¿Cómo es la construcción del concepto de simetría axial por los alumnos de 6 ° grado en la escuela primaria, cuando se utiliza una secuencia didáctica utilizando un software de geometría dinámica? Para su realización se basó en una adaptación del marco teórico de Artigue (1992; citado por Socorro, 2005) sobre la metodología de la Ingeniería Didáctica; la aplicación de la secuencia didáctica fue realizada con Cabri Geometry II Plus.

En cuanto al desarrollo de los alumnos en la secuencia de enseñanza se observó que evolucionaron en su caracterización de los puntos, figuras originales y sus reflexiones, el eje de simetría, las relaciones entre ellos, la identificación de las propiedades de la equidistancia, la congruencia entre los lados y los ángulos; también se observó que los efectos dinámicos de Cabri Geometry II Plus favorecen la identificación de las propiedades geométricas de la simetría axial.

1.2.3 La Teoría de las Situaciones Didácticas y la metodología de investigación: ingeniería didáctica

El sustento teórico de este proyecto es la teoría de Situaciones didácticas (Brousseau, 1986) la cual a través de sus distintos fundamentos, aporta al desarrollo de los objetivos planteados en este trabajo de profundización; la metodología de investigación de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1989) nos apoyará desde la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Su validación interna, está basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori; convirtiéndose la ingeniería didáctica en un producto resultante de

un análisis a priori, y un desarrollo de un proceso dentro del cual, un profesor ejecutará una secuencia de situaciones didácticas, adaptándolas a la dinámica de una clase.

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Implementar las actividades propuestas por el grupo EDUMAT para la enseñanza de la simetría axial, soportadas en la teoría de Situaciones didácticas y utilizando el SGD Car-metal, como medio, con el propósito de analizar el impacto que tengan en el aprendizaje de los alumnos y la gestión de la experiencia por parte del profesor.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Analizar el proceso de validación de alumnos y determinar los aprendizajes por adaptación, relativos a la simetría axial, que se logran en la interacción con el medio.
2. Analizar el proceso de institucionalización para identificar las intervenciones adecuadas e inadecuadas del profesor de acuerdo a la teoría.
3. Identificar el rol del software en la construcción de conocimientos y en la introducción del saber por parte del profesor

2. Marco teórico y metodológico

2.1. Teoría de las situaciones didácticas

La secuencia de actividades diseñada por el grupo Edumat, brinda mediante el empleo de distintas estrategias didácticas la posibilidad de alcanzar un óptimo desarrollo en la enseñanza y aprendizaje de la simetría axial, utilizando el software de geometría dinámica (SGD) Car-metal y haciendo un uso eficaz de la teoría de situaciones didácticas (TSD).

En cuanto a sus postulados concepciones y apropiación; para el diseño de actividades y análisis se tienen en cuenta los siguientes elementos teóricos:

Aprendizaje por adaptación

Según Acosta (2010), la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau (1998), “se construye alrededor del concepto de aprendizaje por adaptación, este aprendizaje es producto de la interacción del sujeto con un medio, sin la mediación de un profesor”; según este enfoque, en el aprendizaje por adaptación se considera esencialmente la interacción de un sujeto con un medio (que en muchos casos es material), interacción que puede describirse así:

1. El sujeto parte de una intención, de una meta que desea alcanzar.
2. para lo cual realiza una acción sobre el medio.
3. El medio reacciona a esa acción (lo cual recibe el nombre de retroacción).
4. El sujeto interpreta la retroacción del medio usando los conocimientos de los que ya dispone.
5. El sujeto valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio.

Esta validación puede tomar dos valores; cuando la acción realizada le permite alcanzar su intención, la validación es positiva y el sujeto refuerza esta acción; es decir, la repetirá con mayor frecuencia cuando quiera alcanzar esa intención. Cuando la acción realizada no le permite alcanzar su intención, la validación es negativa, y el sujeto cambia de acción, iniciando un nuevo ciclo acción-retroacción-validación. El producto de la validación es lo que se considera como señal de aprendizaje: el refuerzo o la modificación de una conducta observable.

Situación didáctica y situación a-didáctica

Ahora, ¿cómo considera la TSD la relación entre el aprendizaje por adaptación y la enseñanza escolar?; la TSD denomina situación a-didáctica a una actividad que produce un aprendizaje por adaptación, y la incluye dentro de una situación didáctica, que es una situación de clase. La TSD caracteriza la situación didáctica como una situación en la que intervienen tres

elementos: un saber (a enseñar), un profesor (que desea enseñar ese saber) y un/unos alumnos (que desean aprender ese saber).

El postulado fundamental de la teoría de situaciones es que no es posible transmitir de manera directa el saber. La manera indirecta de transmitir el saber consiste en poner a funcionar una situación adidáctica que produzca el conocimiento y luego confrontarlo con el saber.

Brousseau señala que: “para todo conocimiento (matemático) es posible construir una situación fundamental, que puede comunicarse sin requerir de dicho conocimiento y para la cual, éste determina la estrategia óptima (1988a)”. La matemática como producto cultural permite pensar que no se puede acceder al saber matemático si no se dispone de los medios para incorporar las relaciones producidas en la resolución de un problema específico, en una construcción teórica que contenga estas relaciones.

Como lo sostiene Brousseau, “un medio sin intenciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiriera (1986)”. Entonces el profesor debe presentar a los alumnos una situación a-didáctica, que fomente el aprendizaje por adaptación, y que produce unos conocimientos; para hacerlo, debe preparar cuidadosamente un problema que planteará a sus alumnos (produciendo la intención necesaria para el aprendizaje por adaptación) y un medio con el cual los alumnos podrán interactuar para realizar el aprendizaje por adaptación; es decir, un medio en el cual puedan realizar acciones, que produzca unas retroacciones adecuadas (que puedan ser interpretadas por los alumnos para validar sus acciones).

Una vez los alumnos han adquirido un conocimiento producto de la situación a-didáctica, el profesor institucionaliza el saber, es decir; explicita las relaciones entre el conocimiento personal de los alumnos, contextualizado dentro de la situación a-didáctica, y el saber oficial.

Como apoyo para el desarrollo del marco teórico, se consultó el texto: **Iniciación a la Teoría de las Situaciones Didácticas. (Brousseau, 2007)**. Texto estructurado alrededor de tres ejes: 1. La Modelización de las Situaciones Didácticas; 2. La Teoría de las Situaciones Didácticas; 3. Las Situaciones Didácticas: Componentes y Estrategias. Brousseau centra su interés en la didáctica de las matemáticas, partiendo de la reflexión sobre su propia práctica. “La matemática constituye el campo en el que el niño puede iniciarse más temprano en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales” (Brousseau, 2007 pág. 11).

Considera además que la difusión de los conocimientos matemáticos para desarrollos futuros de la sociedad, demandan de una gran responsabilidad en las formas de enseñanza y en la comunicación de estos conocimientos; de allí que centre su interés en la relación entre los contenidos de la enseñanza y los métodos de educación; asumimos esta teoría como referente, ya que efectivamente el alumno puede producir su propio conocimiento cuando interactúa con un medio; para nuestro caso el software y por otro lado comprendemos como a través de dicha construcción autónoma por parte de los alumnos se puede formalizar el saber matemático con una apropiada intervención del profesor.

Según Margolinas (1993), en esta propuesta de enseñanza “debemos prestar atención a tres procesos fundamentales: el proceso de validación, el proceso de devolución y el proceso de institucionalización”.

Proceso de Validación:

La validación es condición indispensable para el aprendizaje por adaptación; el profesor debe vigilar y acompañar el proceso de validación. Según Margolinas (1993), la validación: “es la posibilidad que tienen los alumnos de decidir sobre la validez de sus propias acciones”. “el elemento que permite la validación es el medio” (Brousseau, 1998) que gracias a sus potenciales

y restricciones, garantiza la posibilidad de la suspensión del juicio del profesor; ese medio que puede incluir un dispositivo material, permite a los alumnos, sin recurrir a los conocimientos por adquirir, sino basados únicamente en conocimientos ya adquiridos, decidir la validez de sus acciones.

El proceso de validación comprende todos los elementos de interacción del sujeto con el medio, interacción que conduce a la validación de las acciones y por lo tanto al refuerzo o al cambio de las acciones. En otras palabras, el proceso de validación es el garante del aprendizaje por adaptación. Por lo tanto, en este estudio buscamos identificar episodios de interacción de los alumnos con el SGD que conducen a un aprendizaje por adaptación relativo a la simetría axial.

Proceso de devolución

Es el acompañamiento que realiza el profesor al proceso de validación del alumno; con esto se busca favorecer la interacción del sujeto con el medio, e impedir que la interacción se interrumpa. El profesor debe hacer intervenciones directas durante la fase a-didáctica, facilitando la comprensión del problema, haciéndole ver al alumno las posibilidades de acción que puede tener y para hacerle tomar conciencia de las retroacciones del medio. Por otra parte, debe evitar interrumpir el proceso de validación, absteniéndose de emitir juicios de valor sobre la labor del alumno; bajo ningún motivo debe comunicar directa o indirectamente al alumno las acciones que lo llevarían a la solución de la tarea.

Proceso de institucionalización.

Según Margolinas (1993) “La institucionalización es un proceso que comienza con la presentación del problema y tiene dos momentos importantes: la fase de balance y la fase de institucionalización”. En la fase de balance, posterior a la fase a-didáctica, el profesor busca que los alumnos formulen los conocimientos construidos en la fase a-didáctica y logra acuerdos grupales sobre los procedimientos correctos o incorrectos. Esta fase le permite al profesor

distinguir si la fase a-didáctica funcionó apropiadamente, y si los alumnos han construido conocimientos que les permiten resolver el problema propuesto. En la fase de institucionalización el profesor presenta a los alumnos el saber matemático, alineándolo con relación a las experiencias acontecidas en la fase a-didáctica y con los acuerdos obtenidos en la fase de balance; el objetivo del profesor durante el proceso de institucionalización es separar gradualmente la validación del medio, para lograr que los alumnos puedan validar usando el saber.

Para este estudio, centramos el análisis de este proceso en la fase de balance, que llamamos puesta en común. Buscaremos episodios que permitan caracterizar la gestión que hace el profesor de esta fase, en relación con dos aspectos importantes de esta gestión. Por una parte, la conformación de un ambiente de clase que permita y promueva la discusión grupal sobre los conocimientos expresados en la acción, la formulación y la validación. Por otra, la construcción de acuerdos grupales sobre la validez de las acciones y formulaciones propuestas y su conexión con el saber geométrico.

El Software de Geometría Dinámica como medio

Según el modelo expuesto, uno de los elementos fundamentales del aprendizaje por adaptación, y por lo tanto de las situaciones a-didácticas, es el medio. El medio es aquello con lo que interactúa el alumno, sobre el cual puede realizar acciones y recibir retroacciones que le permitan la validación. Ese medio debe ser seleccionado o diseñado de manera cuidadosa para que los conocimientos producto del aprendizaje por adaptación, sean lo más parecidos posible al saber que se quiere enseñar.

El software de geometría dinámica Carmetal, es un medio adecuado para el aprendizaje por adaptación de la geometría pues su programación garantiza que todos los fenómenos

asociados con la construcción y la manipulación de figuras geométricas correspondan a la teoría de la geometría euclidiana.

2.2. Diseño Metodológico

Se asume la metodología Ingeniería Didáctica, cuya pretensión es precisar y confrontar las hipótesis y variables didácticas que orientan el diseño y la implementación de las actividades de clase.

La ingeniería didáctica.

Según Artigue, Michel (1995). La ingeniería didáctica tiene cuatro fases o componentes:

Análisis preliminares.

En los que se examinan los conceptos matemáticos que se procura enseñar desde lo epistemológico, didáctico y cognitivo con el propósito de identificar estructuras, relaciones, inconvenientes y dificultades relacionadas a estos.

Diseño y análisis a priori.

Donde se proponen situaciones a-didácticas y se explicitan las variables didácticas que incidirán en el aprendizaje.

Experimentación.

En la que se ponen en práctica las actividades diseñadas, y se recogen datos sobre las distintas interacciones: alumno – medio, alumno – alumno y alumno – profesor.

Análisis a posteriori.

En el que se interpretan los datos recogidos durante la experimentación, confrontándolos con el análisis a priori, intentando corroborar o refutar las hipótesis del diseño. Para el presente trabajo se asume el análisis a priori elaborado por el grupo EDUMAT, y se desarrollan las fases de experimentación y análisis a posteriori. La experimentación se hizo en la IED, El Jazmín; localidad puente Aranda, Bogotá D.C, durante las horas normales de clase, en una de las aulas de

informática. Se trabajó con alumnos del ciclo III, grado 702 de la jornada de la tarde con un total de 32 alumnos; los alumnos trabajaban por parejas. Se recogieron grabaciones en video de la interacción con el software de una pareja de alumnos (fase a-didáctica) y de los espacios de interacción del profesor con el grupo general de alumnos (puestas en común).

Como apoyo para el desarrollo del diseño metodológico, se consultó el texto:

Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Artigue, Douady & Moreno, 1995).

La ingeniería didáctica brinda una herramienta de trabajo a los profesores para la elaboración de realizaciones didácticas sustentadas y reflexivas, a su vez ofrece una metodología de investigación para la producción de conocimiento a través de la formulación, aplicación y evaluación del efecto de prácticas didácticas; como herramienta para el profesor, la ingeniería didáctica ofrece la posibilidad de diseñar, aplicar y evaluar realizaciones didácticas.

Este proceso sistemático desarrolla una toma de consciencia de la complejidad de la enseñanza, del aprendizaje y del conocimiento matemático que se moviliza en la clase y trata de generar una comprensión profunda de las características del comportamiento coherente o no coherente del profesor, de los alumnos y de la tarea matemática que genera la interacción entre los dos, también trata de tener un control que permita posteriormente evaluar los procesos de aprendizaje, con herramientas más profundas; de aquí su relevancia e importancia para ser escogida como nuestra metodología de investigación.

Categorías de análisis.

Para el análisis nos interesan dos procesos señalados en el marco teórico: el proceso de validación y el proceso de institucionalización, buscando confirmar dos hipótesis:

1. La interacción con el software fomenta aprendizajes por adaptación, que pueden ser aprovechados en el proceso de institucionalización del saber.
2. La gestión del proceso de institucionalización es un proceso laborioso, que demanda cambios en concepciones, funciones y gestión por parte del profesor, en el proceso de apropiación de la teoría. En consecuencia, se observarán tanto comportamientos adecuados como comportamientos inadecuados durante este proceso.

Por lo tanto, centramos el análisis en dos fases de las distintas actividades de la ingeniería didáctica: la fase adidáctica y la fase de puesta en común.

En la fase adidáctica buscamos evidencias de aprendizajes por adaptación que confirmen el rol del SGD y su impacto en el aprendizaje.

Tabla 4: Categorías de análisis de la fase adidáctica

Categorías	Clases	Indicadores
Tipos de aprendizaje	Por adaptación.	 Cambios o refuerzos de las acciones de los alumnos como producto de la interacción con el medio.
	Por imitación.	 Cambios o refuerzos de las acciones de los alumnos como producto de la observación de las acciones de un tercero (alumno o profesor).
	Por autoridad.	 Cambios o refuerzos de las acciones de los alumnos como producto de las instrucciones de un tercero a quien consideran una figura de autoridad (alumno o profesor).

En la puesta en común, correspondiente a lo que Margolinas llama fase de balance, buscamos evidencias de la gestión que realiza el profesor del proceso de institucionalización, identificando comportamientos apropiados y comportamientos inadecuados desde el punto de vista de la TSD. Es decir, comportamientos que favorecen la validación por parte de los alumnos, en la construcción de estrategias matemáticas para la solución de los problemas propuestos y los cambios de estrategias puramente perceptivas por estrategias matemáticas.

En las puestas en común están en juego los conocimientos de los alumnos que se manifiestan tanto en sus acciones como en sus afirmaciones y en la manera como aceptan o rechazan las acciones o las afirmaciones de los demás. La gestión de estos espacios debería garantizar que el saber no sea asimilado por los alumnos como una imposición por parte del profesor, sino como algo que responde a sus propios procesos de pensamiento y de argumentación. Para lograr este objetivo, es necesario generar un ambiente de clase en el que sea posible el intercambio y la discusión de puntos de vista, en el que los alumnos puedan asumir una actitud de científicos. Por eso enunciamos dos tipos de categorías para el análisis de la puesta en común: una categoría centrada en la gestión del ambiente de clase, es decir en los objetivos socio-afectivos de la puesta en común y una categoría centrada en la gestión del proceso de institucionalización, es decir en el objetivo de construcción colectiva del saber a partir de los conocimientos personales de los alumnos.

Tabla 5. Categorías de análisis de la puesta en común

Categorías	Clases	Indicadores
Apropiación de la teoría	Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos	<ul style="list-style-type: none"> + El profesor regula el comportamiento de los alumnos para reforzar las actitudes de escucha y respeto por la palabra. + El profesor solicita al alumno que describa su experiencia con el software. + El profesor acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales y hagan referencia a su experiencia con el software.
	Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos	<ul style="list-style-type: none"> + El profesor descalifica las referencias que hacen los alumnos a conocimientos personales o a su experiencia con el software. + El profesor espera que los alumnos hagan referencia al saber. + Si los alumnos no muestran una estrategia ganadora, el profesor interviene mostrando la estrategia.

Categorías	Clases	Indicadores
Apropiación de la teoría	Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización	<ul style="list-style-type: none"> ✚ El profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema, las cuales se señalaron en el desarrollo de las correspondientes tareas de la secuencia de actividades y en caso contrario propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia. ✚ El profesor cuida que sus interpretaciones personales sobre las palabras dichas por los alumnos corresponden a las Interpretaciones de estos. ✚ El profesor verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario busca que haya otros alumnos que la refuten. ✚ El profesor acuerda y oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento ✚ El profesor articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.
	Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización	<ul style="list-style-type: none"> ✚ El profesor no verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y tampoco propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia. ✚ El profesor no cuida que su interpretación personal de las palabras del alumno corresponda a la Interpretación del alumno. ✚ El profesor no identifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario no busca que haya otros alumnos que la refuten. ✚ El profesor no acuerda ni oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento ✚ El profesor no articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

3. Análisis de información

En este capítulo se presenta el análisis de los datos obtenidos en la fase de implementación del proyecto; se presentan las actividades con una breve descripción, los datos seleccionados y su análisis correspondiente; los datos extraídos de las transcripciones están organizados secuencialmente en tablas de cuatro columnas: una numeración secuencial, el sujeto examinado, la descripción de la acción observada y en algunos casos imágenes ilustrativas. En la descripción se utilizan las siguientes convenciones: frase sin ningún símbolo muestra lo que la

persona está diciendo; frase entre paréntesis circulares indica lo que hace la persona o lo que se observa en la pantalla; frase entre paréntesis angulares señala las interpretaciones del observador.

3.1. Actividad #1

3.1.1 Descripción de la actividad

Se quiere que los alumnos descubran los siguientes fenómenos visuales:

1. Si dos figuras son simétricas, una depende de la otra; es decir, una podrá arrastrarse directamente en la pantalla, pero la otra no, sin embargo, se moverá cuando la primera se mueva. Se pretende que los alumnos descubran que los triángulos verdes se pueden arrastrar y los rojos no, y que al arrastrar uno verde se mueve uno rojo.
2. Si dos figuras son simétricas, tienen movimientos contrarios con respecto al eje de simetría. Se pretende que los alumnos descubran que un triángulo verde y el rojo correspondiente tienen movimientos contrarios con respecto al eje de simetría.
3. Dos figuras simétricas coinciden a lo largo de una recta llamada eje de simetría. Se pretende que los alumnos constaten que las distintas posiciones en las que se superponen un triángulo verde y su simétrico rojo están a lo largo de una recta.

El profesor propone al grupo de alumnos la actividad, la cual está compuesta de series; para cada serie hay un archivo con una figura hecha en CarMetal, sobre la que los alumnos trabajarán en el desarrollo de (cuatro) tareas específicas; las primeras (tres) tareas a desarrollar de cada serie presentan (seis) triángulos y (un) círculo y para la (cuarta) tarea presentan (seis) triángulos y (tres) círculos cada una; en la realización de cada tarea, los alumnos no necesariamente deben saber manejar el programa y tampoco es necesario que el profesor enuncie las tareas, ya que esos enunciados los presenta el software y el alumno accede a estos

directamente, gracias a su automatización, sencillez y funcionalidad; las tareas a realizar con las figuras son:

Tarea1: Llevar todos los triángulos verdes dentro del círculo.

Tarea2: Llevar todos los triángulos rojos dentro del círculo

Tarea3: Llevar todos los triángulos dentro del círculo.

Tarea4: Colocar los tres círculos en algún lugar de la pantalla donde puedan ponerse todos los triángulos dentro de ellos.

Con el desarrollo de esta actividad se espera que los alumnos se familiaricen con algunos fenómenos visuales relativos a la simetría axial: que identifiquen que el movimiento de una figura depende de la otra, que reconozcan que los movimientos son contrarios respecto a un eje imaginario y logren identificar la posición de dicho eje;

Los aprendizajes esperados en esta actividad son:

Tarea1: Los triángulos verdes pueden arrastrarse y meterse en el círculo.

Tarea2: Los triángulos rojos no pueden arrastrarse, es necesario arrastrar los verdes para moverlos; los movimientos de verdes y rojos pueden ser contrarios o iguales.

Tarea3: Los triángulos verdes y rojos pueden superponerse, pero no en cualquier sitio de la pantalla; la tarea tres es imposible si no se puede mover el círculo.

Tarea4: El lugar donde se superponen los triángulos es una línea recta.

Para facilitar la descripción se asignaron números a los triángulos de las figuras de esta actividad, como se explica en la siguiente tabla.

Descripción del medio

En el archivo que abren los alumnos hay tres triángulos verdes y sus simétricos rojos con respecto a un eje de simetría oculto. También hay un círculo y dos botones: Tarea y T Ok. Al

hacer clic en el botón tarea aparece una ventana con el enunciado de la tarea que se propone. Al hacer clic en el botón OK aparece una ventana con la evaluación de la tarea, donde se le anima a continuar con otra tarea, o a revisar la tarea actual. Para las tres primeras tareas el círculo es fijo, no puede arrastrarse a otra parte de la pantalla; el eje de simetría oculto no pasa por el círculo. Al pasar a la tarea 4, aparecen otros dos círculos y se libera el primero, de manera que pueden colocarse en cualquier parte de la pantalla.

Cuando los alumnos han completado una serie de 4 tareas, el software cambia la posición del eje de simetría y vuelve a presentar la primera tarea (moviendo los triángulos y el círculo a la posición inicial, y fijando el círculo).

Los triángulos verdes pueden arrastrarse a cualquier lugar de la pantalla. Los triángulos rojos no se pueden arrastrar, pero se mueven al arrastrar los verdes, conservando la simetría. Los círculos pueden arrastrarse a cualquier parte de la pantalla, pero es imposible superponerlos: al intentar colocar un círculo sobre otro, el segundo se mueve.

En este archivo no hay herramientas de construcción disponibles, la única acción posible es el arrastre.

Tabla 6. Convenciones asignadas a los triángulos

			(V1,R1)
			(V2,R2)
			(V3,R3)

3.1.2 Análisis actividad#1 series [1 y 3] tarea1

Primera estrategia observada:

Consiste en que el alumno arrastra un triángulo verde y lo suelta dentro del círculo; la repetición de esta acción con todos los triángulos verdes y en series diferentes, nos muestra un refuerzo de la acción que corresponde al primer aprendizaje esperado y es un signo de aprendizaje por adaptación. Los alumnos utilizaron esta estrategia en las líneas 9 a 11 y 188 a 190.

Tabla 7. Análisis Acti1 / Serie 1 / Tarea1

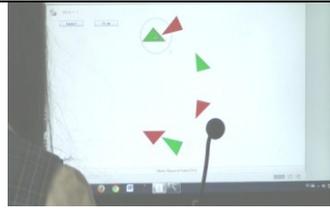
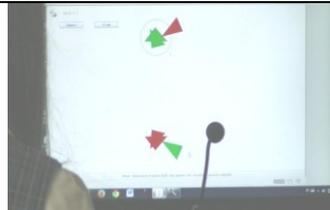
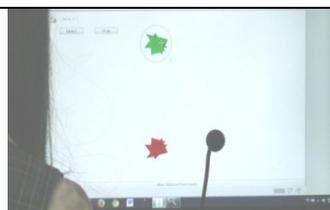
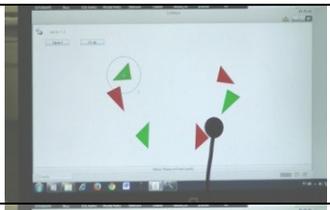
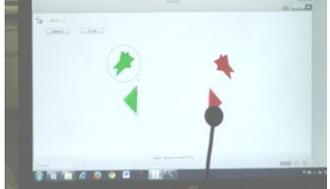
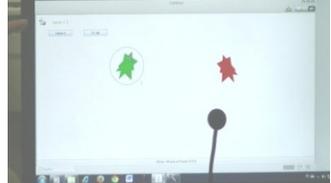
9.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón tarea1, da clic y aparece un cuadro de diálogo “meta los triángulos verdes dentro del círculo”. Cierra el cuadro de dialogo y Coloca el puntero sobre el triángulo verde2, lo arrastra y lo lleva al interior del círculo. El triángulo rojo2, también se desplaza).	
10.	Est2	(Sitúa el puntero sobre el triángulo verde1, lo arrastra y lo lleva al interior del círculo. El triángulo rojo1, también se desplaza).	
11.	Est2	(Pone el puntero sobre el triángulo verde3, lo arrastra en dirección hacia arriba y lo lleva al interior del círculo. El triángulo rojo3 se desplaza en sentido contrario, en dirección hacia abajo). ¡Listo!	

Tabla 8. Análisis Acti1 / Serie 3 / Tarea1

188	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón tarea1, da clic y aparece un cuadro de diálogo “meta los triángulos verdes dentro del círculo”. Cierra el cuadro de dialogo y coloca el puntero sobre el triángulo verde2, lo arrastra hacia la izquierda y lo lleva al interior del círculo. El triángulo rojo2 también se desplaza hacia la derecha).	
189	Est2	(Sitúa el puntero sobre el triángulo verde3, hace clic, lo arrastra hacia la izquierda y lo lleva al interior del círculo. El triángulo rojo3 también se desplaza hacia la derecha).	

190	Est2	(Sitúa el puntero sobre el triángulo verde1, hace clic, lo arrastra hacia la izquierda y lo lleva al interior del círculo. El triángulo rojo1 también se desplaza hacia la derecha).	
-----	------	--	---

3.1.3 Análisis actividad#1 series [1, 4] tarea2

Primera estrategia observada:

Consiste en que los alumnos intentan arrastrar los triángulos rojos y los triángulos no se mueven. Toman conciencia de la retroacción del medio cuando dicen “¡los triángulos no se mueven!” los alumnos utilizaron esta estrategia en la serie1 (líneas 31 a 41) y serie4 (líneas 236 a 239).

Segunda estrategia observada:

Consiste en que los alumnos mueven los triángulos verdes para poder meter los rojos en el círculo, serie1 (líneas 31 a 41) y serie4 (líneas 236 a 239). Este es el primer aprendizaje esperado. En las líneas 237 a 239, se observa un refuerzo de la acción, ya que los alumnos arrastran los otros triángulos verdes. Podemos concluir que se generó un aprendizaje por adaptación pues los alumnos continúan utilizando la estrategia de mover únicamente los triángulos verdes, abandonando la acción de intentar mover los rojos; en las líneas 34 y 35 se identifica el segundo aprendizaje esperado, pues los alumnos encuentran que los movimientos de los triángulos verdes y rojos son contrarios: “cuando movimos este verde hacia abajo... este rojo se fue para arriba”.

Tabla 9. Análisis Acti1 / Serie 1 / Tarea2

31	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón aceptar, hace clic y el cuadro de diálogo desaparece. Desplaza el puntero y lo ubica sobre los triángulos rojos, [hace clic sobre uno de ellos] y luego aleja el puntero hacia arriba). ¡Los triángulos no se mueven!	
----	------	--	---

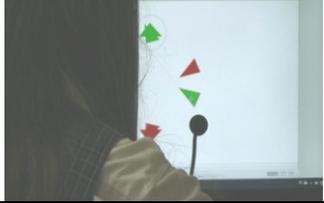
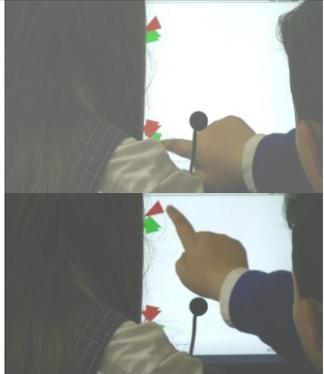
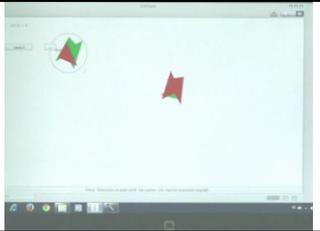
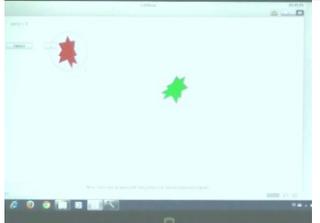
32	Est2	(Lleva el puntero sobre los triángulos verdes y hace clic, aparece un menú de dialogo desplegable que dice ¿desplazar que objeto?).	
33	Est1	¡Sáquelo de ahí!	
34	Est2	(Hace clic otra vez sobre los triángulos verdes y arrastra el triángulo verde3 fuera del círculo. El triángulo rojo3 también se mueve).	
35	Est1	¡Mire!, este rojo se movió hacia arriba. (Señala con su dedo índice el triángulo rojo3) cuando movimos este verde hacia abajo... (Señala con su dedo el triángulo verde3), este rojo se fue para arriba.	
36	Est2	¡Sí!	
37	Est2	(Coloca el puntero sobre los triángulos verdes, aparece un menú de diálogo desplegable que dice ¿desplazar que objeto? Arrastra el triángulo verde2 fuera del círculo, el triángulo rojo2 también se mueve).	
38	Est2	(Coloca el puntero sobre el triángulo verde1, lo arrastra fuera del círculo, el triángulo rojo1 también se mueve).	
39	Est2	(Coloca el puntero sobre el verde1, hace clic y lo arrastra hacia abajo para acomodar el rojo1 dentro del círculo).	
40	Est2	(Ubica el puntero sobre el verde2 hace clic, lo mueve hacia abajo y hacia un lado para acomodar el rojo2 dentro del círculo).	
41	Est2	(Ubica el puntero sobre el verde3, hace clic y lo mueve hacia abajo y hacia un lado para acomodar el rojo3 dentro del círculo. Aplaudes)	

Tabla 10. Análisis Acti1 / Serie 4 / Tarea2

236	Est2	(Lleva el puntero sobre los triángulos verdes y [hace clic], aparece un menú de dialogo desplegable que dice ¿desplazar que objeto?).
-----	------	---

237	Est2	(Hace clic sobre el triángulo verde2 y lo arrastra fuera del círculo hacia la derecha para acomodar un triángulo rojo2 dentro del círculo).	
238	Est2	(Ubica el puntero sobre los otros triángulos verdes y [hace clic], aparece un menú de dialogo desplegable que dice ¿desplazar que objeto?). Arrastra el triángulo verde3 fuera del círculo hacia la derecha, para acomodar el triángulo rojo3 dentro del círculo).	
239	Est1	(Ubica el puntero sobre el triángulo verde1 y [hace clic]. Lo Arrastra fuera del círculo hacia la derecha, para acomodar el triángulo rojo1 dentro del círculo).	

3.1.4 Análisis actividad#1 series [1, 3, 4] tarea3

Primera estrategia observada:

Consiste en que los alumnos tratan de mover el círculo: “desliza el puntero y [hace clic sobre el círculo], el círculo no se mueve; vuelve y desliza el puntero sobre el borde del círculo [hace clic sobre el círculo] ¡no se puede!”; este es el segundo aprendizaje esperado. Los alumnos comprenden que los triángulos no pueden juntarse en cualquier parte de la pantalla y por eso intentan cambiar la posición del círculo. Los alumnos utilizaron esta estrategia en la serie1 (líneas 62 a 77) y serie3 (líneas 205 a 213).

Segunda estrategia observada:

Consiste en que los alumnos arrastran los triángulos verdes hasta que se superponen con los rojos, luego intentan arrastrar el círculo para ponerlo en esa posición para finalmente decir que no es posible; este es el primer aprendizaje esperado, ya que encuentran que los triángulos rojos y verdes tiene movimientos contrarios y pueden superponerse, pero no en cualquier sitio de la pantalla. Los alumnos utilizaron esta estrategia y refuerzo de acción en las líneas 63, 64 y 206 a 208).

En las siguientes series; líneas 243 a 245, los alumnos no intentan resolver la tarea, lo que constituye un signo de aprendizaje por adaptación, pues ya saben que la tarea es imposible. Finalmente, en las líneas 76 y 213, los alumnos 1 y 2 explican: “el círculo no se mueve; los triángulos tienen un punto de encuentro; el punto donde se encuentran los triángulos no coincide con el círculo”, de manera que tomaron conciencia de los fenómenos visuales enunciados en los objetivos de la actividad.

Tabla 11. Análisis Act1 / Serie1 / Tarea3

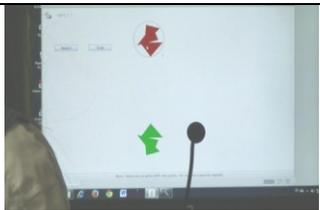
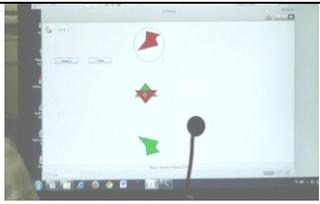
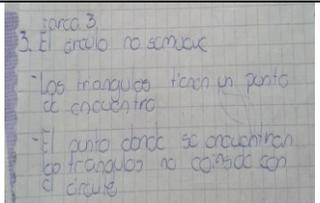
62	Est2	(Coloca el puntero sobre los triángulos rojos, desliza el puntero y [hace clic sobre el círculo], el círculo no se mueve. Vuelve y desliza el puntero sobre el borde del círculo [hace clic sobre el círculo] ¡no se puede!).	
63	Est2	(Coloca el puntero sobre el verde2, hace clic y lo arrastra en dirección hacia arriba, el triángulo rojo2 se desplaza hacia abajo. Arrastra otra vez el verde2 en dirección arriba y abajo alternadamente, detiene el arrastre cuando los triángulos verde2 y rojo2 se superponen en un punto de la trayectoria seguida por ambos triángulos)	
64	Est2	(Coloca el puntero sobre el verde2, lo arrastra en sentidos arriba y abajo, el rojo2 se desplaza en sentidos contrarios). (Detiene el arrastre cuando los dos triángulos se superponen en un punto, desliza el puntero y lo coloca sobre el borde del círculo).	
65	Est1	(Desliza el puntero y lo coloca sobre el círculo repetidas veces, vuelve a colocar el puntero sobre el triángulo verde2)	
66	Est3	Profé ¡no se puede!	
67	Est4	Tampoco pudimos ¡profe! ¡Profe!	
68	Prof.	Bueno grupo3 si no se puede realizar la tarea entonces opriman t3ok	
69	Est3	¡Listo!	
70	Prof.	Bueno muy bien grupos ¿qué dice la ventana de dialogo? ahora van a escribir en su cuaderno por qué no se puede resolver la tarea.	
71	Prof.	Grupos, los que ya terminaron anoten en su cuaderno las conclusiones)	
72	Est2	¡Dele t3 Ok;	
73	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón t3ok, hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “escriba en su cuaderno por qué no es posible realizar esta tarea”).	
74	Est2	¡Acepte! y escribamos.	
75	Est1	Bueno. [escriben en su cuaderno]	
76	Prof.	[extracto escaneado, escrito por los alumnos 1 y 2; explican el por qué no fue posible resolver la tarea]	
77	Prof.	¡Muy bien! los que ya escribieron en su cuaderno le van a dar aceptar.	

Tabla 12. Análisis Acti1 / Serie3 / Tarea3

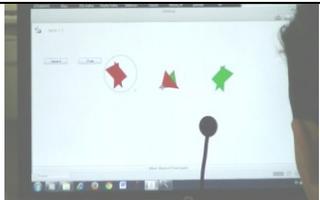
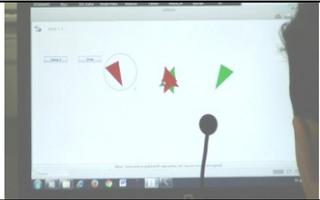
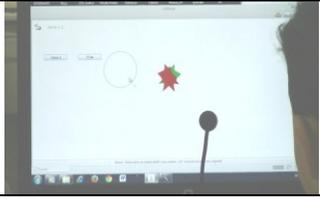
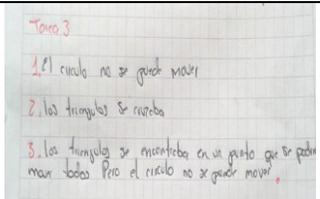
205	Est1	(Lleva el puntero sobre los triángulos verdes, hace clic y aparece un menú de dialogo desplegable que dice ¿desplazar que objeto?).	
206	Est1	(Hace clic sobre un triángulo verde2 y lo arrastra hacia la izquierda para acomodar el triángulo rojo2 que también se mueve simultáneamente, ubica los dos triángulos en un punto de su trayectoria donde se superponen).	
207	Est1	(Coloca el puntero sobre el triángulo verde1, hace clic y lo arrastra hacia la izquierda para acomodar el triángulo rojo1 que también se mueve simultáneamente, ubica los dos triángulos sobre el punto de superposición de los triángulos anteriores).	
208	Est1	(Coloca el puntero sobre el triángulo verde3, hace clic y lo arrastra hacia la izquierda para acomodar el triángulo rojo3 que también se mueve simultáneamente, ubica los dos triángulos sobre el punto de superposición de todos los triángulos anteriores).	
209	Est1	(Coloca el puntero sobre el círculo, hace clic, [trata de desplazarlo] el círculo no se mueve).	
210	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón t3ok, hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “escriba en su cuaderno por qué no es posible realizar esta tarea”).	
211	Est2	¡Bien!	
212	Est1	Listo. [escriben en su cuaderno]	
213	Prof.	[extracto escaneado, escrito por los alumnos 1 y 2; explican el por qué no fue posible resolver la tarea]	

Tabla 13. Análisis Acti1 / Serie 4 / Tarea3

242	Est1	(Hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Aparece en la parte superior izquierda un enunciado “serie3”, un botón tarea3 y otro botón t3ok).
243	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón t3ok, hace clic y aparece el cuadro de dialogo que dice: “escriba en su cuaderno porque no es posible resolver esta tarea”).
244	Est1	[escriben en su cuaderno]
245	Prof.	[extracto escaneado, escrito por los alumnos 1 y 2; explican el por qué no fue posible resolver la tarea]

3.1.5 Análisis actividad#1 series [1, 2 y 3] tarea4

Primera estrategia observada:

Consiste en que los alumnos juntan todas las parejas de triángulos correspondientes en un solo sitio de la pantalla y después pasan sucesivamente todos los círculos sobre los triángulos; pero abandonan la estrategia gracias a las retroacciones del software, que impide que los círculos se superpongan; estas retroacciones actúan como acciones de devolución llevando al alumno a entender en qué consiste la tarea. Se cumple así uno de los aprendizajes esperados, ya que los alumnos arrastran un triángulo verde para juntarlo con su pareja en algún lugar, dado que en la actividad anterior encontraron que un triángulo y su pareja se unen en algunos sitios de la pantalla y de esta manera mover uno de los círculos a esa posición, quedando un triángulo y su simétrico dentro de él. Los alumnos utilizaron esta estrategia en las series 1,2 y 3 de la tarea4; en las líneas 92 a 95; 100 y 109 a 111.

Segunda estrategia observada:

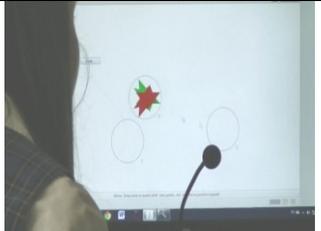
consiste en que los alumnos no solo juntan los triángulos, sino que buscan varias posiciones donde los triángulos se juntan y determinan que hay una línea recta que es donde los triángulos se juntan y observan que las parejas de triángulos solo se unen a lo largo de esa recta y que además no hay otras posiciones donde suceda esto; esto es un signo de aprendizaje por adaptación, pues encuentran que la única manera de concluir la tarea es descubrir la presencia del eje de simetría, que es en últimas lo que se pretendía. Los alumnos utilizaron esta estrategia en las las líneas 115 a 119; 123 a 131; 175 a 183 y 217 a 224.

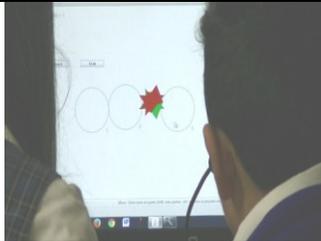
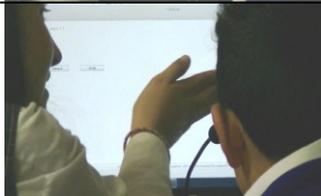
Durante el desarrollo de esta actividad no hay manifestaciones de ningún de aprendizaje por imitación o de aprendizaje por autoridad.

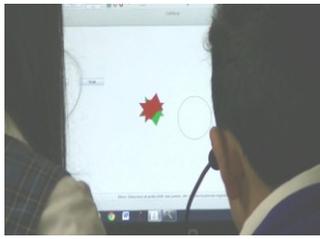
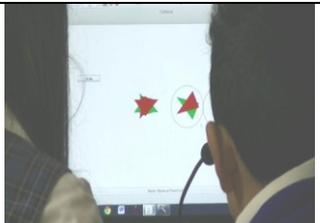
Tabla 14. Análisis Acti1 / Serie1 / Tarea4

92	Est2	¡Hay que juntarlos todos! Señala con su dedo índice y pulgar los dos grupos de triángulos.
----	------	--

93	Est2	(Coloca el puntero sobre el círculo2 y lo arrastra a la derecha. Ubica el puntero sobre los triángulos verdes superpuestos, hace clic sobre uno de ellos y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde2 hacia la izquierda, el triángulo rojo2 se desplaza hacia la izquierda, los dos triángulos correspondientes quedan superpuestos en un punto).	
94	Est1	(Ubica el puntero sobre los otros dos triángulos verdes superpuestos, hace clic sobre uno de ellos y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde1 hacia la izquierda y lo coloca sobre los triángulos que están superpuestos, el triángulo rojo1 se desplaza en la misma dirección hacia la izquierda, y se ubica sobre este mismo punto).	
95	Est1	(Ubica el puntero sobre el triángulo verde3, hace clic sobre él y lo Arrastra hacia la izquierda y lo coloca sobre el mismo punto donde los triángulos están superpuestos, el triángulo rojo3 se desplaza en la misma dirección hacia la izquierda, y se ubica sobre este mismo punto).	

100	Est1	(Coloca el puntero sobre el borde del círculo1, lo arrastra y lo ubica sobre el grupo de triángulos superpuestos).	
109	Est1	(Coloca el puntero sobre el borde del círculo2, lo arrastra hacia la izquierda y empuja con este al círculo 1 desplazándolo más a la izquierda y coloca el círculo2 sobre el grupo de triángulos superpuestos. Coloca el puntero sobre el botón t4ok, hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “no ha metido todos los triángulos en el círculo1” hace clic en aceptar y desaparece el cuadro de dialogo).	
110	Est1	(Ubica el puntero sobre el círculo3, lo arrastra empujando y desplazando el círculo2 y lo ubica sobre el grupo de triángulos superpuestos. Coloca el puntero sobre el botón t4ok, hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “no ha metido todos los triángulos en el círculo1” hace clic en aceptar y desaparece el cuadro de dialogo).	
111	Est1	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos superpuestos que están dentro del círculo2, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto? Reacomoda los triángulos superpuestos en el mismo punto e intercambia nuevamente los tres círculos uno a uno colocándolos sobre los triángulos superpuestos).	

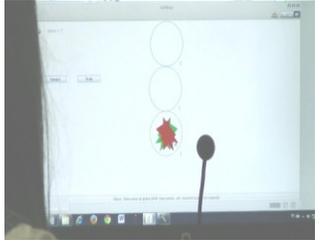
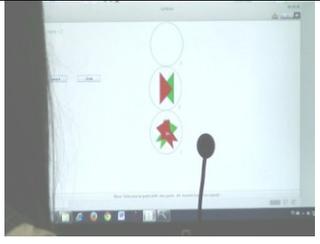
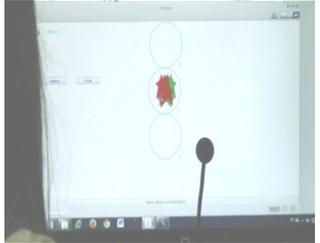
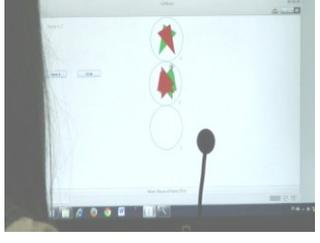
115	Est1	[la cámara se mueve ligeramente y al retomar la imagen] (coloca el puntero sobre el círculo1 hace clic y lo arrastra a la izquierda del grupo de triángulos superpuestos. hace clic sobre el círculo2, lo arrastra hacia la izquierda, lo ubica en medio del grupo de triángulos superpuestos y el círculo1 tangente al círculo1. hace clic sobre el círculo3, lo arrastra y lo ubica al lado derecho del grupo de triángulos superpuestos)	
116	Est2	¡Creo que van así en línea hacia allá!, indica colocando su mano derecha en una posición horizontal)	

117	Est2	(Coloca el puntero sobre el círculo3 hace clic, lo arrastra y lo coloca más hacia la derecha del grupo de triángulos superpuestos. Coloca el puntero sobre el borde del círculo 2 hace clic, lo arrastra y lo coloca contiguo a la izquierda del círculo3, coloca el puntero sobre el borde del círculo1, hace clic, lo arrastra y lo coloca contiguo a la izquierda del círculo 2).	
118	Est2	(Alinea horizontalmente a la derecha del grupo de triángulos superpuestos los círculos).	
119	Est2	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos superpuestos, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde1 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo1, el triángulo rojo1 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo1).	

123	Est2	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos superpuestos, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde2 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo1, el triángulo rojo2 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo1).	
124	Est2	(Coloca el puntero sobre la última pareja de triángulos superpuestos, hace clic y arrastra el triángulo verde3 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo1, el triángulo rojo3 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo1).	
125	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón t4ok, hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “no ha metido todos los triángulos en el círculo2. Hace clic en aceptar y desaparece el cuadro de dialogo).	
126	Est2	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos ubicados dentro del círculo1, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde3 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo2, el triángulo rojo3 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo2).	
127	Est2	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos ubicados dentro del círculo1, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde2 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo2, el triángulo rojo2 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo2).	
128	Est2	(Coloca el puntero sobre la última pareja de triángulos ubicados dentro del círculo1, hace clic y arrastra el triángulo verde1 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo2, el triángulo rojo1 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo2).	
129	Est1	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos ubicados dentro del círculo2, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde2 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo3, el triángulo rojo2 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo3).	
130	Est1	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos ubicados dentro del círculo2, hace clic y aparece un menú desplegable que dice: ¿desplazar que objeto?) Arrastra el triángulo verde1 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo3, el triángulo rojo1 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo3).	
131	Est1	(Coloca el puntero sobre la última pareja de triángulos ubicados dentro del círculo2, hace clic y	

		arrastra el triángulo verde3 hacia la derecha y lo ubica dentro del círculo3, el triángulo rojo3 también se desplaza hacia la derecha y se ubica dentro del círculo3).
--	--	--

Tabla 15. Análisis Actil / Serie2 / Tarea4

175	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el último triángulo verde lo arrastra hacia abajo para acomodarlo junto con el último triángulo rojo justo sobre el punto de superposición de las parejas de triángulos anteriores).	
176	Est1	(Reubica de nuevo los círculos. Coloca el puntero sobre el círculo1, lo arrastra y lo ubica sobre el grupo de triángulos superpuestos, pone ahora el puntero sobre el círculo2, lo arrastra y lo sitúa justo encima del círculo1, acomoda el puntero sobre el círculo3, lo arrastra y lo ubica sobre el círculo2).	
177	Est1	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos superpuestos dentro del círculo1, aparece un cuadro de diálogo que dice ¿desplazar que objeto? Coloca el puntero sobre un triángulo verde, lo arrastra hacia arriba hasta colocarlo dentro del círculo2 un triángulo rojo se desplaza y se ubica dentro del círculo2 superpuesto al verde).	
178	Est1	(Ubica el puntero sobre el grupo restante de triángulos superpuestos aparece un cuadro de dialogo que dice ¿desplazar que objeto?, coloca el puntero sobre otro triángulo verde, lo arrastra hacia arriba y lo ubica dentro del círculo2, otro triángulo rojo se desplaza y se ubica dentro del círculo2 superpuesto a los otros triángulos).	
179	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el último triángulo verde lo arrastra hacia arriba para acomodarlo junto con el último triángulo rojo en el círculo2, justo sobre el punto de superposición de las parejas de triángulos anteriores).	
180	Est1	(Coloca el puntero sobre el grupo de triángulos superpuestos dentro del círculo2, aparece un cuadro de diálogo que dice ¿desplazar que objeto? Coloca el puntero sobre un triángulo verde, lo arrastra hacia arriba hasta colocarlo dentro del círculo3 un triángulo rojo se desplaza y se ubica dentro del círculo3 superpuesto al verde).	
181	Est1	(Ubica el puntero sobre el grupo restante de triángulos superpuestos aparece un cuadro de dialogo que dice ¿desplazar que objeto?, coloca el puntero sobre otro triángulo verde, lo arrastra hacia arriba y lo ubica dentro del círculo3, otro triángulo rojo se desplaza y se ubica dentro del círculo3 superpuesto a los otros triángulos).	

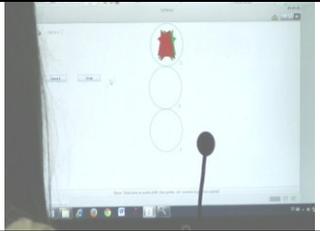
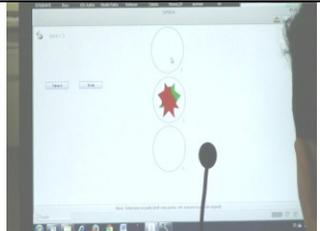
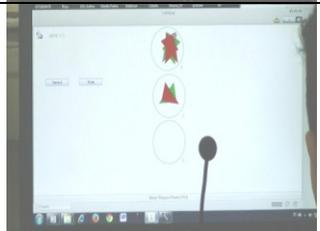
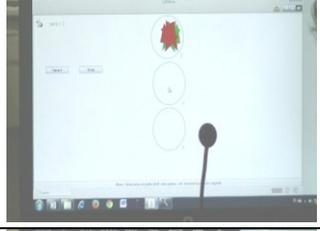
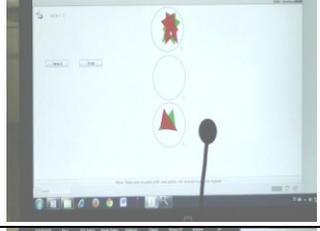
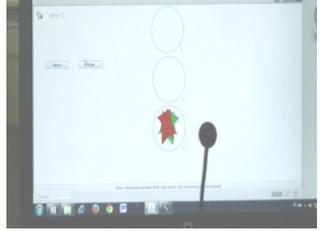
182	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el último triángulo verde lo arrastra hacia arriba para acomodarlo junto con el ultimo triángulo rojo en el círculo3, justo sobre el punto de superposición de las parejas de triángulos anteriores).	
183	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón t4ok, hace clic y aparece un cuadro de diálogo que dice “muy bien, antes de cerrar esta ventana, dibuje en su cuaderno la posición de los tres círculos”). [aplauden] ¡Sí! Dibujemos.	

Tabla 16. Análisis/Acti1 / Serie3 / Tarea4

217.	Est1	(Coloca el puntero sobre el círculo1, lo arrastra y lo ubica sobre el grupo de triángulos superpuestos, coloca ahora el puntero sobre el círculo2, lo arrastra y lo coloca sobre el círculo1, ubica ahora el puntero sobre el círculo3, lo arrastra y lo ubica debajo del círculo1).	
218.	Est1	(Ubica el puntero sobre el grupo restante de triángulos superpuestos arrastra el triángulo verde1 hacia arriba y lo ubica dentro del círculo2, el triángulo rojo1 se desplaza y se ubica dentro del círculo2 superpuesto a los otros triángulos).	
219.	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el triángulo verde3 del círculo1, lo arrastra hacia arriba para acomodarlo junto con el triángulo rojo3 en el círculo2, justo sobre el punto de superposición de las parejas de triángulos anteriores).	
220.	Est2	(Coge el mouse y coloca el puntero sobre el grupo de triángulos superpuestos en el círculo2, arrastra el triángulo verde3 hacia abajo, y lo ubica en el círculo3, el triángulo rojo3 se desplaza también hacia abajo en la misma dirección y se superpone con el verde en un mismo punto).	
221.	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el triángulo verde2 del círculo2, lo arrastra hacia abajo para acomodarlo junto con el triángulo rojo2 en el círculo3, justo sobre el punto de superposición de las parejas de triángulos anteriores).	

222.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón t3ok, hace clic y aparece un cuadro de diálogo que dice “muy bien, antes de cerrar esta ventana, dibuje en su cuaderno la posición de los tres círculos”).
------	------	--

Conclusiones del análisis de la actividad#1 [Tareas 1, 2, 3 y 4]

Se concluye que se cumplió el objetivo pretendido para la actividad, pues los alumnos a través de las distintas estrategias utilizadas para cada una de las cuatro tareas, lograron familiarizarse con los fenómenos visuales esperados, relativos a la simetría axial. Los alumnos descubrieron que los triángulos verdes se podían arrastrar y los rojos no, y que al arrastrar uno verde se movía uno rojo. También encontraron que un triángulo verde y el rojo correspondiente tenían movimientos contrarios con respecto a un eje de simetría. Además, corroboraron que las distintas posiciones en las que se superponen un triángulo verde y su simétrico rojo estaban a lo largo de una recta y que no hay otras posiciones donde suceda esto. Producto de esto colocaron los círculos formando una línea recta y finalmente metieron todos los triángulos dentro de cada círculo.

3.1.6 Puesta en común actividad # 1

Finalizadas las cuatro tareas con las seis series, se hace una puesta en común, con el propósito de que los alumnos expongan las estrategias que utilizaron para resolver las tareas con el fin de constatar que manifiestan los fenómenos visuales que se pretendía que descubrieran y que de alguna manera se hayan familiarizado con ellos; es importante que los alumnos hablen (con sus propias palabras) de la dependencia de los triángulos verdes y los rojos; los movimientos contrarios con respecto a una recta que pasa por la mitad de un triángulo rojo y su pareja; las orientaciones contrarias de los triángulos con respecto a tal recta; que hay lugares en los que el triángulo verde se superpone con el rojo (su simétrico); constaten que las distintas

posiciones en las que se superponen un triángulo verde y su simétrico rojo están a lo largo de una recta.

El profesor pedirá a algunos alumnos que pasen al frente del grupo para que expliquen a los demás cómo desarrollaron las tareas, es probable que los alumnos utilicen esencialmente su percepción, sin tomar conciencia de las propiedades geométricas que deben cumplirse.

3.1.7 Análisis puesta en común actividad#1

3.1.7.1 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor regula el comportamiento de los alumnos para reforzar las actitudes de escucha y respeto por la palabra.

Tabla 17. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/objetivos socio afectivos

312	Prof.	Miren eso que está diciendo él acá [se dirige al grupo de clase] ¡atención todos!
314.	Prof.	Levanten la mano los que están de acuerdo con él [se dirige nuevamente al grupo de clase] él dice que en ese punto se podían juntar todos los triángulos, pero el círculo no lo podían llevar hasta allá.
316	Prof.	Correcto. Permítanme por favor es que acá me interrumpieron ¿qué decía la tarea cuatro?
331.	Prof.	Espérate ahí, aguarda un momentico, dices que ahí se revisaba dónde se juntaban los triángulos. Eso que está diciendo su compañero es muy importante, él encontró una parte donde se unían los triángulos.
335.	Prof.	¡Espacio!, listo perfecto, creo que lo que estamos escuchando reúne muchas cosas de lo que algunos grupos están hablando en voz baja, pero necesito que hablen más fuerte
336.	Est9	¿Así profe? [Un alumno alza su voz].
337.	Prof.	Eso así fuerte.

En las intervenciones anteriores el profesor procura que los alumnos respeten el uso de la palabra, que escuchen las opiniones de sus compañeros y que exista orden para intervenir en la discusión.

Indicador 2: El profesor solicita al alumno que describa su experiencia con el software

Tabla 18. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/objetivos socio afectivos

271	Prof.	O sea que necesitaste moverlos y ¿qué observaste cuando movías esos triángulos?
272	Est2	Una unión extraña.
273	Est3	Son como polos opuestos.
287	Prof.	Pasemos a la tarea dos, la tarea dos decía: coloque los triángulos rojos dentro del círculo ¿qué paso?
288	Est2	Ahí había que mover los verdes, si no se movían los verdes no podíamos mover los rojos.
295.	Prof.	¿Y qué paso más?, ¿qué podemos decir ahí de la tarea dos? Aquí usted [señala a un alumno] me estaba señalando con sus manos, ¿qué era lo que me decía?
296.	Est6	Profé, que si el verde va para abajo el rojo va para arriba o lo contrario.
329.	Prof.	Bueno, ¿quién se acuerda? ojo aquí, ¿cómo ubicaron, o cual fue la estrategia para ubicar los círculos en las diferentes series?
330.	Est3	Primero tocaba revisar dónde los triángulos se tocaban, donde se juntaban.
331.	Prof.	Espérate ahí, aguarda un momentico, dices que ahí se revisaba dónde se juntaban los triángulos. Eso que está diciendo su compañero es muy importante, el encontró una parte donde se unían los triángulos.
332.	Est3	¡Un punto! Profé.
333.	Prof.	listo, sigue
334.	Est3	Y Luego resulta que como se encontraban los triángulos, pues miré y los coloqué en una línea los tres y luego los iba desplazando uno por uno al otro círculo y así sucesivamente.
340	Prof.	Bueno eso es otra cosa, esto vuelve a ser muy importante, ¿cómo es eso que me estabas explicando; ¿qué movías? ¿un círculo allá?
341	Est3	O sea, que yo pensaba que era dejar en un punto fijo los triángulos y desplazar los círculos.
346	Prof.	Sí, eso es horizontal cierto. Y entonces en las otras series ¿cómo quedaba la posición de los círculos?
347	Est3	Lo que ocurre es que van cambiando la posición de cómo se desplazan los círculos las posiciones de los círculos van cambiando, unas veces horizontal, otras vertical y otras diagonal.

Estas intervenciones muestran como el profesor sí solicita a los alumnos que describan su experiencia con el software; este comportamiento del profesor es importante y apropiado desde

el punto de vista teórico, ya que al no centrar la discusión en el saber, sino en la experiencia vivida, promueve la participación de los alumnos. Las discusiones que se centran en el saber son interpretadas por los alumnos como un ejercicio de evaluación y por lo tanto inhiben la manifestación abierta de sus comportamientos y formas de pensar.

Indicador 3: El profesor acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales y hagan referencia a su experiencia con el software.

Tabla 19. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti1/puesta en común/objetivos socio afectivos.

284	Prof.	Acá están diciendo que hay un lugar donde se encuentran los triángulos.
285	Est6	O sea profe ¿se cruzan los dos ahí!
286	Prof.	Muy bien, vean lo que está diciendo su compañera que cuando ella trata de llevar los triángulos al círculo hay un sitio donde se encuentran con los rojos muy bien. Escribamos eso [indica a la alumno que consigne eso en el tablero].

320	Est9	¡Profe! yo los coloqué en fila.
321	Prof.	Bueno. Eso de coloco en fila qué significa, o sea ¿por qué los ubicó así?
322	Est9	Pues porque debían quedar en fila recta seguiditos, decía ahí, que había que colocarlos en el primero, luego en el segundo y luego en el tercero.
323	Prof.	Bueno muy bien, entonces coloquemos ahí: [le indica l alumno que escribe en el tablero] se ubicaron los círculos...
324	Est9	¡Juntos en recta!

344.	Prof.	Eso. Muy bien ¿cómo me estaba señalando con la mano? [se dirige al alumno que está hablando] O sea que la primera línea ¿cómo quedó?
345.	Est3	¡Así profe! [El alumno señala con su mano en posición horizontal] horizontal.
346.	Prof.	Sí, eso es horizontal ¡cierto!. Y entonces en las otras series ¿cómo quedaba la posición de los círculos?
347.	Est3	Lo que ocurre es que van cambiando la posición de cómo se desplazan los círculos. Las posiciones de los círculos van cambiando, unas veces horizontal, otras verticales y otras diagonales.

3.1.7.2 *Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos*

Indicador 1: El profesor descalifica las referencias que hacen los alumnos a conocimientos personales, o a su experiencia con el software.

Indicador 2: El profesor espera que los alumnos hagan referencia al saber.

Indicador 3: Si los alumnos no muestran una estrategia ganadora, el profesor interviene mostrando la estrategia.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

3.1.7.3 *Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización*

Indicador1: El profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema, y en caso contrario propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia

Tabla 20. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/act1/puesta en común/proceso de institucionalización.

279	Prof.	¡Muy bien!, eso es lo que vamos a anotar [le indica a la alumno que está escribiendo en el tablero], al mover los triángulos verdes dicen acá se mueven los rojos, ¿están de Acuerdo con el compañero?
280	Est5	Si se movían los verdes, entonces los rojos se movían, pero no se pueden mover los rojos.
281	Prof.	¡Muy bien! esa es una conclusión muy importante.
282	Est6	¡Sí! hay uno rojo y uno verde, el verde mueve al rojo

290	Prof.	Bueno, la pregunta es ¿cómo así que tenía que mover los verdes?
291	Est7	¡Sí! Pero en polos opuestos!
292	Prof.	¡muy bien! por aquí me señalan con sus manos [señala a un alumno de la clase]
293	Est5	Profe, los movimientos son contrarios
294	Prof.	¡Muy bien! los que están apuntando en su cuaderno mucho cuidado por favor porque esto es importante; todos deben tener esta información en sus cuadernos: los movimientos de los Triángulos son contrarios. Excelente ¡muy bien!

308	Prof.	Bueno si, pero cuando suben y bajan en ese trayecto ¿qué era lo que me decías?
-----	-------	--

309	Est7	Que los ubicaba en un lugar , pero no podía mover el círculo
310	Est7	Entonces cuando hacíamos eso los triángulos se cruzaban en un punto.
311	Prof.	O sea que había un momento donde se cruzaban en un punto y ¿ahí que pasaba en ese punto?
312	Prof.	Miren eso que está diciendo él acá [se dirige al grupo de clase] ¡atención todos!
313	Est8	En ese punto donde se cruzaban los podíamos colocar todos, pero el círculo no se podía mover a esa posición

325	Prof.	¡Muy bien! Se ubicaron los círculos en una línea recta. ¿Sí es correcto eso para todos? Bien, recuerden que había series de eso ¿según la serie, los círculos se ubicaron en la misma posición? ¿O hubo cambio en la posición cuando ubicaron los círculos en otra serie?
326	Est5	Variaba, profe [se escucha a los alumnos dialogar sobre la tarea]
327	Prof.	Bien, en la primera serie dicen que ubicaron los círculos en línea recta. ¿En la segunda serie los ubicaron otra vez en la misma posición? ¿O cómo hicieron ahí? ¿En esa serie la posición de los círculos era la misma de la anterior?
328	Est3	¡No, cambió de posición!
329	Prof.	Bueno, ¿quién se acuerda? ojo aquí, ¿cómo ubicaron, o cual fue la estrategia para ubicar los círculos en las diferentes series?
330	Est3	Primero tocaba revisar dónde los triángulos se tocaban, donde se juntaban.
331	Prof.	Espérate ahí, aguarda un momentico, dices que ahí se revisaba dónde se juntaban los triángulos. Eso que está diciendo su compañero es muy importante, el encontró una parte donde se unían los triángulos.
332	Est3	¡Un punto! Profe.
333	Prof.	listo, sigue
334	Est3	Y Luego resulta que como se encontraban los triángulos, pues miré y los coloqué en una línea los tres y luego los iba desplazando uno por uno al otro círculo y así sucesivamente.

Se observa en los extractos anteriores que el profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de los fenómenos visuales asociados a las propiedades de la simetría axial. En las líneas 279 a 282 verifica que los alumnos identificaron la dependencia de los triángulos verdes y los rojos. En las líneas 290 a 294 verifica que comprobaron los movimientos contrarios con respecto a una recta que pasa por la mitad de un triángulo rojo y su pareja. En las líneas 308 a 313 verifica que identifican lugares en los que el triángulo verde se superpone con el rojo (su simétrico). En las líneas 325 a 334 verifica que lograron precisar la ubicación de la recta (eje de simetría) pues constataron que las distintas posiciones en las que se superponen un triángulo verde y su simétrico rojo están a lo largo de una recta.

Es importante observar que el profesor hizo escribir las conclusiones de la experiencia en el tablero, utilizando las palabras de los propios alumnos, e hizo tomar nota de las mismas en el cuaderno.

Indicador2: El profesor cuida que sus interpretaciones personales sobre las palabras dichas por los alumnos corresponden a las interpretaciones de estos.

Tabla 21. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/act1/puesta en común/proceso de institucionalización.

272	Est2	Una unión extraña.
273	Est3	Son como polos opuestos.
274	Prof.	Bueno, entonces vamos a copiar esto en el tablero: [le indica a una alumno que escriba en el tablero] hay una unión extraña en los triángulos, eso es lo que está diciendo el compañero, ¿qué significa eso que está diciendo el compañero?
276	Prof.	Las demás personas que trabajaron esa actividad me gustaría que aporten si están o no de acuerdo con lo dicen los dos grupos anteriores; ellos dicen que hay una relación y los triángulos como que tienen una conexión o algo que hacía una unión extraña ¿eso que significará? ¿Qué pasaba cuando trataban de colocar los triángulos verdes en el círculo?
277	Prof.	La dos [señala a una pareja de alumnos]
278	Est4	que los rojos se movían
279	Prof.	¡Muy bien!, eso es lo que vamos a anotar [le indica a la alumno que está escribiendo en el tablero], al mover los triángulos verdes dicen acá se mueven los rojos, ¿están de acuerdo con el compañero?
280	Est5	Si se movían los verdes, entonces los rojos se movían, pero no se pueden mover los rojos.
283	Est6	Cuando se arrastran los triángulos verdes, depende la dirección se acercan o se encuentran en algún sitio.
284	Prof.	Acá están diciendo que hay un lugar donde se encuentran los triángulos.
285	Est6	O sea profe ¡se cruzan los dos ahí!
286	Prof.	Muy bien, vean lo que está diciendo su compañera que cuando ella trata de llevar los triángulos al círculo hay un sitio donde se encuentran con los rojos. Muy bien. Escribamos eso [indica a la alumno que consigne eso en el tablero].

Se observa en estas intervenciones que el profesor retoma las afirmaciones de los alumnos y solicita una confirmación o una reformulación por parte de otros alumnos. Esta conducta puede interpretarse en el sentido de verificar la interpretación que hacen los alumnos de sus propias formulaciones.

Indicador3: El profesor verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario busca que haya otros alumnos que la refuten.

Tabla 22. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/act1/puesta en común/proceso de institucionalización.

276	Prof.	Las demás personas que trabajaron esa actividad me gustaría que aporten si están o no de acuerdo con lo dicen los dos grupos anteriores; ellos dicen que hay una relación y los triángulos como que tienen una conexión o algo que hacía una unión extraña ¿eso que significará? ¿Qué pasaba cuando trataban de colocar los triángulos verdes en el círculo?
277	Prof.	La dos [señala a una pareja de alumnos]
278	Est4	que los rojos se movían
279	Prof.	¡Muy bien!, eso es lo que vamos a anotar [le indica a la alumno que está escribiendo en el tablero], al mover los triángulos verdes dicen acá se mueven los rojos, ¿están de acuerdo con el compañero?
280	Est5	Si se movían los verdes, entonces los rojos se movían, pero no se pueden mover los rojos.
311.	Prof.	Miren eso que está diciendo él acá [se dirige al grupo de clase] ¡atención todos!
312.	Est8	En ese punto donde se cruzaban los podíamos colocar todos, pero el círculo no se podía mover a esa posición
313.	Prof.	Levanten la mano los que están de acuerdo con él [se dirige nuevamente al grupo de clase] él dice que en ese punto se podían juntar todos los triángulos, pero el círculo no lo podían llevar hasta allá. ¿Algo más que decir sobre la tres? bueno vamos a pasar a la tarea cuatro, ¿quién me podría decir que tocaba hacer en la tarea cuatro?

En estas intervenciones el profesor solicita al grupo de alumnos que manifiesten su acuerdo o desacuerdo con afirmaciones hechas por un alumno en particular. Esta conducta es apropiada desde el punto de vista de la institucionalización, pues contribuye a la construcción de acuerdos colectivos sobre la experiencia vivida y sobre la forma de expresarla.

Indicador4: El profesor acuerda y oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

Tabla 23. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/act1/puesta en común/proceso de institucionalización.

279	Prof.	¡Muy bien!, eso es lo que vamos a anotar [le indica a la alumno que está escribiendo en el tablero], al mover los triángulos verdes dicen acá se mueven los rojos, ¿están de acuerdo con el compañero?
280	Est5	Si se movían los verdes, entonces los rojos se movían, pero no se pueden mover los rojos.

284	Prof.	Acá están diciendo que hay un lugar donde se encuentran los triángulos.
285	Est6	O sea profé ¡se cruzan los dos ahí!
286	Prof.	Muy bien, vean lo que está diciendo su compañera que cuando ella trata de llevar los triángulos al círculo hay un sitio donde se encuentran con los rojos muy bien. <i>Escribamos eso</i> [indica a la alumno que consigne eso en el tablero].

338	Prof.	Él está diciendo que los iba colocando en línea recta y por eso ya los podía mover de un círculo al otro, entonces <i>vamos a apuntar eso</i> : [se dirige a la alumna que está copiando en el tablero] llevó todos los triángulos a ese punto y ahí organizaba todos los círculos en una línea.
339	Est3	Cuando uno entiende eso, uno piensa dejar los triángulos en un punto fijo y desplazar los círculos.

En estas intervenciones se observa que el profesor reformula lo que dicen los alumnos y lo oficializa haciendo que lo anoten en el tablero y en el cuaderno.

Indicador5: El profesor articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No hay manifestaciones de este indicador, pues es prematuro introducir elementos del saber oficial, ya que la pretensión era constatar que los alumnos manifestaran los fenómenos visuales que se querían que descubrieran y que de alguna manera se hubiesen familiarizado con ellos.

3.1.7.4 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización

Indicador1: El profesor no verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y tampoco propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

Indicador2: El profesor no cuida que su interpretación personal de las palabras del alumno corresponda a la interpretación del alumno.

Indicador3: El profesor no identifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo o que la refuten.

Indicador4: El profesor no acuerda ni oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

Indicador5: El profesor no articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

Conclusiones del análisis de la puesta en común actividad #1

El profesor intervino adecuadamente durante el desarrollo de esta puesta en común, retomando una a una las cuatro tareas desarrolladas por los alumnos y permitiendo que ellos formularan sus estrategias y comunicaran y concertaran los aprendizajes adquiridos. Los alumnos tomaron conciencia de la dependencia de los triángulos comprendieron, que si dos figuras son simétricas, una depende de la otra.: que los triángulos verdes se podían arrastrar y los rojos no, y que al arrastrar uno verde se movía uno rojo. También constataron que las distintas posiciones en las que se superponen un triángulo verde y su simétrico rojo están a lo largo de una recta. En la tarea1, los alumnos comprendieron que los triángulos verdes podían arrastrarse y meterse en el círculo. En la tarea2, comprendieron que los triángulos rojos no podían arrastrarse, que era necesario arrastrar los verdes para moverlos y que los movimientos de verdes y rojos podían ser contrarios o iguales. En la tarea3, los triángulos verdes y rojos podían superponerse, pero no en cualquier sitio de la pantalla y que la tarea era imposible si no se podía mover el círculo. En la tarea4, encontraron que el lugar donde se superponían los triángulos era una línea recta.

3.2. Actividad1 / concurso

3.2.1 Descripción de la actividad

Se retoma el trabajo con la cuarta tarea de la actividad: colocar los círculos en una posición donde puedan meterse dentro de ellos todos los triángulos; pero se incluye una

condición: no pueden moverse los triángulos antes de ubicar los círculos; el concurso está organizado con dos objetivos: 1) Bloquear las estrategias perceptivas utilizadas por los alumnos para resolver esta tarea para que utilicen los conocimientos que han adquirido y logren anticipar la posición del eje de simetría. 2) Promover la formulación de las estrategias de los alumnos, quienes deben comunicarse para ponerse de acuerdo entre ellos.

El aprendizaje esperado en el concurso es: Identificar las parejas de triángulos simétricos para anticipar la posición del eje de simetría y ubicar los círculos sobre este eje, ya que de la tarea tres, ellos han descubierto que un objeto y su simétrico se superponen sobre el eje de simetría.

El profesor propone un concurso para resolver la tarea 4, aclarando que no podrán mover los triángulos antes de haber decidido la posición que deben tener los círculos. Los alumnos se organizan en grupos para practicar y ponerse de acuerdo en una estrategia para resolver la tarea. Finalmente, se realiza el concurso: el profesor escoge un representante de cada grupo para que pase delante de la clase a resolver la tarea; una vez que el representante acomoda los círculos, pide a un alumno de otro grupo que meta los triángulos dentro de los círculos para verificar. Si la mayoría de los grupos no logra resolver la tarea puede organizarse otro tiempo de preparación. Cuando la mayoría de los grupos hayan resuelto el problema el profesor organiza una puesta en común para que los grupos comuniquen a la clase sus estrategias.

Descripción del medio

Para este concurso los alumnos pueden trabajar con un archivo diferente para desarrollar la tarea 4. En este archivo aparecen los tres triángulos verdes y sus simétricos rojos, el eje de simetría permanece oculto, y aparecen los tres círculos. También hay cuatro botones: ‘tarea concurso’, ‘verificar’, ‘siguiente’ e ‘intentar de nuevo’. Al hacer clic en el botón ‘tarea concurso’

se abre una ventana con el enunciado del ejercicio. Antes de que los alumnos hagan clic en el botón ‘verificar’ no tienen posibilidad de arrastrar los triángulos, únicamente pueden arrastrar los círculos. Al hacer clic en el botón ‘verificar’ aparece una ventana que les pide ahora sí meter los triángulos dentro de cada uno de los círculos; en ese momento pueden arrastrar los triángulos, pero los círculos quedan fijos; de esta manera los alumnos pueden verificar por sí mismos si resolvieron correctamente la tarea y no podrán acomodar la posición de los círculos teniendo los triángulos superpuestos.

Al hacer clic en el botón ‘siguiente’ aparece una ventana con la evaluación del ejercicio: un mensaje que dice si aún no ha metido los triángulos en alguno de los círculos, o que lo invita a continuar. Si el alumno ha resuelto correctamente la tarea, el software cambia la posición del eje de simetría oculto y mueve los triángulos a la posición inicial. Si el alumno no ha resuelto la tarea puede hacer clic en el botón ‘intentar nuevamente’, que devuelve los triángulos y los círculos a la posición inicial, y fija los triángulos para que no puedan arrastrarse.

3.2.2 Análisis actividad1 / tarea concurso

Se observa que en las líneas 373 a 400, los cuatro grupos se encuentran en el desarrollo de la fase a-didáctica. Los alumnos trabajan las diferentes series y en las líneas 384 a 386, se observa como manifiestan el reconocimiento de algunas de las distintas posiciones en que pueden ubicarse los círculos. En las líneas 390 a 399, Se observa también al profesor motivando a los grupos para que busquen estrategias de solución para cumplir con la tarea y anunciando el concurso por grupos y las condiciones de este para escoger un grupo ganador.

Tabla 24. Análisis1/actividad #1/tarea concurso

373.	Prof.	Entonces por favor en grupo pueden empezar a trabajar, miren cuál sería la estrategia y yo ahorita escojo uno del grupo. [el tiempo trascurre y los grupos trabajan en la invención y ejecución de sus estrategias]
374.	Est3	Listo profe la tenemos[un alumno levanta su voz luego de varios minutos de trabajo en su grupo]
375.	Prof.	¿Ya la tienen?... Bueno los demás sigan trabajando que aquí hay un grupo que ya terminó

		y aquí hay otro grupo, también el grupo cuatro, pero ojo para todos porque hay unas series ahí, miren a ver si hay más.
376.	Est4	Los triángulos no pueden tocar los bordes[un alumno del grupo tres dice esto en voz baja]
377.	Prof.	Sigan trabajando [se escucha a los alumnos dialogar sobre la tarea constantemente]
378.	Est5	Los triángulos no pueden tocar los bordes del círculo...[un alumno del grupo tres, habla en un tono más fuerte; [risas del grupo]
379.	Est6	Siguiente hermano, ¡Listo profe!
380.	Prof.	Muy bien! dibuje en su cuaderno la posición de los círculos pero miren a ver si hay más series, quiero ver que terminen esa actividad, ¡ánimo!
381.	Est3	¡Profe! es la misma.
382.	Prof.	¿Miren a ver si es la misma?
383.	Est6	¡Parece que sí! miremos otra vez
384.	Est7	Pero póngalos como yo le dije vertical [el alumno dialoga con sus compañeros]
385.	Prof.	A bueno entonces continúen, ¿será que es la misma? miren bien.
386.	Est7	¡No! Es diferente, esta inclinada.
387.	Prof.	A bueno realicen lo mismo a ver si... Grupo dos, cuantas ha solucionado. [se escucha a los alumnos dialogar sobre la tarea constantemente]
388.	Est5	Tres profe.
389.	Prof.	Sigan entonces con la siguiente recuerden que cada vez que se soluciona una tarea dibujan la posición de los círculos en su cuaderno.
390.	Prof.	Váyanse preparando porque en la puesta en común [al parecer no comprendió completamente la tarea concurso pues antes de nombrar la puesta en común debería hacer el concurso propuesto y los alumnos están aún en la fase a-didáctica] voy a escoger una persona, voy a escoger al más despistado de todos. deben estar ahí todos juiciosos, por eso es en grupo, no de cuatro personas sino de ocho,
391.	Prof.	¿Qué dice ahí? [Se dirige a un grupo de alumnos] bueno estoy viendo un trabajo excelente, no sé, si es que estoy muy animado. Siempre que terminen dibujen la posición de los círculos.[se escucha a los alumnos dialogar sobre la tarea constantemente]
392.	Prof.	¿Cuántos llevan grupo 4? [se dirige al grupo de alumnos]
393.	Est7	¡Tres profe! [se escucha a los alumnos dialogar sobre la tarea constantemente]
394.	Prof.	¡Grupo Tres! van muy adelantados quiere decir que están trabajando muy bien les rinde mucho.
395.	Prof.	Por aquí ¿cómo van? [Se dirige al grupo uno] cuantas series van, dibujen en su cuaderno las posiciones, necesito ver por lo menos seis series realizadas, ya se a quienes voy a escoger de los cuatro grupos, cuatro personas que me van a venir a colaborar, pues como todos están trabajando no importaría cuál.
396.	Est8.	Si profe. [se escuchan de fondo voces afirmativas de alumnos]
397.	Prof.	O sea que ya tienen estrategias en cada grupo, bueno veo que ya todos hicieron varias series, con esas series nos conformamos.
398.	Est4	Profe terminamos hace mucho tiempo
399.	Prof.	En este momento vamos a hacer el concurso de grupos, entonces ahora yo voy a trabajar una actividad que se va a llamar concurso número dos, ustedes no la van hacer en sus computadores, simplemente vamos a trabajar aquí en el tablero electrónico la mecánica será así: yo escojo un alumno de cada grupo, él viene y ubica los círculos.
400.	Prof.	Luego viene una persona de un grupo contrario y ubica los triángulos. Entonces, grupo uno Carolina ¡ven acá! me vas ubicar los círculos con la estrategia que como grupo escogieron.

A continuación presentamos el análisis del concurso realizado con los representantes de cada grupo ante toda la clase.

Estrategia observada:

Consiste en que los alumnos colocan los círculos en línea recta ubicando un círculo en medio de cada pareja de triángulos correspondientes y además, saben que la posición de esa recta depende de la posición de los triángulos. Esta estrategia fue utilizada por la totalidad de los grupos: el grupo2 utilizó esta estrategia en las líneas 424 y 425, el grupo 3 en las líneas 447 a 450, el grupo 4 en las líneas 460 y 461.

Tabla 25. Análisis2/actividad #1/tarea concurso

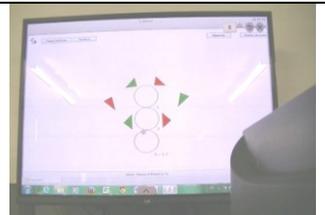
424	Prof.	Bueno, el grupo dos quiere mostrar su estrategia, entonces va a pasar Alirio y validara un integrante del grupo cuatro, atentos.	
425	Est1.g2	(Coloca el puntero del mouse sobre el círculo1, lo arrastra hacia arriba y lo ubica en una parte intermedia al grupo de triángulos, ubica el puntero sobre el círculo2, lo arrastra y lo coloca debajo del círculo1 en posición vertical, ubica el puntero sobre el círculo3, lo arrastra y lo coloca debajo del círculo2 en posición vertical).[los tres círculos quedan ubicados en línea recta vertical]	

Tabla 26. Análisis4/actividad #1/tarea concurso

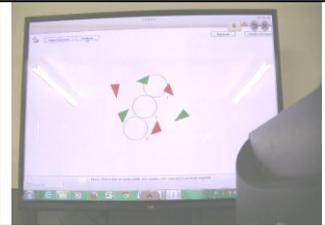
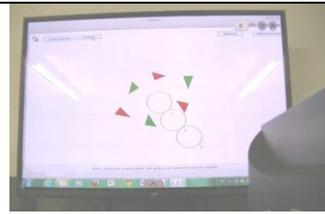
447.	Prof.	Grupo tres va a poner su estrategia, Grupo uno valida la estrategia, Pase Daniel	
448.	Est3.g3	Listo profé. Eso hagámosle	
449.	Est3.g3	(Coloca el puntero del mouse sobre el círculo1, lo arrastra hacia arriba y lo ubica en una parte intermedia entre un triángulo verde y uno rojo, ubica el puntero sobre el círculo2, lo arrastra y lo coloca debajo del círculo1 en posición diagonal izquierda, ubica el puntero sobre el círculo3, lo arrastra y lo coloca debajo del círculo2 en posición diagonal izquierda).[los tres círculos quedan ubicados en línea recta diagonal]	
450.	Est3.g3	Esa sí es, mire y verá profé.	

Tabla 27. Análisis6/actividad #1/tarea concurso

460	Prof.	Grupo cuatro necesitamos una estrategia de colocación de círculos, venga Claudia; ya viene la integrante de ese grupo	
461	Est5.g4	(Coloca el puntero del mouse sobre el círculo1, lo arrastra hacia arriba y lo ubica en una parte intermedia entre un triángulo verde y uno rojo, ubica el puntero sobre el círculo2, lo arrastra y lo coloca debajo del círculo1 en posición diagonal derecha, ubica el puntero sobre el círculo3, lo arrastra y lo coloca debajo del círculo2 en posición diagonal derecha).[los tres círculos quedan ubicados en línea recta diagonal]	

Es importante observar que el profesor hace la siguiente pregunta: “si yo tengo una posición determinada, por ejemplo ésta fue una de las soluciones ¿cierto? [El profesor dibuja en el tablero tres círculos en línea recta diagonal] Si hubiera un cuarto círculo ¿dónde lo colocarían? [Pregunta a todos los alumnos]”; y un alumno: “Profe yo lo colocaría al lado, iría recto [el alumno dibuja un cuarto círculo en la misma dirección de los tres anteriores] en posición recto profe”; podemos concluir que los alumnos ya reconocen la posición del eje de simetría como el lugar donde se superponen las parejas de figuras simétricas.

Tabla 28. Análisis8/actividad #1/tarea concurso

475	Prof.	Bien atención, una pregunta para finalizar, si yo tengo una posición determinada, por ejemplo ésta fue una de las soluciones ¿cierto? [El profesor dibuja en el tablero tres círculos en línea recta diagonal]. Si hubiera un cuarto círculo ¿dónde lo colocarían?[pregunta a todos los alumnos]	
476	Est6.g1	Profe yo lo colocaría al lado, iría recto [el alumno dibuja un cuarto círculo en la misma dirección de los tres anteriores]	
477	Prof.	¿Cómo dijiste?	
478	Est6.g1	En posición recto profe.	
479	Prof.	Bueno muchas gracias por su trabajo vamos a terminar aquí, por favor apagar sus computadores.	

Conclusiones del análisis del concurso

Se verifica en los análisis anteriores que los alumnos identificaron los triángulos correspondientes y luego colocaron los círculos en la mitad entre ellos para posteriormente arrastrar cada pareja de triángulos al interior de cada círculo. Anticiparon de esta manera la posición del eje de simetría. Se pretendía que la fase de puesta en común de este concurso permitiera confirmar que los alumnos lograron el aprendizaje esperado, pues podría presentarse que no todos descubrieran la estrategia ganadora y la puesta en común permitiría confrontar esta situación, ya que los distintos grupos expondrían la manera como planearon desarrollar la tarea; sin embargo, el profesor no realizó una puesta en común.

3.3. Actividad #3 [tarea1]

3.3.1 Descripción de la actividad

Los alumnos deben realizar la siguiente tarea: mover el segmento hasta que represente el espejo entre el triángulo rojo y el verde. El objetivo de esta actividad es que los alumnos precisen la posición del eje de simetría; que argumenten que el eje de simetría pasa por los puntos medios de los puntos simétricos; que comprendan que para ubicar un segmento que represente un espejo que refleja dos triángulos simétricos, deben tener en cuenta por lo menos dos parejas de puntos simétricos y lograr que el segmento pase por la mitad de cada pareja.

Descripción del medio

Para el desarrollo de esta actividad se usa un archivo en el que hay un triángulo rojo y su simétrico verde con respecto a un eje de simetría oculto. También hay un segmento y tres botones: 'Tarea', 'T OK', y 'ayuda'. Al hacer clic en 'Tarea' aparece una ventana con el enunciado de la tarea. Al hacer clic en 'T Ok' el software mueve los triángulos para que tengan un par de lados correspondientes paralelos al eje de simetría oculto y le solicita al alumno que mueva los triángulos hasta que dos de sus vértices coincidan (al acercarse al eje de simetría los puntos son atraídos por este); los alumnos pueden verificar si la tarea está correcta cuando los vértices de los triángulos se superponen sobre el segmento acercarse ; al hacer clic en ese botón se bloquea el desplazamiento del segmento para que no pueda acomodarse teniendo los puntos superpuestos; también aparecen en la pantalla otros dos botones: 'intentar nuevamente' y 'siguiente ejercicio'. Al hacer clic en 'intentar nuevamente' los triángulos vuelven a la posición inicial y se libera el desplazamiento del segmento. Al hacer clic en 'siguiente ejercicio' se evalúa la tarea: si el segmento está en la posición correcta, el software cambia la posición del eje de simetría oculto y regresa los triángulos y el segmento a la posición inicial. Al hacer clic sobre

‘Ayuda’ aparece una ventana que le explica al alumno que se mostrarán las distancias de los vértices de los triángulos al segmento, y aparecen números que representan esas distancias.

El triángulo rojo puede arrastrarse sin que cambie de inclinación si se toma del vértice del ángulo recto, y gira al arrastrar el vértice del ángulo agudo mayor. Después de haber realizado 4 ejercicios, el software impide el movimiento del triángulo rojo. El segmento puede arrastrarse tomándolo de sus extremos, o tomándolo del medio; en este caso se desplaza sin cambiar su longitud ni su inclinación.

Tabla 29. Convenciones asignadas al triángulo rojo

<p>El vértice No. 1. Permite trasladar el triángulo.</p> <p>El vértice No. 2. Permite girar el triángulo.</p> <p>El vértice No. 3. No permite ningún movimiento.</p>	
---	--

3.3.2 Análisis de la actividad #3 [tarea1]

Primera estrategia observada

La primera estrategia observada consiste en arrastrar el segmento, tomándolo de sus extremos y ajustar su posición en medio de los dos triángulos. Los alumnos utilizaron esta estrategia en el ejercicio1 (líneas 506 a 510). El alumno1 utiliza la estrategia, pero no termina la validación propuesta por el medio, líneas 509 a 511. Aparentemente decide acomodar el segmento después de haber hecho clic en el botón *tlok*, pero el medio se lo impide. La estrategia queda sin validar, pues el alumno2 toma el control del mouse y utiliza una estrategia diferente. Sin embargo, podemos afirmar que la estrategia fue invalidada, pues los alumnos no volvieron a utilizarla, este es un signo claro de aprendizaje por adaptación.

Tabla 30. Análisis ejercicio1 /actividad #3

506	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento, hace clic y lo arrastra estirándolo hacia abajo y lo coloca aproximadamente entre los dos triángulos).
-----	------	--

507	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo izquierdo del segmento, hace clic y lo arrastra estirándolo hacia abajo de tal manera que el segmento queda ubicado entre los dos triángulos).
508	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento, hace clic y lo arrastra un poco hacia arriba hasta acomodar el segmento en posición paralela a los lados correspondientes de los triángulos rojo y verde)
509	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón <i>tlok</i> hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta”).
510	Est1	(hace clic sobre el botón aceptar, desaparece el cuadro de diálogo y coloca el puntero sobre el vértice del triángulo rojo [no hace clic] coloca el puntero sobre el extremo derecho del segmento y hace clic sobre el botón <i>intentar nuevamente</i>)
511	Est2	¡Ahora yo! (Coloca el puntero sobre el vértice del triángulo rojo, hace clic y lo arrastra hacia abajo en dirección al segmento que se encuentra en medio de los dos triángulos. El triángulo rojo se desplaza hacia abajo y el verde hacia arriba, se detiene dejando los triángulos casi juntos con respecto a uno de sus lados correspondientes)

Segunda estrategia observada

La segunda estrategia observada consiste en arrastrar el triángulo rojo hasta casi hacer coincidir un lado de este con el lado correspondiente del verde y luego arrastrar el segmento, tomándolo de sus extremos y ajustar su posición en medio de los dos triángulos. Los alumnos utilizaron esta estrategia en el ejercicio1 (líneas 511 a 513), en el ejercicio2 (líneas 520 a 524), en el ejercicio3 (líneas 526 a 530) y en el ejercicio4 (líneas 546 a 550). En todos estos ejercicios, cuando los alumnos hacen clic sobre el botón *tlok*, los triángulos ‘se pegan’ y los alumnos hacen clic sobre el botón *siguiente ejercicio*, lo cual indica una validación de la estrategia. Además, la repetición de la estrategia constituye un refuerzo de la acción y un signo de aprendizaje por adaptación.

En el ejercicio5 (líneas 589 a 592), el alumno utiliza de nuevo esta estrategia, pero se ve invalidada por la retroacción del medio que le impide arrastrar el triángulo rojo. Esta retroacción fue programada para bloquear esa estrategia, a fin de que los alumnos utilizaran las distancias entre puntos correspondientes. Efectivamente, el alumno abandona esta estrategia (línea 597) lo cual constituye un aprendizaje por adaptación.

Tabla 31. Análisis ejercicio1 /actividad #3

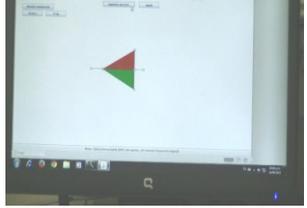
511.	Est2	¡Ahora yo! (Coloca el puntero sobre el vértice1 del triángulo rojo, hace clic y lo arrastra hacia abajo en dirección al segmento que se encuentra en medio de los dos triángulos. El triángulo rojo se desplaza hacia abajo y el verde hacia arriba, se detiene dejando los triángulos casi juntos con respecto a uno de sus lados correspondientes)	
512.	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento y lo arrastra y acomoda aproximadamente en medio de una pareja de puntos correspondientes. Arrastra el extremo izquierdo del segmento hasta colocarlo aproximadamente en la mitad entre otra pareja de puntos correspondientes)	
513.	Est2	(Hace clic sobre el botón <i>lock</i> y aparece un cuadro de dialogo que dice “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta”. Hace clic en aceptar, el cuadro de dialogo desaparece y los triángulos se mueven hasta que coinciden dos de sus vértices) [el software está programado para atraer los puntos cuando están muy cerca]	

Tabla 32. Análisis ejercicio2 /actividad #3

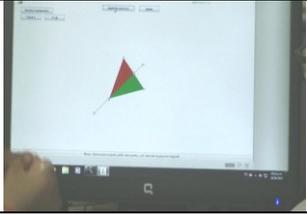
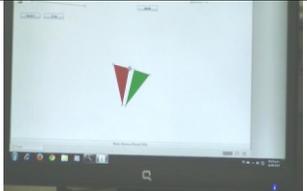
520.	Est1	(mueve el segmento a partir de los extremos, lo acomoda entre los dos triángulos)	
521.	Est1	(Coloca el puntero sobre el vértice1 del triángulo rojo, hace clic y lo arrastra hacia abajo en dirección al segmento que se encuentra en medio de los dos triángulos. El triángulo rojo se desplaza hacia abajo y el verde hacia arriba, se detiene dejando los triángulos casi juntos con respecto a uno de sus lados correspondientes)	
522.	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento, lo arrastra y acomoda en medio de una pareja de puntos correspondientes. Arrastra el extremo izquierdo del segmento hasta colocarlo aproximadamente en la mitad entre otra pareja de puntos correspondientes)	
523.	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón <i>lock</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta”).	
524.	Est1	(Hace clic en aceptar, el cuadro de dialogo desaparece y los triángulos se mueven hasta que coinciden dos de sus vértices) [el software está programado para atraer los puntos cuando están muy cerca]	
525.	Est1	(Hace clic sobre el botón <i>siguiente ejercicio</i> , y aparece el ejercicio3).	

Tabla 33. Análisis ejercicio3 /actividad #3

526.	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento, hace clic, ubica ahora el puntero sobre un vértice1 del triángulo rojo, hace clic y lo arrastra hacia la derecha. El triángulo verde se desplaza a la izquierda, se detiene dejando los triángulos casi juntos con respecto a uno de sus lados correspondientes)	
------	------	--	---

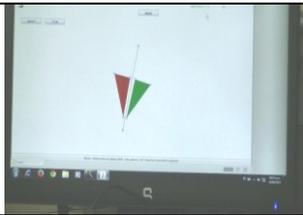
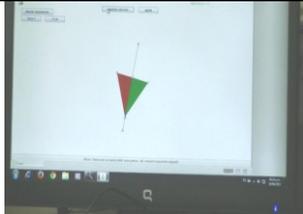
527.	Est2	(arrastra el segmento a partir de los extremos y lo ubica entre los dos triángulos)	
528.	Est2	(Coloca el puntero sobre el extremo izquierdo del segmento, hace clic y lo arrastra hasta acomodarlo en medio de un par de puntos correspondientes. coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento, hace clic y lo arrastra hasta acomodarlo en medio de otro par de puntos correspondientes).	
529.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>tIok</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta).	
530.	Est2	(Hace clic en aceptar, el cuadro de dialogo desaparece y los triángulos se mueven hasta que coinciden dos de sus vértices) [el software está programado para atraer los puntos cuando están muy cerca]	

Tabla 34. Análisis ejercicio4 /actividad #3

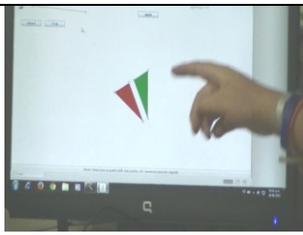
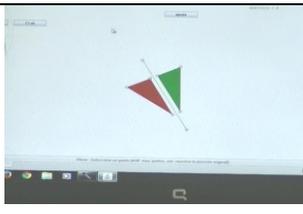
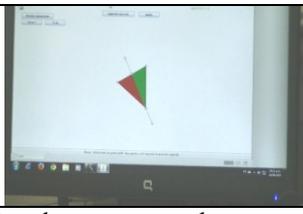
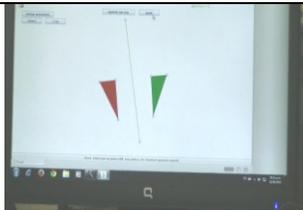
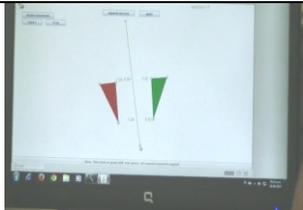
546.	Est1	(Ubica ahora el puntero sobre un vértice del triángulo rojo, hace clic y lo arrastra hacia la derecha. El triángulo verde se desplaza a la izquierda, se detiene dejándolos triángulos casi juntos con respecto a uno de sus lados correspondientes).	
547.	Est1	(arrastra el segmento a partir de los extremos y lo ubica entre los dos triángulos)	
548.	Est1	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento y hace clic, lo arrastra y acomoda aproximadamente en medio de uno de los pares de puntos correspondientes de los dos triángulos, coloca ahora el puntero sobre el extremo izquierdo del segmento, hace clic y lo arrastra hasta colocarlo aproximadamente entre el otro par de puntos correspondientes).	
549.	Est1	(Coloca el puntero sobre el botón <i>tIok</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta”)	
550.	Est1	(Hace clic en aceptar, el cuadro de dialogo desaparece y los triángulos se mueven hasta que coinciden dos de sus vértices) [el software está programado para atraer los puntos cuando están muy cerca]	

Tabla 35. Análisis ejercicio5 /actividad #3

589.	Est2	(Coloca el puntero sobre el extremo derecho del segmento, seguidamente ubica el puntero sobre el vértice1 del triángulo rojo, hace clic, trata de arrastrar el triángulo, pero el triángulo no se mueve. Coloca ahora el puntero sobre el vértice1 correspondiente del triángulo verde hace clic, trata de arrastrarlo, pero el triángulo no se mueve)	
590.	Est2	(coloca el puntero sobre el botón tarea1, hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “mueva el segmento hasta colocarlo en la posición del espejo que refleje el triángulo rojo en el triángulo verde”)	
591.	Est1	Acepte	
592.	Est2	(Hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece, arrastra el segmento a partir de los extremos y lo ubica entre los dos triángulos)	
593.	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el extremo derecho del segmento y lo acomoda aproximadamente en medio de uno de los pares de puntos correspondientes de los dos triángulos, coloca ahora el puntero sobre el extremo izquierdo del segmento y lo acomoda aproximadamente entre el otro par de puntos correspondientes).	
594.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>1lok</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta”)	
595.	Prof.	[Una vez que hace clic en aceptar el alumno debería arrastrar el triángulo rojo, se espera que al hacer clic sobre el vertice1, esta acción le permita mover el triángulo, sin embargo el medio no responde adecuadamente y no permite el traslado del triángulo].	
596.	Est2	(Hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Hace clic sobre el botón <i>siguiente ejercicio</i> y aparece un mensaje que dice: “no ha terminado la tarea”, hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece).	
597.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>ayuda</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos al segmento” coloca el puntero sobre el botón aceptar, hace clic y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos valores contiguos a los pares de puntos correspondientes de los triángulos).	

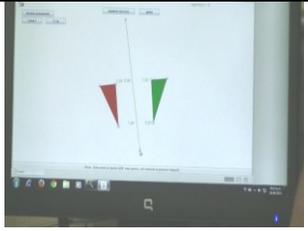
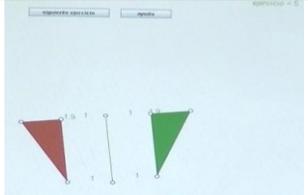
Tercera estrategia observada

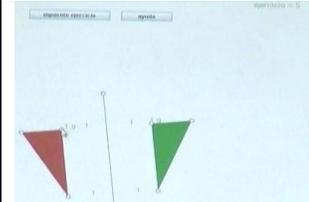
La tercera estrategia consiste en hacer clic sobre el botón *ayuda* y mover el segmento, ajustando los números que aparecen en la pantalla, hasta que las distancias entre puntos correspondientes y el segmento sean iguales. Los alumnos utilizaron esta estrategia en el ejercicio5 (líneas 589 a 607), después de invalidar la estrategia2. Después de ajustar las distancias hasta que sean iguales, el alumno oprime el botón *siguiente ejercicio*, lo que constituye un indicio de validación de la estrategia. Sin embargo, el software muestra una invalidación: “no ha terminado la tarea” (líneas 598 a 602). Esto se debe a que en la

programación del medio se esperaba que el alumno oprimiera primero el botón *lock* y juntara los triángulos para verificar que se unían sobre el segmento.

Esta secuencia de acciones se observa en la línea 602, pero el medio no reacciona como se había previsto, pues continúa impidiendo el arrastre del triángulo rojo. A pesar de estas retroacciones del medio, el alumno continúa utilizando la estrategia de igualar las distancias de los puntos correspondientes al segmento, línea 606. Con lo cual concluimos que alcanzó el aprendizaje esperado.

Tabla 36. Análisis ejercicio5 /actividad #3

597.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>ayuda</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos al segmento” coloca el puntero sobre el botón aceptar, hace clic y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos valores contiguos a los pares de puntos correspondientes delos triángulos).	
598.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón “siguiente ejercicio”, hace clic y aparece un cuadro de diálogo que dice “no ha terminado la tarea” Coloca el puntero sobre el botón aceptar, hace clic y el cuadro de dialogo desaparece. Coloca el puntero sobre el extremo inferior del segmento, hace clic).	
599.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>intentar nuevamente</i> , hace clic y ahora nuevamente coloca el puntero sobre el extremo inferior del segmento, hace clic y mueve el segmento de izquierda a derecha). [tratando que las distancias entre puntos correspondientes sean iguales]	
600.	Est2	(Mueve el segmento desde su extremo inferior, hasta que las distancias entre puntos correspondientes son iguales, coloca ahora el puntero sobre el extremo superior del segmento y trata de acomodar distancias iguales entre puntos correspondientes) [sigue intentando acomodar distancias iguales]	
601.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>tarea lok</i> , hace clic y aparece un cuadro de dialogo que dice: “mueva el triángulo rojo para hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde, si los dos pares de vértices coinciden sobre el segmento la tarea está resuelta”).	
602.	Est2	(Hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Hace clic sobre el vértice1 del triángulo rojo y arrastra. El triángulo rojo no se mueve.	
603.	Est2	Hace clic sobre el botón <i>siguiente ejercicio</i> y aparece un mensaje que dice: “no ha terminado la tarea”, hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece).	
604.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>intentar nuevamente</i> , ahora coloca el puntero sobre un punto intermedio del segmento y hace clic, lo desplaza hacia izquierda y derecha). [logra ajustar distancias iguales entre los dos pares de puntos correspondientes]	

605.	Prof.	Bueno, ya algunos se dieron cuenta que es posible al estirar el segmento, ubicar las distancias iguales, en algunos momentos puede ser un poco tedioso, pero es cuestión; de cómo les digo tener paciencia en el alargamiento del segmento. Y esto Les puede apoyar en eso.	
606.	Prof.	pero bueno lo importante es que ustedes en este momento encontraron una estrategia y se dieron cuenta que hay que ubicar el segmento precisamente exactamente en la posición del espejo que refleja el triángulo verde en el rojo	
607.	Prof.	[El alumno2 logra ajustar distancias iguales con la misma estrategia durante tres acciones más sobre el medio]. Fin de la grabación	

Conclusiones del análisis de la actividad#3 [tarea1]

Hubo tres aprendizajes por adaptación: El abandono de la estrategia1; el refuerzo de la estrategia2; el abandono de la estrategia2 y el refuerzo de la estrategia3. Estos cuatro aprendizajes estaban previstos en el análisis apriori. También se observa un refuerzo de la estrategia3, a pesar de que las retroacciones del medio no permiten su validación. Esta tercera estrategia corresponde al aprendizaje esperado en la actividad.

Podemos señalar dos defectos de funcionamiento del medio:

1. En todos los ejercicios los triángulos aparecen con un lado paralelo al eje de simetría, lo cual se considera incorrecto porque el alumno debería enfrentarse a diferentes configuraciones o posiciones del eje de simetría con respecto a los triángulos y además porque favorece el uso de la estrategia2.
2. En el ejercicio5, después de haber hecho clic sobre el botón *tIok*, el software no permitió el arrastre del triángulo rojo para verificar si había terminado la tarea.

Se recomienda corregir estos dos errores del medio.

3.3.3 Puesta en común actividad # 3 [tarea1]

El profesor organiza una puesta en común para resaltar las condiciones que debe cumplir el segmento para que represente el ‘espejo’ entre el triángulo rojo y el verde; se espera que en esa

puesta en común se llegue al acuerdo de que la estrategia debe ser: colocar el segmento de manera que pase por la mitad entre los dos triángulos; el profesor pedirá a algunos alumnos que pasen al frente del grupo para que expliquen a los demás cómo desarrollaron las tareas; es conveniente que en su mayoría los grupos expongan su trabajo, el profesor debe intervenir para solicitar a los alumnos que precisen en qué consiste su estrategia; asimismo, el profesor debería proponer contraejemplos a las estrategias formuladas por los alumnos.

3.3.4 Análisis puesta en común actividad#3 [tarea1]

3.3.4.1 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor regula el comportamiento de los alumnos para reforzar las actitudes de escucha y respeto por la palabra.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador 2: El profesor solicita al alumno que describa su experiencia con el software.

Estas intervenciones muestran como el profesor sí solicita a los alumnos que describan su experiencia con el software, promoviendo su participación y libre expresión de pensamiento.

Tabla 37. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/objetivos socio afectivos.

641	Prof.	Ustedes recuerdan que en la serie 5 el triángulo ya no se podía mover y entonces ahí utilizaron ¿qué?
642	Est7	La <i>ayuda</i>
643	Prof.	La <i>ayuda</i> , muy bien y para qué les sirvió la <i>ayuda</i> , ¿qué función tiene la <i>ayuda</i> ahí? ¿Qué les muestra la <i>ayuda</i> ?
644	Est8	Unas distancias
645	Prof.	Ahí está la <i>ayuda</i> mostrando unas distancias, esas distancias de quien son
646	Est9	De los vértices a la línea
647	Prof.	Esa línea como se llama
648	Est10	El espejo
649	Prof.	Bueno pero habíamos hablado en la tarea que era un ¿qué?
650	Est11	un segmento

651	Prof.	Muy bien, ese segmento [le pregunta al alumno6] usted dice que coloca el segmento en la mitad, pero se lo voy a poner en esta otra posición, [coloca el segmento en la mitad de los dos triángulos en posición inclinada] porque si me dice que en la mitad...	
652	Est6	Pero es que tiene que tener una posición... en sí tiene que ser exacta	
653	Prof.	Tiene que ser exacta la posición, entonces ¿en que se fijan ustedes para que esa posición sea exacta? ¿Cómo lo ponen exacto?	
654	Est6	Poniéndolo con los otros vértices	
655	Prof.	Eso ¡correcto! poniéndolo con los otros vértices o sea que usted mira que la distancia del segmento a los vértices ¿sea cómo?	
656	Est6	Exacta, igual	

Indicador 3: El profesor acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales y hagan referencia a su experiencia con el software.

En las intervenciones expuestas, se encuentra que el profesor sí acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales. Ellos hacen uso de su lenguaje natural para exponer sus ideas, conocimientos y su experiencia con el software (Líneas 618; 624 a 628; 677 a 690).

Tabla 38. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/objetivos socio afectivos.

618	Prof.	Bueno ahorita me aclara más eso, porque eso de los vértices de los dos triángulos sí es correcto pero hay que aclarar un poquito ahí. En el centro de los dos vértices de los triángulos dice él [se refiere al alumno 2] vamos a dejarlo tal cual como él dice ahí.
624	Est4	No profe, porque debe tener la misma distancia uno del otro con respecto del espejo con cada vértice para poder...
625	Prof.	Perfecto eso lo vamos a consignar aquí. La distancia. Segundo (dos) [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] la distancia del espejo al vértice dice él [se refiere a lo dicho por el alumno 4] de un triángulo ¿es la misma? ¿Decías? [se dirige al alumno4]
626	Est4	Tiene que ser iguales
627	Est4	Tiene que ser la misma del vértice del otro triángulo al espejo.
628	Prof.	O sea para usted [se dirige al alumno4] lo importante es que las dos distancias fueran exactas, entonces las distancias del espejo a los vértices de los triángulos, pongámoslo mejor [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] deben ser iguales.
677	Prof.	Recuerden ubicaban dos vértices cierto y ahí colocaban el segmento, pero como quedaba ¿Cómo quedaba ahí?
678	Est14	Pues quedaba como diagonal, algo así
679	Prof.	Entonces ¿que tenían que seguir haciendo?
680	Est6	Tratar de seguir acomodándolo para que quedara derecho
681	Prof.	Y ¿que tenían que fijarse ahí para que quedara...?
682	Est6	En las distancias que...

683	Prof.	¿En la distancia de quiénes?
684	Est15	De los vértices
685	Prof.	De los vértices que ¿Qué?
686	Prof.	Ya tenían dos vértices ubicados pero tenían que mirar ¿Qué? O sea que si yo ubico el segmento mirando un par de vértices, ¿con eso tengo?
687	Est15	No [varios alumnos contestan “no”]
688	Prof.	Entonces tenía que mirar ¿qué?
689	Est6	Todos los vértices
690	Prof.	Ah, correcto. Ahora sí, tenía que mirar todos los vértices para ubicarlo en esa misma posición. Entonces eso es lo que vamos a escribir ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] el tres: la ubicación del segmento debe ir en el medio de ¿cuantos pares de puntos?

3.3.4.2 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor descalifica las referencias que hacen los alumnos a conocimientos personales, o a su experiencia con el software

Indicador 2: El profesor espera que los alumnos hagan referencia al saber.

Indicador 3: Si los alumnos no muestran una estrategia ganadora, el profesor interviene mostrando la estrategia.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

3.3.4.3 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización

Indicador1: El profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y en caso contrario propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia

Se observa en las líneas 611 a 622, que el profesor con sus intervenciones logra que los alumnos enuncien las condiciones que debe cumplir el segmento para que represente el espejo entre el triángulo rojo y el verde, hasta llegar al acuerdo de que la estrategia debe ser: colocar el segmento de manera que pase por la mitad entre los dos triángulos.

Tabla 39. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización.

611	Prof.	La idea es que hoy quede claro eso, entonces voy a pedirle un favor aquí a la Srta. Giraldo [se dirige a una alumno] nos va a <i>ayudar</i> consignando en el tablero. Coloca ahí Srta. Puesta en común actividad tres. Entonces voy a hacer preguntas sobre esa actividad.
612	Prof.	Giraldo, coloca tarea uno [se dirige a una alumno]. Hablemos de la actividad. ¿Dónde ubicaron el segmento?
613	Est1	En el centro
614	Prof.	Pero... ¿en el centro de quién?
615	Est2	De los dos triángulos, o sea de los vértices, ¿quedó como un espejo!
616	Prof.	Entonces coloquemos ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] eso me parece importante. Srta. Giraldo [se dirige a la alumno] el espejo se ubicó en el centro ¿de qué dijiste [se dirige al alumno 2] ¿en el centro de?
617	Est2	De los vértices de los dos triángulos.
618	Prof.	Bueno ahorita me aclara más eso, porque eso de los vértices de los dos triángulos sí es correcto pero hay que aclarar un poquito ahí. En el centro de los dos vértices de los triángulos dice él [se refiere al alumno 2] vamos a dejarlo tal cual como él dice ahí.
619	Prof.	Bueno alguien que me apoye ahí con eso, cuando él dice que en el centro de los dos vértices de los triángulos, quien me quiere, como apoyar ahí, porque...
620	Est3	Se reflejan los dos triángulos iguales uno en oposición al otro
621	Prof.	¿Contrarios?
622	Est3	si

En las líneas 623 a 630, se observa que los alumnos lograron comprender que no basta con colocar el segmento de manera que pase por la mitad entre los dos triángulos; sino que también las distancias entre puntos correspondientes y el segmento (espejo), deben ser iguales.

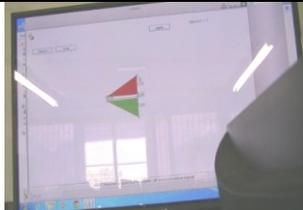
Tabla 40. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización

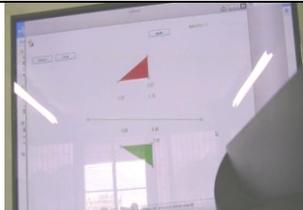
623	Prof.	Muy bien. ¿Serán contrarios o no? porque el vértice del rojo cuando se refleja en el espejo ¿cómo queda? no sería contrario ¿no cierto? eso lo miramos ahorita. A ver pero ¿será que basta con colocarlo ahí en la mitad?
624	Est4	No profe, porque debe tener la misma distancia uno del otro con respecto del espejo con cada vértice para poder...
625	Prof.	Perfecto eso lo vamos a consignar aquí. La distancia. Segundo (dos) [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] la distancia del espejo al vértice dice él [se refiere a lo dicho por el alumno 4] de un triángulo ¿es la misma? ¿Decías? [se dirige al alumno4]
626	Est4	Tiene que ser iguales
627	Est4	Tiene que ser la misma del vértice del otro triángulo al espejo.
628	Prof.	O sea para usted [se dirige al alumno4] lo importante es que las dos distancias fueran exactas, entonces las distancias del espejo a los vértices de los triángulos, pongámoslo mejor [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] deben ser iguales.
629	Prof.	¿Están de acuerdo con eso todos?
630	Est5	Si profe [varios alumnos responden afirmativamente]

En las líneas 631a 696, el profesor usa apropiadamente un contraejemplo, ante las formulaciones de los alumnos y verifica que han tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema, aunque en el lenguaje del profesor se advierte un tanto de ambigüedad cuando se refiere generalmente a las parejas de vértices correspondientes, como “tres pares de puntos”. Esto podría ocasionar que los alumnos no tomen conciencia de la propiedad geométrica involucrada y el riesgo de que el profesor termine de imponer la estrategia ganadora. Sin embargo, Se observa que los alumnos precisaron la posición del eje de simetría; argumentaron que el eje de simetría pasa por los puntos medios de los puntos simétricos; comprendieron que para ubicar un segmento que represente un espejo que refleja dos triángulos simétricos, deben tener en cuenta por lo menos dos parejas de puntos simétricos y lograr que el segmento pase por la mitad de cada pareja. Es importante observar que el profesor institucionalizó estas conclusiones en el tablero utilizando las palabras de los propios alumnos, e hizo tomar nota de las mismas en el cuaderno.

Tabla 41. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización

631	Prof.	Muy bien. Pero sigo un poquito con una duda y es la siguiente: Si ustedes ubican el segmento, ¿quién quiere venir a ubicar el segmento de la forma como lo ubicaron en ese momento? Vamos a guardar eso escrito un momento mientras... [se dirige a la alumno que escribe en el tablero]
632	Prof.	Voy a hacer una pregunta. Bueno acá está el señor que nos va a <i>ayudar</i> con eso. Usted lo ubicó ahí [Aparece en la pantalla del tablero la actividad3]. Bueno ustedes se acuerdan que en la... ¿ahí qué pasó? [el alumno arrastra rápidamente el segmento y lo coloca en medio de los dos triángulos]
633	Est6	Falta acomodarlo
634	Prof.	¿O sea que no está en la mitad?
635	Est6	No profe.
636	Est6	(acomoda el segmento de los extremos, tantea que las medidas de las distancias que aparecen en la pantalla sean iguales)
637	Prof.	Usted lo ubicó ahí, listo. Pero ahí ¿qué pasó?
638	Est6	No quedaba bien en la mitad. (Hace clic sobre el vértice l del triangulo rojo y arrastra el triángulo hasta hacer coincidir dos de sus vértices con dos vértices del triángulo verde).

639	Est6	(Separa un poco los triángulos y acomoda el segmento en la mitad de éstos tomándolo de los extremos).	
640	Est6	(Junta nuevamente los triángulos hasta hacer coincidir dos de los vértices del rojo con dos de los vértices del verde. Ajusta medidas iguales)	

647	Prof.	Esa línea como se llama	
648	Est10	El espejo	
649	Prof.	Bueno pero habíamos hablado en la tarea que era un ¿qué?	
650	Est11	un segmento	
651	Prof.	Muy bien, ese segmento [le pregunta al alumno6] usted dice que coloca el segmento en la mitad, pero se lo voy a poner en esta otra posición, [coloca el segmento en la mitad de los dos triángulos en posición inclinada] porque si me dice que en la mitad...	
652	Est6	Pero es que tiene que tener una posición... en sí tiene que ser exacta	
653	Prof.	Tiene que ser exacta la posición, entonces ¿en que se fijan ustedes para que esa posición sea exacta? ¿Cómo lo ponen exacto?	
654	Est6	Poniéndolo con los otros vértices	
655	Prof.	Eso ¡correcto! poniéndolo con los otros vértices o sea que usted mira que la distancia del segmento a los vértices ¿sea cómo?	
656	Est6	Exacta, igual	
657	Prof.	¿Pero igual en qué? Cuántas... La ayuda ¿cuántas medidas les está mostrando?	
658	Est6	tres	
659	Est12	seis	
660	Prof.	¡Ah! bueno, o sea que ustedes están mirando es que esas distancias sean iguales ¿para qué?	
661	Est13	Para igualarlo con los otros vértices	
662	Prof.	O sea que si el segmento lo ubican como yo lo puse acá [el profesor señala la posición del segmento que él ha colocado] ¿qué le hace falta a ese segmento?	
663	Est6	ponerlo recto	
664	Prof.	Entonces ¿cómo lo pondría recto?	
665	Est6	acomodando las distancias	
666	Prof.	¿La ayuda le sirve de algo? ¿Qué le muestra? Esas medidas ¿de dónde a donde son?	
667	Est6	Son las diferencias de distancias con la línea	
668	Prof.	Bueno, o sea lo que yo comprendo que ustedes quieren darme a entender, es que se fijaron en los vértices del triángulo. Pero se fijaron en los vértices del triángulo con respecto ¿a quién?	
669	Est13	Al segmento [varios alumnos contestan "segmento"]	
670	Prof.	Al segmento, muy bien. Y si ubican esos vértices con respecto al segmento, ¿qué pasa si yo no tengo en cuenta todos los vértices?	
671	Est6	No se podría hacer lo que está pidiendo la...	

672	Prof.	¿Lo que está pidiendo quién?
673	Est14	La tarea profe
674	Prof.	Entonces creo que podemos volver a la escritura del tablero. Giraldo [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] volvamos para que escribamos eso que acaban de compartir conmigo acá
675	Prof.	Ahí en las distancias del espejo a los vértices del triángulo, deben ser iguales, le faltó eso ahí, y entonces finalizemos diciendo eso que estamos concluyendo, que no bastaba con ubicar solamente dos vértices, sino que ¿qué tenían que hacer?
676	Prof.	Si ubicaban dos vértices y colocaban ahí el segmento. ¿Con eso bastaba para que el segmento quedara bien ubicado? ¿Tuvieron que mirar más?
677	Prof.	Recuerden ubicaban dos vértices cierto y ahí colocaban el segmento, pero como quedaba ¿Cómo quedaba ahí?
678	Est14	Pues quedaba como diagonal, algo así
679	Prof.	Entonces ¿que tenían que seguir haciendo?
680	Est6	Tratar de seguir acomodándolo para que quedara derecho
681	Prof.	Y ¿que tenían que fijarse ahí para que quedara...?
682	Est6	En las distancias que...
683	Prof.	¿En la distancia de quiénes?
684	Est15	De los vértices
685	Prof.	De los vértices que ¿Qué?
686	Prof.	Ya tenían dos vértices ubicados pero tenían que mirar ¿Qué? O sea que si yo ubico el segmento mirando un par de vértices, ¿con eso tengo?
687	Est15	No [varios alumnos contestan "no"]
688	Prof.	Entonces tenía que mirar ¿qué?
689	Est6	Todos los vértices
690	Prof.	Ah, correcto. Ahora sí, tenía que mirar todos los vértices para ubicarlo en esa misma posición. Entonces eso es lo que vamos a escribir ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] el tres: la ubicación del segmento debe ir en el medio de ¿cuantos pares de puntos?
691	Est16	Seis pares
692	Prof.	O sea ¿cuánto son seis pares?
693	Est17	No, son Tres pares
694	Prof.	Tres pares, muy bien. Entonces la ubicación del segmento debe ir en el medio de tres pares de puntos ¿de qué me dijeron? ¿De los pares de puntos de qué?
695	Est18	De los vértices
696	Prof.	Muy bien, de los vértices de los triángulos. Creo que con eso podemos dar por terminada esta puesta en común.

Indicador2: El profesor cuida que sus interpretaciones personales sobre las palabras dichas por los alumnos corresponden a las interpretaciones de estos.

En las líneas 616 a 618; 624 a 630; 690 a 695, se observa que durante el desarrollo de todas sus intervenciones el profesor cuida el no cambiar el lenguaje natural, ni el sentido atribuido por los alumnos a los objetos de conocimiento y sus propiedades.

Tabla 42. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/act3/puesta en común/proceso de institucionalización

616	Prof.	Entonces coloquemos ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] eso me parece importante. Srta. Giraldo [se dirige a la alumno] el espejo se ubicó en el centro ¿de qué dijiste [se dirige al alumno 2] ¿en el centro de?
617	Est2	De los vértices de los dos triángulos.
618	Prof.	Bueno ahorita me aclara más eso, porque eso de los vértices de los dos triángulos sí es correcto pero hay que aclarar un poquito ahí. En el centro de los dos vértices de los triángulos dice él [se refiere al alumno 2] vamos a dejarlo tal cual como él dice ahí.

624.	Est4	No profe, porque debe tener la misma distancia uno del otro con respecto del espejo con cada vértice para poder...
625.	Prof.	Perfecto eso lo vamos a consignar aquí. La distancia. Segundo (dos) [se dirige al alumno que escribe en el tablero] la distancia del espejo al vértice dice él [se refiere a lo dicho por el alumno 4] de un triángulo ¿es la misma? ¿Decías? [se dirige al alumno4]
626.	Est4	Tiene que ser iguales
627.	Est4	Tiene que ser la misma del vértice del otro triángulo al espejo.
628.	Prof.	O sea para usted [se dirige al alumno4] lo importante es que las dos distancias fueran exactas, entonces las distancias del espejo a los vértices de los triángulos, pongámoslo mejor [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] deben ser iguales.
629.	Prof.	¿Están de acuerdo con eso todos?
630.	Est5	Si profe [varios alumnos responden afirmativamente]

690	Prof.	Ah, correcto. Ahora sí, tenía que mirar todos los vértices para ubicarlo en esa misma posición. Entonces eso es lo que vamos a escribir ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] el tres: la ubicación del segmento debe ir en el medio de ¿cuantos pares de puntos?
691	Est16	Seis pares
692	Prof.	O sea ¿cuánto son seis pares?
693	Est17	No, son Tres pares
694	Prof.	Tres pares, muy bien. Entonces la ubicación del segmento debe ir en el medio de tres pares de puntos ¿de qué me dijeron? ¿De los pares de puntos de qué?
695	Est18	De los vértices

Indicador3: El profesor verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario busca que haya otros alumnos que la refuten.

En las líneas 624 a 630, se observa que el profesor de manera apropiada constata que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo y motiva la reflexión de lo dicho por parte de todo el grupo.

Tabla 43. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización

624	Est4	No profe, porque debe tener la misma distancia uno del otro con respecto del espejo con
-----	------	---

		cada vértice para poder...
625	Prof.	Perfecto eso lo vamos a consignar aquí. La distancia. Segundo (dos) [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] la distancia del espejo al vértice dice él [se refiere a lo dicho por el alumno 4] de un triángulo ¿es la misma? ¿Decías? [se dirige al alumno4]
626	Est4	Tiene que ser iguales
627	Est4	Tiene que ser la misma del vértice del otro triángulo al espejo.
628	Prof.	O sea para usted [se dirige al alumno4] lo importante es que las dos distancias fueran exactas, entonces las distancias del espejo a los vértices de los triángulos, pongámoslo mejor [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] deben ser iguales.
629	Prof.	¿Están de acuerdo con eso todos?
630	Est5	Sí profe [varios alumnos responden afirmativamente]

Indicador4: El profesor acuerda y oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

En las líneas 616 a 617; 625 a 630; 690 a 695, el profesor interviene apropiadamente consignando los acuerdos comunes con respecto al objeto de conocimiento, a los que se han llegado durante la socialización de cada una de las tareas.

Tabla 44. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/act3/puesta en común/proceso de institucionalización

616	Prof.	Entonces coloquemos ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] eso me parece importante. Srta. Giraldo [se dirige a la alumno] el espejo se ubicó en el centro ¿de qué dijiste [se dirige al alumno 2] ¿en el centro de?
617	Est2	De los vértices de los dos triángulos.

625	Prof.	Perfecto eso lo vamos a consignar aquí. La distancia. Segundo (dos) [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] la distancia del espejo al vértice dice él [se refiere a lo dicho por el alumno 4] de un triángulo ¿es la misma? ¿Decías? [se dirige al alumno4]
626	Est4	Tiene que ser iguales
627	Est4	Tiene que ser la misma del vértice del otro triángulo al espejo.
628	Prof.	O sea para usted [se dirige al alumno4] lo importante es que las dos distancias fueran exactas, entonces las distancias del espejo a los vértices de los triángulos, pongámoslo mejor [se dirige a la alumno que escribe en el tablero] deben ser iguales.
629	Prof.	¿Están de acuerdo con eso todos?
630	Est5	Sí profe [varios alumnos responden afirmativamente]

690	Prof.	Ah, correcto. Ahora sí, tenía que mirar todos los vértices para ubicarlo en esa misma posición. Entonces eso es lo que vamos a escribir ahí [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] el tres: la ubicación del segmento debe ir en el medio de ¿cuantos pares de puntos?
691	Est16	Seis pares
692	Prof.	O sea ¿cuánto son seis pares?
693	Est17	No, son Tres pares

694	Prof.	Tres pares, muy bien. Entonces la ubicación del segmento debe ir en el medio de tres pares de puntos ¿de qué me dijeron? ¿De los pares de puntos de qué?
695	Est18	De los vértices

Indicador5: El profesor articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

En la actividad1, los alumnos aprendieron a predecir la posición del eje de simetría de manera aproximada. Para esta actividad, nuestro objetivo era que precisaran esa posición, que argumentaran que el eje de simetría pasa por los puntos medios de los puntos simétricos. En las líneas 674 a 696, se observa como el profesor logra concretar este objetivo.

Tabla 45. Análisis Indicador5/Comportamientos coherentes/acti3/puesta en común/proceso de institucionalización

674	Prof.	Entonces creo que podemos volver a la escritura del tablero. Giraldo [se dirige a la alumno que consigna en el tablero] volvamos para que escribamos eso que acaban de compartir conmigo acá
675	Prof.	Ahí en las distancias del espejo a los vértices del triángulo, deben ser iguales, le faltó eso ahí, y entonces finalicemos diciendo eso que estamos concluyendo, que no bastaba con ubicar solamente dos vértices, sino que ¿qué tenían que hacer?
676	Prof.	Si ubicaban dos vértices y colocaban ahí el segmento. ¿Con eso bastaba para que el segmento quedara bien ubicado? ¿Tuvieron que mirar más?
677	Prof.	Recuerden ubicaban dos vértices cierto y ahí colocaban el segmento, pero como quedaba ¿Cómo quedaba ahí?
678	Est14	Pues quedaba como diagonal, algo así
679	Prof.	Entonces ¿que tenían que seguir haciendo?
680	Est6	Tratar de seguir acomodándolo para que quedara derecho
681	Prof.	Y ¿que tenían que fijarse ahí para que quedara...?
682	Est6	En las distancias que...
683	Prof.	¿En la distancia de quiénes?
684	Est15	De los vértices
685	Prof.	De los vértices que ¿Qué?
686	Prof.	Ya tenían dos vértices ubicados pero tenían que mirar ¿Qué? O sea que si yo ubico el segmento mirando un par de vértices, ¿con eso tengo?
687	Est15	No [varios alumnos contestan "no"]
688	Prof.	Entonces tenía que mirar ¿qué?
689	Est6	Todos los vértices
690	Prof.	Ah, correcto. Ahora sí, tenía que mirar todos los vértices para ubicarlo en esa misma posición. Entonces eso es lo que vamos a escribir ahí [se dirige al alumno que consigna en el tablero] el tres: la ubicación del segmento debe ir en el medio de ¿cuantos pares de puntos?
691	Est16	Seis pares
692	Prof.	O sea ¿cuánto son seis pares?
693	Est17	No, son Tres pares
694	Prof.	Tres pares, muy bien. Entonces la ubicación del segmento debe ir en el medio de tres pares de puntos ¿de qué me dijeron? ¿De los pares de puntos de qué?
695	Est18	De los vértices

696	Prof.	Muy bien, de los vértices de los triángulos. Creo que con eso podemos dar por terminada esta puesta en común.
-----	-------	---

3.3.4.4 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización

Indicador1: El profesor no verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y tampoco propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

Indicador2: El profesor no cuida que su interpretación personal de las palabras del alumno corresponda a la interpretación del alumno.

Indicador3: El profesor no identifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario no busca que haya otros alumnos que la refuten.

Indicador4: El profesor no acuerda ni oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento

Indicador5: El profesor no articula las producciones hechas por los alumnos con el saber. No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

Conclusiones análisis puesta en común actividad #3 [tarea1]

El profesor logró que los alumnos enunciaran las condiciones que debía cumplir el segmento para que representara el espejo entre el triángulo rojo y el verde, hasta llegar al acuerdo de que la estrategia debía ser: colocar el segmento de manera que pase por la mitad entre dos parejas de puntos correspondientes. Los alumnos lograron comprender que el eje de simetría debía ubicarse de modo que pasara por los puntos medios de puntos simétricos y que no bastaba con tener en cuenta una pareja de puntos correspondientes para ubicar con precisión el espejo, sino que era necesario tomar en cuenta dos parejas de puntos correspondientes y hacer que el

segmento pasara por la mitad de cada pareja. El profesor usó apropiadamente un contraejemplo, ante las formulaciones de los alumnos y verificó que tomaran conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema.

3.4. Actividad #3 [tarea2]

3.4.1 Descripción de la actividad

Se introduce un nuevo problema: construir un segmento de modo que represente el espejo que refleja el triángulo rojo en el triángulo verde; en esta tarea se introducirá por primera vez el arrastre para validar una construcción, invalidando las estrategias de ajuste perceptivo de las figuras; el alumno debe comprender que no se trata de ajustar la posición de un segmento sino de garantizar las propiedades del espejo, aunque el triángulo verde se mueva. Cuando haya construido el segmento, deberá mover un punto que aparece sobre un círculo; ese movimiento modifica la posición del eje de simetría oculto, provocando el movimiento del triángulo verde; si el problema está correctamente solucionado, el segmento debería conservar distancias iguales con respecto a los dos triángulos.

Descripción del medio

Para esta actividad el archivo muestra un triángulo rojo, su simétrico verde con respecto a un eje de simetría oculto, un círculo con un punto sobre él y tres botones: 'tarea', 't ok' y 'ayuda'. Además, están disponibles todas las herramientas de construcción. Al hacer clic sobre 'tarea' aparece una ventana con el enunciado de la tarea. Al hacer clic sobre 't ok' aparece una ventana que solicita al alumno arrastrar el punto sobre el círculo y verificar si el segmento sigue estando a igual distancia de los vértices de los triángulos. Al hacer clic en 'ayuda' se solicita al alumno señalar con un clic el segmento construido y aparecen las distancias de este segmento a los vértices de los triángulos.

El triángulo rojo puede arrastrarse tomándolo de dos de sus vértices, permitiendo desplazamiento y giro. El punto sobre el círculo determina la posición del eje que está oculto (el eje es paralelo al radio determinado por ese punto); por eso al mover el punto el triángulo verde cambia de posición.

Puesta en escena

El profesor pasa a un alumno al frente y plantea la tarea: debe construir el segmento que represente el espejo que refleja el triángulo rojo en el triángulo verde. Se espera que el alumno construya un segmento en cualquier parte de la ventana y luego lo arrastre y/o acomode los triángulos, tal como lo hizo en la actividad anterior. Una vez validada esta tarea perceptiva, el profesor pedirá al alumno que mueva el punto sobre el círculo, provocando el desplazamiento del triángulo verde mientras que el segmento queda quieto. El profesor explicará que se trata de construir un segmento que siempre sea el espejo entre los dos triángulos, aunque el triángulo verde se mueva. Una vez que se ha invalidado la estrategia de ajuste perceptivo mediante el arrastre, finaliza la puesta en escena y cada pareja debe intentar resolver el problema.

No se espera que los alumnos encuentren una estrategia ganadora, solamente se espera que formulen de manera precisa el problema al que se enfrentan y la necesidad que tienen para resolverlo; en el momento que los alumnos manifiesten que necesitan crear un punto que siempre esté en la mitad de dos puntos correspondientes, el profesor debe intervenir para mostrarles la herramienta *punto medio* y enseñarles a usarla; de este modo se alcanza el objetivo de la tarea.

Aprendizaje esperado:

1. Es necesario conseguir que el segmento se mueva para que siempre esté en la mitad entre dos puntos correspondientes.

2. No basta con crear un segmento y luego acomodarlo en la mitad, pues al moverse el triángulo, el segmento ya no permanecerá en la mitad.

3.4.2 Análisis de la actividad #3 [tarea2]

Análisis de la puesta en escena.

En la siguiente transcripción puede verse cómo el profesor organiza la puesta en escena prevista en el análisis a priori y plantea el nuevo problema: “Entonces necesito que busque una forma de que al construir ese segmento a pesar de que se mueva el punto, él siempre permanezca en la mitad de los dos triángulos” (línea 728).

Sorprende el hecho de que el profesor no interrumpa allí la puesta en escena para que comience el trabajo por parejas de todo el grupo. Por el contrario, le pide al alumno que intente solucionar el nuevo problema delante de todo el grupo.

Tabla 46. Analisis2/actividad #3 final

701.	Prof.	Él va a trabajar conmigo la actividad y tan pronto terminemos con él, ustedes empiezan a trabajar ahí en sus computadores. Entonces lo primero que ve Cesar ahí es que tenemos en la pantalla una actividad que se llama la acti3 final, ustedes hicieron la vez pasada la actividad3, encontraron que en esa puesta en común que hicimos
702.	Prof.	Ustedes necesitaban un segmento que quedara en medio de dos parejas de puntos, que necesitaban las tres parejas de puntos para poder ubicar el segmento totalmente horizontal y que esa línea recta era una semejanza con el espejo que debe quedar en medio de los dos triángulos
703.	Prof.	Entonces vamos a ver hoy, que esta actividad es muy distinta. ¡ojo! aparentemente ustedes van a ver que hay dos triángulos, tenemos de nuevo ahí... ¿qué más hay?, un círculo
704.	Est3	Un círculo
705.	Prof.	Pero al lado derecho ¿que tenemos en la pantalla?
706.	Est3	Unas herramientas
707.	Prof.	Herramientas, perfecto. Esas herramientas pueden servirnos de algo. Entonces Cesar [se dirige al alumno1] tarea uno ¿a ver, que dice? ¿Qué dice la tarea uno? Ojo aquí todos mirando al tablero
708.	Est3	Hace clic sobre el botón tarea1 y aparece un cuadro de diálogo
709.	Est3	(Lee) “Construya un segmento que represente el espejo que refleja el triángulo rojo en el triángulo verde”
710.	Prof.	Construya un segmento. Nosotros no hemos construido segmentos hasta ahora. ¿Cómo va a hacer Cesar para construir el segmento? Mire a ver que puede... ¿qué señaló ahí? ¡Ah bueno! encontró una herramienta que se llama ¿Cómo?
711.	Est3	¡Segmento!
712.	Est3	(Coloca el puntero sobre el botón segmento, hace clic y aparece en la parte inferior de la pantalla una frase que dice segmento, “seleccione el primer punto”, hace clic y aparece un punto en la pantalla, a partir del cual se origina una línea recta, que se estira a medida

		que el puntero se desplaza; aparece otra frase que dice “seleccione el segundo punto”, hace clic sobre la pantalla y el segmento queda construido).
713.	Prof.	¡Ah! muy bien, ¿Qué le decía, que lo colocara en dónde?
714.	Est3	De modo que refleje el espejo. listo
715.	Prof.	Ahí está según usted bien. Bueno entonces dele tarea lok a ver qué pasa. ¿Qué le dice?
716.	Est3	(Lee). Mueva el punto sobre el círculo, si las distancias del segmento a los puntos de los triángulos permanecen iguales, la construcción es correcta.
717.	Prof.	Dele aceptar y me espera un segundo ahí, ¿por qué?, porque necesito primero que mire en las herramientas [el profesor señala con su mano un icono de la barra de herramientas] en la parte de arriba en ese icono que hay a la izquierda mire a ver ¿qué dice ahí?
718.	Est3	(hace clic sobre la herramienta y exclama “mover punto”)
719.	Prof.	Mover punto listo. Hay que activar primero esa herramienta para que pueda mover el punto del círculo, antes no se les va a mover si no activan esa herramienta. Muy bien mueva entonces ahora sí el punto Cesar.
720.	Est3	(Hace clic sobre el punto que está en el círculo, lo desplaza y el triángulo verde se mueve cambiando de posición).
721.	Prof.	¿Qué pasó ahí?
722.	Est3	Se movió el triangulo
723.	Prof.	¿Se movió cuál triángulo?
724.	Est3	El verde
725.	Prof.	Ahora la tarea suya era colocar el segmento en la posición del espejo. ¿Pero quedó en la posición donde debe estar?
726.	Est3	No profe
727.	Prof.	Bueno, entonces ¿qué pasa?, ¿qué puede estar sucediendo?, porque el segmento a pesar de que usted lo ubicó inicialmente en la posición que creía que debería estar, o sea en el centro de los dos triángulos. Ahora cuando usted mueve el punto ese triángulo verde se mueve y se pierde otra vez la posición de ubicación del segmento.
728.	Prof.	Entonces necesito que busque una forma de que al construir ese segmento a pesar de que se mueva el punto, él siempre permanezca en la mitad de los dos triángulos.
729.	Est3	¿El círculo?
730.	Prof.	No sé mire a ver ¿cómo hace?
731.	Est3	Pero... El círculo
732.	Prof.	No sé, la idea es que cuando usted construya el segmento, después de haberlo construido le da tarea lok y mueve el punto, el segmento siempre tiene que quedar en medio, bueno como ustedes habían hecho en la acti3 en medio de las tres parejas de puntos correspondientes.
733.	Est3	(Hace clic sobre el círculo lo arrastra hasta colocarlo sobre el segmento, haciendo que este lo corte aproximadamente por la mitad, mueve el punto sobre el círculo, el triángulo verde se mueve cambiando de posición.).
734.	Est3	Ahora ubica el puntero sobre el vértice del triángulo rojo y lo traslada hasta casi juntar los triángulos por una pareja de puntos correspondientes, permitiendo que el segmento quede aproximadamente en la posición del espejo que refleja el triángulo rojo en el verde. Aparece un cuadro de diálogo que dice: “los puntos no coinciden sobre el segmento).
735.	Est3	¡Mire! profe
736.	Prof.	¿Qué pasó?
737.	Est3	No coinciden los puntos sobre el segmento
738.	Prof.	¡Dele aceptar! ¿El segmento quedó en la mitad de los dos triángulos? ¿De las tres parejas de puntos?
739.	Est3	Ahí...
740.	Prof.	Mire a ver, si está bien
741.	Est3	¡Ahí quedó en la mitad! ¡Vea!
742.	Prof.	Bueno, entonces mueva ahora el punto sobre el círculo, ¿Qué pasó?

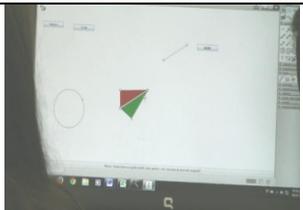
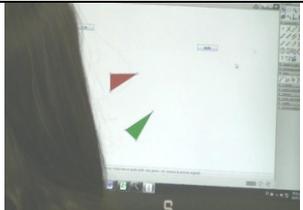
743.	Est3	Se movió el triángulo
744.	Prof.	¿El segmento quedó en la mitad?
745.	Est3	No. No...
746.	Prof.	Bueno, entonces vamos a parar ahí Cesar. Ahora cada uno de ustedes en su computador por parejas van a tratar de construirme un segmento y lo van a colocar justamente en la posición del espejo que refleja un triángulo en el otro, ¿es decir dónde?
747.	Est2	En la mitad

Análisis fase a didáctica [tarea2]:

Primera estrategia observada:

Consiste en mover el punto sobre el círculo; el triángulo verde se desplaza hasta que uno de sus lados coincide con el lado correspondiente del rojo, construir un segmento y arrastrarlo hasta dejarlo superpuesto sobre los lados coincidentes de los dos triángulos. Esta estrategia se observa en las líneas 763 a 765. Pero al mover el punto sobre el círculo el triángulo verde se traslada y el segmento queda mal ubicado. La estrategia es invalidada por el alumno en la línea 766. Lo cual es un signo de aprendizaje por adaptación.

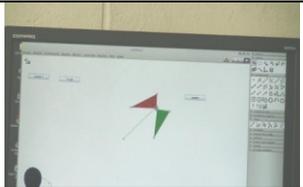
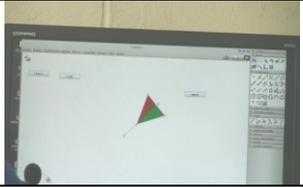
Tabla 47. Análisis3/actividad #3 final

763	Est1	Bueno. (Mueve el punto sobre el círculo, el triángulo verde se mueve y lo junta casi hasta coincidir con el rojo por dos de sus parejas de vértices. Hace clic sobre la herramienta segmento y construye un segmento alejado de los triángulos)	
764	Est1	(Acomoda un poco más los dos triángulos, moviendo el punto sobre el círculo, hasta hacerlos coincidir por dos de sus vértices correspondientes, agarra el segmento por un punto intermedio y lo ubica en medio de las dos parejas de vértices).	
765.	Est1	(Mueve el punto sobre el círculo, el triángulo verde se mueve y el segmento queda superpuesto al lado del triángulo rojo).	
766.	Est1	¡No sirve!	

Variante de la primera estrategia observada:

El alumno arrastra el triángulo rojo y lo junta con el verde por uno de sus vértices correspondientes. Gira el triángulo rojo hasta hacer coincidir uno de sus lados, con el lado correspondiente del verde. Acomoda el segmento en medio de los lados correspondientes. Esta estrategia se observa en las líneas 780 a 784. Pero al mover el punto sobre el círculo se presenta una retroacción del software y el triángulo verde se traslada y el segmento queda mal ubicado.

Tabla 48. Análisis1/actividad # 3 final

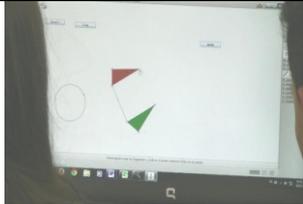
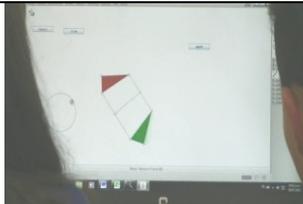
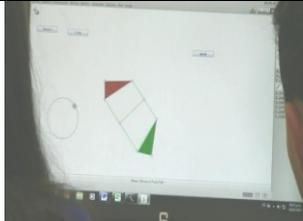
780.	Est2	(Arrastra el triángulo rojo tomándolo por el vértice1, en dirección al segmento; el triángulo verde se desplaza hasta juntarse con el rojo justo sobre el vértice1 y sobre un extremo del segmento)	
781.	Est2	(Mueve el vertice1 del triángulo rojo lo separa un poco del segmento. El triángulo verde se mueve en dirección contraria. Acomoda un extremo del segmento justo en la mitad del par de puntos correspondientes del vertice1. Vuelve a juntar los dos triángulos, uniéndolos por los puntos correspondientes del vertice1, justo sobre un extremo del segmento).	
782.	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el vertice2 y gira el triángulo rojo hasta hacer coincidir dos parejas de puntos correspondientes de los dos triángulos. el segmento queda en medio de los dos triángulos. Acomoda el segmento moviendo los extremos justo en medio de los dos triángulos tomándolo del otro extremo).	
783.	Est2	(Hace clic sobre el botón t1ok, aparece un cuadro de dialogo que dice “Mueva el punto sobre el círculo, si las distancias del segmento a los puntos de los triángulos permanecen iguales, la construcción es correcta”. Y otro cuadro de dialogo superpuesto que dice “los puntos no coinciden sobre el segmento”).	
784.	Est2	(Hace clic en aceptar y los cuadros de dialogo desaparecen. Coloca el puntero sobre el punto del círculo y lo mueve, el triángulo verde se mueve cambiando de posición, el segmento no queda ubicado en medio de las tres parejas de puntos correspondientes, aparece un cuadro de diálogo que dice: “los puntos no coinciden sobre el segmento”).	

Segunda estrategia observada:

Consiste en que el alumno ubica los triángulos un tanto distanciados con respecto a uno de sus lados correspondientes, construye segmentos entre dos pares de puntos correspondientes, luego construye otro segmento sobre aproximadamente los puntos medios de los dos segmentos construidos. Mueve el punto sobre el círculo y la retroacción del medio no logra invalidar la

estrategia (líneas 772 a 778). Esta estrategia no estaba prevista en el análisis a priori y no sabemos por qué los alumnos la abandonaron.

Tabla 49. Análisis4/actividad #3 final

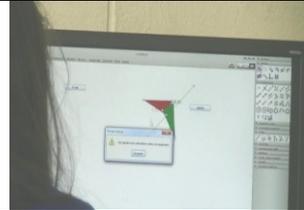
772	Est2	(Toma el mouse y Selecciona la herramienta borrar, borra el segmento. coloca el puntero sobre el vértice1 del triángulo rojo, lo arrastra hacia arriba, el triángulo verde se mueve hacia abajo. selecciona la herramienta segmento).	
773	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el vértice2 del triángulo verde, hace clic y estira el segmento hasta el vértice3 adyacente [por algún motivo no hace clic sobre éste vértice del verde]]lleva el puntero hasta el vertice2 del triángulo rojo y hace clic)	
774	Est2	(Hace clic sobre el vertice3 del triángulo rojo y genera otro segmento que termina de construir haciendo clic sobre el vértice3 del triángulo verde)	
775	Est1	Venga déjeme ahora	
776	Est2	Espere , espere, espere	
777	Est2	(Hace clic aproximadamente en la mitad del segmento entre los vertices2. Y genera otro segmento que termina de construir, haciendo clic, aproximadamente en la mitad del segmento que une los vertices3)	
778	Est2	(Coloca el puntero sobre la herramienta mover punto, hace clic y mueve el punto sobre el círculo adelante y hacia atrás) [La construcción permite que al moverse el triángulo verde, el segmento se mantenga entre los dos triángulos conservando su “posición”].	

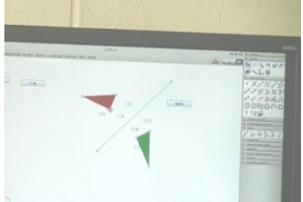
Tercera estrategia observada:

Consiste en utilizar la *ayuda* para mostrar las distancias del segmento a los vértices de los triángulos y acomodar el segmento hasta lograr distancias iguales. Los alumnos utilizaron esta estrategia en las líneas 785 a 798. Pero al mover el punto sobre el círculo el triángulo verde se traslada y el segmento queda mal ubicado. Los alumnos no abandonan la estrategia de acomodar los triángulos; la siguen utilizando a pesar de que no funciona (líneas789 a 801).

Tabla 50. Análisis6/actividad #3 final

785.	Est2	(Hace clic en aceptar, el cuadro de dialogo desaparece, coloca el puntero sobre el punto que se encuentra sobre el círculo, lo mueve y el triángulo verde ser mueve cambiando su
------	------	--

		posición. Continúa moviendo el punto sobre el círculo. Hace coincidir dos parejas de puntos correspondientes de los dos triángulos. El segmento queda en medio de los dos triángulos).	
786.	Est2	(Coloca el puntero sobre el botón <i>ayuda</i> , hace clic y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos al segmento que usted construyó. Necesito que haga clic en ese segmento” hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece).	
787.	Est2	(Hace clic sobre el segmento y aparecen unos valores que indican medidas).	
788.	Est2	(Hace clic sobre el vertice1 del triángulo rojo, y lo mueve hacia la izquierda sobre el segmento, el triángulo verde se mueve en la misma dirección. Coloca el puntero sobre el extremo derecho del segmento y lo estira alargándolo aún más, coloca el puntero sobre el vertice1 del triángulo rojo, hace clic y mueve el triángulo hacia arriba separándolo un tanto del segmento).	
789.	Est2	(El triángulo verde se mueve en sentido contrario, Vuelve a juntar los dos triángulos, uniéndolos por los puntos correspondientes del vértice1, justo sobre un extremo del segmento. Acomoda el segmento en el centro de los dos triángulos tomándolo por un extremo).	
790.	Est2	(Coloca ahora el puntero sobre el vertice2 y gira el triángulo rojo hasta hacer coincidir dos parejas de puntos correspondientes de los dos triángulos. Termina de ajustar la ubicación de los dos triángulos y Acomoda el segmento justo en medio de los dos triángulos tomándolo del otro extremo).	
791.	Prof.	[Se dirige al grupo de alumnos en general] bueno. Veo que cuando tratan de ubicar ustedes el segmento en medio de los dos triángulos, ¿qué les sucede?, ¿Cuándo mueven el punto qué les sucede?	
792.	Est3	Se mueve el verde	
793.	Prof.	[Se dirige a un alumno4] ya lo puso. ¡Ah! bueno, ahora dele tarea!ok. O sea que ¿qué pasa cuando usted mueve el punto?	
794.	Est4	Se mueve el verde	
795.	Prof.	O sea que no puede colocarlo donde usted quiere, ¿qué le pasa al segmento? ¿Queda en la mitad?	
796.	Est4	No	
797.	Prof.	Entonces miren a ver una estrategia para que a pesar de que ustedes muevan ese punto en el círculo, el segmento continúe en medio de los dos triángulos.	
798.	Est2	(Hace clic sobre el punto que se encuentra sobre el círculo y lo mueve, el triángulo verde se mueve cambiando de posición. Hace clic sobre el vertice2 del triángulo rojo y gira un poco el triángulo. El triángulo verde gira también en sentido contrario. El segmento no queda ubicado en medio de las tres parejas de puntos correspondientes y las distancias de los vértices al segmento no son iguales, Aparece un cuadro de diálogo que dice: “los puntos no coinciden sobre el segmento”).	
799.	Est2	(Hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece. Hace clic sobre el vertice2 del triángulo rojo y lo hace girar, el triángulo verde gira también en sentido contrario, El segmento no queda ubicado en medio de las tres parejas de puntos correspondientes y las distancias de los vértices al segmento no son iguales).	
800.	Est2	(Nuevamente, Hace clic sobre el vertice2 del triángulo rojo y lo hace girar, el triángulo verde gira también en sentido contrario, El segmento no queda ubicado en medio de las tres parejas de puntos correspondientes y las distancias de los vértices al segmento no son iguales).	

801.	Est2	(Hace clic sobre el vértice1 del triángulo rojo, lo mueve separándolo a un lado del segmento. El triángulo verde se mueve en sentido contrario y se aleja del segmento. Mueve el triángulo rojo a partir del vertice1. Los dos triángulos se encuentran a distancias distintas del segmento).	
------	------	---	---

Conclusiones del análisis de la actividad #3 [tarea2]

El hecho de que los alumnos sigan utilizando la estrategia de ajustar distancias iguales entre puntos correspondientes y el segmento, a pesar de que al mover el punto sobre el círculo, el eje de simetría oculto se mueva y por lo tanto el triángulo verde se mueva, muestra que ellos no invalidaron sus estrategias perceptivas. Al parecer no entendieron que no se trataba de ajustar la posición de un segmento sino de garantizar las propiedades del espejo, aunque el triángulo verde se moviera. El profesor no intervino apropiadamente para formular la solución del nuevo problema, debió dejar que los alumnos ensayaran y después de varios intentos ellos deberían convencerse de que el ajuste no les servía y en ese momento se esperaría que pudieran formular cuál era la necesidad que tenían.

Además el profesor introdujo prematuramente la herramienta punto medio y propuso deliberadamente la solución a los alumnos, generando en ellos un aprendizaje por autoridad y no dejando que la situación adidáctica funcionara. Los alumnos ayudados por el profesor encontraron la solución del problema, utilizaron la herramienta *punto medio* para marcar los puntos medios de los puntos correspondientes y construyeron luego un segmento con extremos en dos de esos puntos. Se escuchó como el profesor confirmó que otros grupos verificaron la validación de sus estrategias.

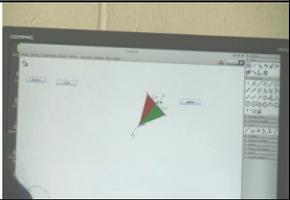
3.4.3 Puesta en común actividad # 3 [tarea2]

Hubo dos puestas en común que el profesor desarrolló.

3.4.4 Análisis puesta en común1 actividad #3 [tarea2]

En las líneas 802 a 851, el profesor al observar que los alumnos no han podido resolver la tarea, comienza una puesta en común, donde utilizando contraejemplos, sigue relanzando el problema. Probablemente, está más interesado en que los alumnos le manifiesten que necesitan crear un punto que siempre esté en la mitad de dos puntos correspondientes; para mostrarles la herramienta *punto medio*, enseñarles a usarla y mostrarla como la solución al problema. Convirtiéndose su intervención en un comportamiento no adecuado, ya que debió dar un tiempo más para que los alumnos ensayaran otras estrategias.

Tabla 51. Análisis7/actividad #3 final

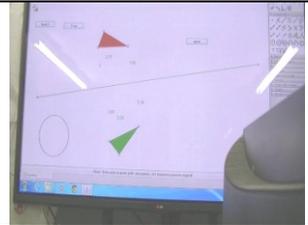
802.	Prof.	[Se dirige al grupo de alumnos en general] quiero que se detengan un momento ahí. Levanten la mano los que han logrado cumplir la tarea ¿Quién la cumplió?	
803.	Est5	Nadie profe	
804.	Prof.	Por aquí veo estrategias distintas por ejemplo aquí utilizaron el punto del círculo y desde ahí pusieron el segmento, otros han movido los triángulos, quieren acercar los triángulos el uno al otro, bueno. Entonces qué es lo que pasa, ¿Qué necesitan? Pregunto yo ¿Qué necesitan para ubicar ese segmento y que siempre este en medio de los dos triángulos?	
805.	Est6	La distancia	
806.	Prof.	¿La distancia?, ahí tienen la <i>ayuda</i> . miren a ver para que les puede servir	
807.	Est7	Estoy juntando las distancias para igualar...	
808.	Prof.	Oído lo que dice el compañero. El está juntando las distancias para poder igualar... hay otro grupo que está haciendo lo mismo, está utilizando la <i>ayuda</i> .	
809.	Est2	(Mueve el triángulo rojo desde el vertice1, el verde también se mueve en la misma dirección y los superpone justo por el vertice1 sobre un extremo del segmento. Hace clic sobre el vertice2 y gira el triángulo rojo hasta hacer coincidir dos parejas de puntos correspondientes de los dos triángulos).	
810.	Est2	(Acomoda y acorta el segmento en medio de los dos triángulos tomándolo por los extremos. Utilizando la <i>ayuda</i> , ajusta las distancias iguales entre las parejas de vértices correspondientes y el segmento).	
811.	Est2	(Hace clic sobre el botón <i>Ok</i> y aparecen dos cuadros de dialogo superpuestos, uno dice: "Mueva el punto sobre el círculo, si las distancias del segmento a los puntos de los triángulos permanecen iguales, la construcción es correcta". Y el otro cuadro de dialogo dice "los puntos no coinciden sobre el segmento". Hace clic en <i>aceptar</i> y los cuadros de diálogo desaparecen).	
812.	Est2	(Hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece. Dialoga con su compañero en voz muy baja).	
813.	Est2	Por alguna circunstancia los alumnos cierran la ventana activa [mientras el profesor retoma la explicación de la misma en el tablero central, vuelven a abrir la actividad, pero suspenden la interacción con el medio, al parecer para atender a la intervención del profesor]	
814.	Prof.	[se escucha al fondo al profesor dialogando con otros alumnos]	

815.	Prof.	El segmento debe estar ubicado ¿en dónde?[se dirige al grupo general de alumnos
816.	Est8	En la mitad
817.	Prof.	Pero, ¿En la mitad de quién?
818.	Est8	Del triangulo
819.	Prof.	¿De cuál triángulo?
820.	Est8	del rojo y el verde
821.	Prof.	Pero el triángulo rojo y el verde es una respuesta muy vaga, porque ¡miren! yo les voy a mostrar aquí, yo voy a colocar el segmento acá, atención allá los niños, voy a mostrarles acá algo que ustedes están haciendo, porque esa respuesta de que debe ir en la mitad no es... bueno no es que no sea correcta, no es suficiente
822.	Prof.	Voy a mostrarles acá, Miren todos acá al tablero[el profesor retoma la tarea en el tablero central]voy a colocar el segmento, voy a tratar de ubicar el segmento, oído, ustedes están haciendo esto[el profesor muestra en la pantalla del tablero central un ejemplo] colocan el segmento en medio de los dos triángulos, y se fijan en las distancias
823.	Prof.	Ya saben que tiene que ser iguales etc. Pero la pregunta es la siguiente: ¿si el segmento debe estar en la mitad?, necesito algo más concreto porque, es que en la mitad está, miren acá; puede estar aproximadamente en la mitad, pero ¿la ayuda que me está mostrando?
824.	Est9	Las distancias
825.	Prof.	Las distancias de ¿dónde a dónde?
826.	Est9	De los puntos al segmento
827.	Prof.	Ah... de los puntos al segmento, perfecto. Eso ya es otra cosa. O sea que la distancia por ejemplo observar acá, de este punto que estoy señalando aquí del verde ¿están mirando todos acá al tablero?, y de este punto del rojo, al segmento ¿cómo deben ser?
828.	Est10	iguales
829.	Prof.	Iguales ¡muy bien!, ustedes las están tratando de ubicar que queden iguales, pero a pesar de que las dejan iguales, cuando mueven el punto en el círculo, se desacomoda todo. Pero esto que están haciendo de acomodarlas iguales, ¿entre quienes las acomodan ustedes las distancias?
830.	Prof.	¿Dónde debe ir el segmento?
831.	Est9	En la mitad
832.	Prof.	En la mitad ¿de quién?
833.	Est9	De los triángulos
834.	Prof.	¿De quién? Tú lo dijiste ahorita
835.	Est9	Ah, de los puntos
836.	Prof.	¿Cómo se llaman esos puntos?
837.	Est9	vértices
838.	Prof.	O sea que ¡miren! yo lo voy a colocar como ustedes dicen, pero voy a hacer algo distinto, lo voy a colocar en la mitad de estos dos [el profesor coloca un segmento inclinado, dejando un extremo aproximadamente en la mitad de una pareja de puntos correspondientes] ¿ahí está bien ubicado?
839.	Est2	¡No!
840.	Prof.	¿Por qué no?
841.	Est2	Porque no coinciden los vértices
842.	Prof.	Pero ustedes me dijeron que si estaba en la mitad de estos dos vértices estaba bien, pero yo lo veo ahí ¿cómo? ¿Cómo quedó?
843.	Est1	inclinado
844.	Prof.	Inclinado perfecto, y ¿cómo debe estar?
845.	Est1	recto
846.	Prof.	Recto muy bien y entonces qué necesito para que quede así, ¿cómo nos lo está pidiendo la tarea? Que tendría que mirar también, yo estoy mirando que entre este vértice y este está en la mitad [el profesor señala la posición del segmento en la figura propuesta] pero entonces ¿qué es lo que necesito realmente para que quede en la mitad de los dos triángulos?

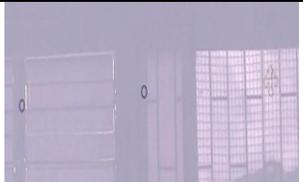
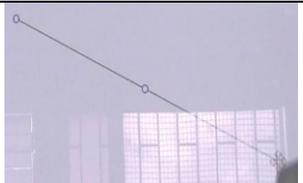
847.	Est10	Las distancias
848.	Prof.	¿Las distancias de quién?
849.	Est11	De los demás vértices
850.	Prof.	O sea de los otros, miremos a ver, o sea que entonces necesito ubicarlo mirando ¿Qué? que ésta distancia de este vértice a este vértice el segmento este ahí en la mitad ¿y en la otra? [Los alumnos dialogan entre sí]
851.	Prof.	¿Qué es lo que me están diciendo? [el profesor les pide que expresen en voz alta sus conjeturas]Entonces atención, qué es lo que necesitan ustedes realmente para que el segmento quede en la mitad, a pesar de que al mover el punto que está en el círculo, se mueva.

En las líneas 852 a 904, el profesor sigue empeñado en que los alumnos le manifiesten lo que él quiere escuchar con respecto a la propiedad de punto medio. En la línea 866 aprovecha la expresión de un alumno para introducir la herramienta punto medio y de manera deliberada la presenta a los alumnos como la solución del problema, generando en los alumnos un aprendizaje por autoridad. El énfasis que el profesor debería haber hecho, era en el porqué, esa distancia igual se pierde. La invalidación de la estrategia perceptiva utilizada por los alumnos se trata de que se mantengan esas distancias entre puntos correspondientes y el espejo luego del arrastre.

Tabla 52. Análisis8/actividad #3 final

852.	Prof.	¿Que necesitaría señor Sáchica [el profesor se dirige a un alumno], para que entre esos dos vértices usted pueda colocar el segmento en la mitad?	
853.	Est12	¿Señor?	
854.	Prof.	¿Que necesitaría usted para que entre esos dos vértices que usted me nombró? Entre los seis vértices pueda colocar el segmento?	
855.	Est12	Dejándolos a la misma distancia	
856.	Prof.	Sí, Pero ¿cómo se puede imaginar usted, que pueda lograr ubicar ese segmento en la mitad de los dos puntos? ¿Cómo se construye un segmento?	
857.	Est12	Pues con una línea recta... eh... con dos puntos	
858.	Prof.	Bueno, si un segmento se construye con dos puntos, y usted necesita que un segmento quede, o que el espejo quede en medio de esos dos puntos, entonces ¿qué es lo que usted necesita realmente?	
859.	Est12	¿Cómo profe? Déjeme escuchar[se dirige a su compañero]	
860.	Prof.	Si un segmento se construye con dos puntos, y usted necesita que entre los dos vértices, colocar un segmento en toda la mitad, entonces usted ¿Qué necesita?	
861.	Est12	Pues la distancia igual	
862.	Prof.	Ya usted sabe, que puede calcular esa distancia, pero ¿Por qué? ¿Qué es lo que necesita usted entonces para que en esos dos puntos, en la mitad quede un segmento, ¿que necesitaría?	

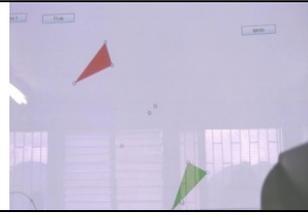
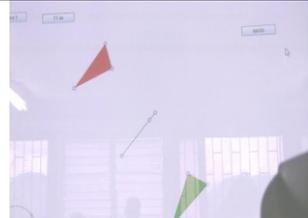
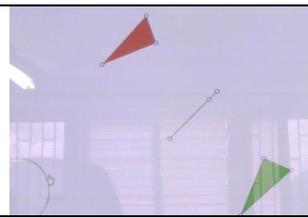
863.	Est12	Un punto centro que...
864.	Prof.	¿Cómo? ¿Que necesitaría? Repítamelo otra vez.
865.	Est12	Profe un punto que...
866.	Prof.	Un punto, claro; perfecto eso es lo que usted necesita. Miren [el profesor se dirige a la clase] lo que el señor Sáchica acaba de terminar diciendo, necesita un punto que esté en la mitad de esos dos, entonces ¡atención! Entonces ahora ustedes lo que necesitan, según lo que me están diciendo, es un punto que esté en la mitad de otros dos, cierto, ¿están de acuerdo?
867.	Est2	Sí, [se escuchan voces de aceptación]
868.	Prof.	¿Por qué necesitan ese punto que esté en la mitad de los otros dos? ¿Para qué?
869.	Est2	Para poder...eh
870.	Prof.	¿Para poder qué?
871.	Est1	Poner bien el segmento
872.	Prof.	O sea para poder construir el segmento, oído acá todos por favor, voy a mostrar una herramienta que les va a <i>ayudar</i> a solucionar esa tarea. Me están diciendo que necesitan un punto que esté en el medio de otros dos y que a pesar que se muevan, él continúe estando ¿en dónde?
873.	Est1	En la mitad
874.	Prof.	En la mitad, muy bien. Voy a mostrar una herramienta en el panel central, todos atentos aquí, hay una herramienta que se llama <i>punto medio</i> , entonces yo miro aquí al lado derecho, hay una herramienta que dice: <i>punto medio</i> , todos ahí en sus pantallas donde tienen la tarea, van a dar clic en archivo y luego van a darle clic a nuevo, listo ¿Qué apareció?
875.	Est1	Una hoja nueva
876.	Prof.	Muy bien, todos por favor archivo nuevo, las niñas allá, los jóvenes allá en el fondo, voy a mostrar cómo es que se utiliza la herramienta <i>punto medio</i> , que es lo que ustedes me están pidiendo. Al lado derecho hay una herramienta, aquí [el profesor señala en el panel central donde está el icono de la herramienta]
877.	Prof.	Yo le voy a dar clic a <i>punto medio</i> y miro abajo la pantalla ¿Qué me dice, que dice abajo en la pantalla?
878.	Est7	Seleccione el primer punto [se escuchan otras voces diciendo lo mismo.]
879.	Prof.	Seleccione el primer punto, muy bien entonces va a dar un solo clic y miran abajo que dice nuevamente abajo en la pantalla
880.	Est2	Seleccione el segundo punto [se escuchan otras voces diciendo lo mismo.]
881.	Prof.	Seleccione el segundo punto, entonces van a dar otro clic en otro lugar y ¿Qué apareció?
882.	Est13	Tres puntos
883.	Prof.	¡Tres puntos! Y ¿cuál es el punto que estamos mirando, ahora quiero que seleccionen la herramienta mover punto ahí también en el lado derecho ustedes ven una que dice mover punto, miren aquí la estoy mostrando, le van a dar clic y van a arrastrar uno de los dos puntos de los extremos y van a ver qué sucede, cuando lo arrastran ¿Qué sucede? Cuando arrastran uno de esos dos puntos?
884.	Est1	Que se mueven
885.	Est2	Se estiran
886.	Prof.	Pero observen bien ¿qué sucede?
887.	Est13	Profe se estiran pero siguen estando a la misma distancia [se escuchan voces de muchos alumnos dialogando]
888.	Prof.	Ah se estiran, pero siguen conservando la misma distancia [el profesor se pasea por los diferentes grupos constatando la actividad y relanzando la tarea]. ¿Qué está sucediendo?, cuando ustedes mueven los puntos ¿qué sucede?
889.	Prof.	Bueno Ahora quiero mostrarles otra herramienta para que miren las distancias.

890.	Prof.	Ustedes me dicen que las distancias siguen siendo las mismas ¿no? Bueno ahora quiero que observen que cuando estiro alguno de los puntos, el punto de la mitad, que está haciendo, ¿Qué pasa con el punto de la mitad? Háganlo allá en sus computadores.	
891.	Prof.	Entonces voy a hacer lo siguiente, voy a construir un segmento.	
892.	Prof.	Entonces me voy a la herramienta segmento y voy a construir un segmento entre los dos primeros puntos y luego entre los otros dos, ahora voy a estirar el segmento, aquí es importante darle clic a mover punto.	
893.	Prof.	Ahora estiro el segmento [el profesor estira el segmento de un extremo y de otro repetidas veces] ¿Qué pasa con el punto?	
894.	Est1	Se mueve	
895.	Prof.	Pero ¿Qué es lo importante de ese <i>punto medio</i> ?	
896.	Est2	Que nunca se mueve de la mitad	
897.	Prof.	Que conserva ¿Qué?	
898.	Est2	Su distancia	
899.	Prof.	Muy bien, voy a mostrar algo aquí, primero señalo el segmento y le voy a dar clic derecho, y me voy acá arriba, [el profesor coloca el puntero sobre una herramienta que se encuentra en la parte superior del menú central superior, acá hay un segmento pequeño que tiene un 0,2 y le voy a dar clic ahí ¿Qué apareció?	
900.	Est14	Un número es “2,85”	
901.	Prof.	Ahora voy a señalar este otro segmento y le voy a dar clic allá, ¿Qué apareció?	
902.	Est14	Otro número es “2,85”	
903.	Prof.	“2,85”, ahora estire el segmento de un extremo, [se dirige al alumno 14, que se acerca para colaborar en el tablero] ¿qué paso con las dos distancias?	
904.	Est14	Siguen iguales, “8,56” profe están iguales mire profe [le muestra el alumno al profesor la longitud de los segmentos.	

Luego de la inducción por parte del profesor sobre la herramienta *punto medio*, el alumno14, usa la herramienta. Marca los puntos medios de los puntos correspondientes y construye un segmento con extremos en dos de esos puntos (líneas 906 a 918). Mueve el punto sobre el círculo, lamentablemente el software sufre un bloqueo y no podemos observar la retroacción del medio. Que efectivamente debería ser, que el segmento se mantiene sobre los puntos medios construidos. Esta estrategia debió permitir concluir la tarea. Se escucha como el profesor confirma que otros grupos verificaron la validación de esa estrategia (líneas 919 a 925).

Tabla 53. Análisis9/actividad #3 final

990.	Prof.	Muy bien ahora vamos a la actividad nuevamente, vuelvan a la actividad y ahora van a tratar de utilizar esta herramienta en la elaboración de la tarea, por favor. Utilicen la
------	-------	--

		herramienta <i>punto medio</i> para ver si pueden resolver la tarea, ahora construyan el segmento con la herramienta nueva. [al parecer por un olvido, el profesor no enfoca la cámara sobre la pareja1 de alumnos y esta sigue en el tablero y no se aprecia el trabajo de los alumnos 1 y 2]	
906	Est14	(Selecciona la herramienta <i>punto medio</i> , luego ubica el puntero sobre el vértice2 del triángulo rojo, hace clic, desplaza el puntero y hace clic sobre el vértice2 del triángulo verde. Aparece un punto exactamente en la mitad de estos dos puntos).	
907	Est14	(Coloca ahora el puntero sobre el vértice1 del triángulo rojo, hace clic, desplaza el puntero hasta el vértice1 del triángulo verde, hace clic, aparece un segundo punto exactamente en la mitad de estos dos puntos).	
908	Est14	(Coloca el puntero sobre el vértice3 del triángulo rojo, hace clic, desplaza el puntero hasta el vértice3 del triángulo verde, hace clic sobre este punto, aparece un tercer punto exactamente en la mitad de estos dos puntos).	
909	Prof.	Bueno hay personas que están tratando de hacer la actividad, otros que se cansaron, por favor nos quedan 5 minutos, vamos a ¡terminar bien!	
910	Est14	(Selecciona la herramienta segmento, y construye un segmento entre los puntos medios de los vértices correspondientes1 y 2).	
911	Est14	(Construye otro segmento entre los puntos medios de los vértices correspondientes1 y 3).	
912	Prof.	¿Ya construyeron el segmento?[se dirige al grupo general de alumnos]	
913	Est14	Si profe	
914	Prof.	Haber ¿Dónde está? [el profesor se acerca al alumno 14]Y ¿está en la mitad de los dos triángulos?	
915	Est14	¡Sí!	
916	Prof.	Ahora, si eso es correcto, mueva el punto, con la herramienta mover punto ¡selecciónela!	
917	Est14	(selecciona la herramienta mover punto, hace clic, coloca ahora el puntero sobre el punto que está en el círculo, lo mueve adelante y hacia atrás) [El software al parecer se ha bloqueado] no se mueve profe, ah... uff.	
918	Prof.	No se mueve, [el profesor constata que el software no responde correctamente a la orden] qué lástima, hay que volverlo a hacer. Muy bien vamos a terminar, vamos a compartir esto que acaban de encontrar todos en la puesta en común.	
1004.	Prof.	Veo que también en este computador trabajaron eso, muéstrenme a ver por favor [el profesor se dirige a otra pareja de alumnos] muévanme el punto haber...	
1005.	Est15	Ñan, Ñan [sonidos hechos por el alumno], [el alumno mueve repetidamente el punto que está sobre el círculo, como queriendo mostrar que el segmento se mantiene siempre en la mitad]	
1006.	Prof.	despacio mijo[el profesor se dirige al alumno para que no mueva el punto tan	

		rápidamente]quiero verificar si el segmento continúa en la mitad de los dos triángulos aunque el triángulo verde se mueva, perfecto muy bien,
1007.	Prof.	Ahora ustedes como hicieron allá [el profesor se dirige a otra pareja de alumnos] cuéntenme ¿cómo hicieron en ese otro computador?
1008.	Est16	Pues nosotros utilizamos el <i>punto medio</i> , para todos los vértices y después hicimos el segmento con los puntos y... ya. De ultimo movimos el punto sobre el círculo y listo
1009.	Prof.	Ah bueno muy bien, ojo que hay unos grupos que están esperando no sé qué, vamos ustedes también deben resolver la actividad, a ver ustedes acá mueva el punto haber, ah bueno muy bien, o sea que el segmento si se podía construir en la mitad de los dos triángulos
1010.	Est17	Si profe

3.4.5 Análisis puesta en común 2 actividad #3 [tarea2]

3.4.5.1 *Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos*

Indicador 1: El profesor regula el comportamiento de los alumnos para reforzar las actitudes de escucha y respeto por la palabra.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

Indicador 2: El profesor solicita al alumno que describa su experiencia con el software.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

Indicador 3: El profesor acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales y hagan referencia a su experiencia con el software.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

3.4.5.2 *Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos*

Indicador 1: El profesor descalifica las referencias que hacen los alumnos a conocimientos personales, o a su experiencia con el software

En las líneas 952 a 969, se observa como el profesor descalifica la referencia que hace un alumno sobre las distancias iguales entre puntos correspondientes y el espejo cuando se mueve el

punto sobre el círculo, sistemáticamente ignora la objeción del alumno en lugar de tratar de comprender lo que él piensa.

Tabla 54. Análisis Indicador1/Comportamientos no coherentes/acti3 final /puesta en común objetivos socio afectivos

952.	Prof.	Venga, deténgase, muévalo pero entonces déjelo en una posición donde podamos ver qué pasa con el segmento, ¡Ahí! ¡Ahí!, quieto. ¿Cómo son las distancias del segmento a los vértices?	
953.	Est3	Las mismas	
954.	Prof.	Las mismas muy bien, y la tarea ¿Cuál era?	
955.	Est8	Que las distancias fueran iguales	
956.	Prof.	Mueva el punto[el profesor se dirige al alumno3]	
957.	Est9	Pero profé, ahí se encogen no quedan iguales ¡mire y verá!	
958.	Est3	(mueve el punto sobre el círculo, el triángulo verde se mueve y el segmento continúa estando exactamente en el medio de las tres parejas de vértices correspondientes)	
959.	Est9	Pero profé, si pillas que ahí se encogen y se pierden las distancias[el alumno al parecer no está de acuerdo al observar el movimiento del triángulo verde]	
960.	Prof.	¡Ah! bueno, pero al moverlo...	
961.	Est9	Se pierden las distancias	
962.	Prof.	Pero ¿cómo quedan las distancias cuando él para?	
963.	Est9	iguales	
964.	Prof.	Y ¿qué era lo que les pedía la tarea? Que a pesar de que se moviera el punto las distancias ¿fueran?	
965.	Est9	Iguales [se escucha a muchos alumnos respondiendo afirmativamente]	
966.	Prof.	Muy bien mijo [el profesor se dirige al alumno3]. Eh... esto que acaba de hacer él, necesito que lo razonemos. ¿Es correcto lo que él está mostrando?	
967.	Est10	Sí claro	
968.	Prof.	¿Por qué?	
969.	Est10	Porque el vértice siempre queda... eh... porque el segmento siempre queda en la mitad de los dos triángulos.	

Indicador 2: El profesor espera que los alumnos hagan referencia al saber.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

Indicador 3: Si los alumnos no muestran una estrategia ganadora, el profesor interviene mostrando la estrategia.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

3.4.5.3 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización.

Indicador1: El profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y en caso contrario propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

En las líneas 952 a 955, se observa que el profesor si trata de verificar, que el alumno haya tomado conciencia de la equidistancia, preguntándole acerca de cómo es la distancia entre vértices correspondientes y el espejo.

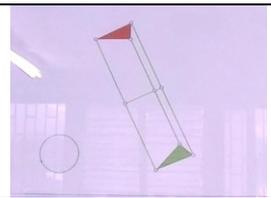
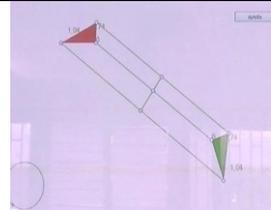
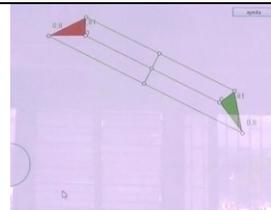
Tabla 55. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización

952.	Prof.	Venga, deténgase, muévelo pero entonces déjelo en una posición donde podamos ver qué pasa con el segmento, ¡Ahí! ¡Ahí!, quieto. ¿Cómo son las distancias del segmento a los vértices?	
953.	Est3	Las mismas	
954.	Prof.	Las mismas muy bien, y la tarea ¿Cuál era?	
955.	Est8	Que las distancias fueran iguales	

En las líneas 970 a 999, es valioso resaltar (aunque no estaba previsto) el intento que hace el profesor como preparación para la cuarta actividad, cuando motiva apropiadamente al alumno a que construya los segmentos entre puntos correspondientes de los dos triángulos, afín de que todos observen que esos segmentos son perpendiculares al eje de simetría.

Tabla 56. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización

970	Prof.	Eso mijo. ¡Esa es la respuesta! Muy bien vamos a consignar esto que acaban de encontrar en esta puesta en común, ¡ah! otra cosita que quisiera preguntar, quiero pedirle al señor mismo que está en el computador que nos está ayudando con esto.
971	Prof.	Vamos a pedirle un favor a él, escuchen. El construyó el segmento en el medio de los vértices, pero, también ¿qué hubiera podido él hacer ahí?, construir ¿cuáles segmentos?, ¿qué segmentos también hubiera podido construir?
972	Est3	(Construye un segmento entre el vertice2 del triángulo rojo y el <i>punto medio</i> de los

		vertices2 correspondientes)	
973	Prof.	Eso, ¡perfecto!	
974	Est3	(Construye otro segmento entre el vértice1 del triángulo verde y el <i>punto medio</i> de los vértices1 correspondientes).	
975	Prof.	¿Qué está haciendo él en este momento? ¿Qué está construyendo?	
976	Est11	segmentos	
977	Est3	(Construye otro segmento entre el vértice3 del triángulo rojo y el <i>punto medio</i> de los vertices3 correspondientes).	
978	Est3	(Construye otro segmento entre el vértice1 del triángulo rojo y el <i>punto medio</i> de los vertices1 correspondientes).	
979	Prof.	¿Entre quien está construyendo los segmentos?	
980	Est11	Entre los vértices y el segmento	
981	Est3	(Construye otro segmento entre el vértice2 del triángulo verde y el <i>punto medio</i> de los vertices2 correspondientes).	
982	Est3	(Construye otro segmento entre el vértice3 del triángulo verde y el <i>punto medio</i> de los vertices3 correspondientes).	
983	Prof.	¡Ah! bueno. Déjelo ahí quieto, no se vaya a mover [el profesor se dirige al alumno3] por favor mirar la figura que él acaba de construir, ¿Qué hizo él?	
984	Est12	Hizo como una figura de la esquina...	
985	Prof.	Trazó segmentos de ¿dónde a dónde? ¿Qué me pueden decir con respecto a los segmentos que él construyó?	
986	Est13	Que están a una misma distancia del centro	
987	Prof.	¿Que más me pueden decir con respecto a los segmentos que el construyó?	
988	Est14	Que están unidos por los vértices de los dos triángulos	
989	Prof.	¿Algo más? a ver ¿quién quiere opinar sobre eso?, es que eso que acaba de hacer él, me parece muy importante pero necesito que ustedes observen mejor	
990	Est14	Pues a unido los vértices de los triángulos con el segmento y...	
991	Prof.	Dele <i>ayuda</i> caballero a ver qué pasa[el profesor se dirige al alumno3]	
992	Est3	(Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos al segmento que usted construyó, necesito que haga clic en ese segmento”. Hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece, Hace clic sobre el segmento y aparecen unos valores).	
993	Prof.	¿Qué apareció ahí?	
994	Est3	Que tiene las mismas medidas	
995	Prof.	Gire el punto del círculo[el profesor se dirige al alumno3]	
996	Est3	Hace clic sobre el punto del círculo y lo mueve	
997	Prof.	Ahí, ahí, gírelo otro poquito [el profesor le da indicaciones al alumno3] es que queremos ver los valores. ¿Cómo son los valores ahí?	
998	Est3	iguales	
999	Prof.	Iguales bien, algo más que quieran decirme ¿de lo que están observando ahí? [Se escuchan voces de fondo en tono muy bajo que no se alcanzan a comprender] bueno, estoy viendo cosas ahí pero necesito que ustedes me ayuden, ¿cómo ven esos segmentos?, entre ellos	

		¿qué pasa?, ¿qué ven?
--	--	-----------------------

Indicador2: El profesor cuida que sus interpretaciones personales sobre las palabras dichas por los alumnos corresponden a las interpretaciones de estos.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador3: El profesor verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario busca que haya otros alumnos que la refuten.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador4: El profesor acuerda y oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

En las líneas 1007 a 1016, el profesor interviene apropiadamente consignando los acuerdos comunes a los que se han llegado, con respecto al objeto de conocimiento.

Tabla 57. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización

1007	Prof.	Primera conclusión, ¿dónde debería quedar el segmento?
1008	Est19	En la mitad[se escucha a muchos alumnos respondiendo afirmativamente]
1009	Prof.	¿En la mitad de quién?
1010	Est19	De los puntos correspondientes
1011	Prof.	Entonces vamos a colocar [se dirige al alumno18] el segmento debe quedar en la mitad de ¿esos puntos como fue que los llamaron?
1012	Est20	vértices
1013	Prof.	El segmento debe quedar en la mitad, pero ¿de cuántos, fue que dijeron?
1014	Est20	De tres... ¡ah! seis vértices
1015	Prof.	Bueno entonces coloquemos que el segmento debe quedar en la mitad de los vértices, la pregunta si sería de cuantos.
1016	Est21	Seis vértices

Indicador5: El profesor articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

3.4.5.4 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización

Indicador1: El profesor no verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y tampoco propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador2: El profesor no cuida que su interpretación personal de las palabras del alumno corresponda a la interpretación del alumno.

En las líneas 1007 a 1016, se observa que durante el desarrollo de todas sus intervenciones, el profesor transforma las expresiones de los alumnos, intentando más bien introducir un vocabulario geométrico.

Tabla 58. Análisis Indicador2/Comportamientos no coherentes/act3 final/puesta en común/proceso de institucionalización

1007.	Prof.	Primera conclusión, ¿dónde debería quedar el segmento?
1008.	Est19	En la mitad[se escucha a muchos alumnos respondiendo afirmativamente]
1009.	Prof.	¿En la mitad de quién?
1010.	Est19	De los puntos correspondientes
1011.	Prof.	Entonces vamos a colocar [se dirige al alumno18] el segmento debe quedar en la mitad de ¿esos puntos como fue que los llamaron?
1012.	Est20	vértices
1013.	Prof.	El segmento debe quedar en la mitad, pero ¿de cuántos, fue que dijeron?
1014.	Est20	De tres... ¡ah! seis vértices
1015.	Prof.	Bueno entonces coloquemos que el segmento debe quedar en la mitad de los vértices, la pregunta si sería de cuantos.
1016.	Est21	Seis vértices

Indicador3: El profesor no identifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario no busca que haya otros alumnos que la refuten.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador4: El profesor no acuerda ni oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador5: El profesor no articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

Se observa que el profesor institucionaliza el concepto de *punto medio* como un punto que siempre está en la mitad de otros dos, sin importar cómo se muevan esos puntos (líneas 1017 a 1022). Pero en la línea 1022 se observa una imprecisión, pues solo resalta la precisión de la herramienta punto medio, sin enfatizar el hecho de que la propiedad se mantiene a pesar del arrastre

Tabla 59. Análisis Indicador5/Comportamientos no coherentes/acti3 final/puesta en común/proceso de institucionalización

1017.	Prof.	Muy bien. Entonces segunda conclusión, no basta que quede ubicado en el medio de dos vértices en donde quede ubicado, sino que debe quedar ubicado en medio de los seis vértices. Tercero. Bueno entonces ahora podemos decir que la herramienta, ¿cómo es que se llama la herramienta?
1018.	Est22	Punto medio
1019.	Prof.	¿Punto qué?
1020.	Est22	Punto medio
1021.	Prof.	La herramienta punto medio nos garantiza, que un punto queda ¿en la mitad de quién? ¿Nos garantiza que queda en la mitad de otros?
1022.	Est22	En el centro de ellos [se escucha a muchos alumnos respondiendo afirmativamente]

Conclusiones de la puesta en común actividad #3 [tarea2]

El profesor bastante confundido en cuanto a la finalidad y objetivos de la puesta en común, desarrolló una actividad donde verificó la utilización del punto medio para la construcción. No solicitó a los alumnos que precisaran en qué consistieron sus estrategias para ubicar correctamente el espejo; tampoco para llegar a la conclusión de que las estrategias perceptivas no servían y que la única estrategia que funcionaba era usar la herramienta *punto medio* para la solución del problema. Los alumnos utilizaron la ayuda y constataron distancias iguales entre los segmentos que unen puntos correspondientes y el espejo. El profesor

institucionalizó el concepto de punto medio, como una herramienta de precisión estática, mas no de un carácter dinámico, no resaltando el hecho de que la propiedad se mantiene aun cuando se utilice el arrastre.

3.5. Actividad #4 [tarea1]

3.5.1 Descripción de la actividad

Se propone la siguiente tarea: mueva el triángulo verde hasta que represente el reflejo del triángulo rojo con respecto al espejo. Se pretende con esta actividad, establecer las condiciones para construir la imagen de una figura con respecto a un eje de simetría; que los alumnos comprendan que un punto y su imagen quedan sobre una recta perpendicular al eje de simetría y a igual distancia de dicho eje, pero en semiplanos diferentes; para el desarrollo de esta actividad se trabaja con siete figuras, en las seis primeras se presenta un triángulo rojo uno verde y una recta, el triángulo rojo solo se puede girar, tomándolo por el vértice² y no puede arrastrarse; el triángulo verde puede moverse arrastrándolo por el vértice¹ y se puede girar, tomándolo por el vértice²; a partir de la serie 5 el triángulo rojo no se puede girar, las seis primeras figuras se diferencian en la inclinación de la recta.

Aprendizaje esperado: No basta con lograr que las distancias de puntos correspondientes al espejo sean iguales; es necesario lograr la perpendicularidad de los segmentos que unen puntos correspondientes, con respecto al espejo (eje de simetría).

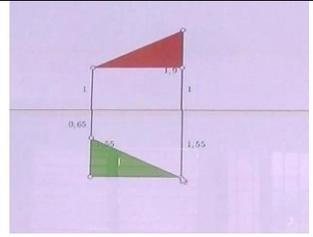
3.5.2 Análisis actividad #4 [tarea1]

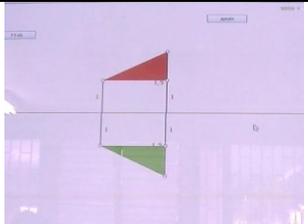
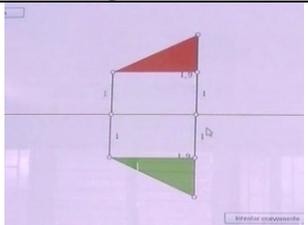
Análisis puesta en escena

El profesor realizó una puesta en escena no planeada en el análisis a priori. Donde pasó a un alumno delante de la clase, el alumno realizó el problema utilizando desde el comienzo la *ayuda*, para mostrar los segmentos que representaban las distancias de los vértices de los

triángulos a la recta; arrastró el triángulo verde hasta colocarlo en posición opuesta al triángulo rojo con respecto a la recta; finalmente ajustó la posición del triángulo verde, hasta hacer coincidir los segmentos correspondientes y logró distancias iguales. Líneas (1024 a 1042).

Tabla 60. Análisis puesta en escena /actividad #4

1024.	Prof.	Vamos a mirar aquí con el compañero... no se me adelanten allá algunos. Yo sé que quieren hacerlo rápido pero ¡a ver!, <i>Tarea1</i> recuerden que siempre hay que tener un orden, no vamos a empezar a trabajar sin saber que es la tarea, primero debemos saber que tarea es. Entonces <i>tarea1</i> , ¿qué dice? [el profesor se dirige al alumno3]	
1025.	Est3	(Hace clic en botón <i>tarea1</i> y aparece un cuadro de diálogo que el alumno lee y que dice: “mueva el triángulo verde hasta que represente el reflejo del triángulo rojo con respecto al espejo”).	
1026.	Prof.	Lea eso muy bien nuevamente, porque necesito que lo interprete para poder trabajar.	
1027.	Est3	(Lee). Mueva el triángulo verde hasta que represente el reflejo del triángulo rojo con respecto al espejo (hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece. Arrastra un poco el triángulo verde tomándolo por el vértice1, hace clic en el botón <i>ayuda</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”).	
1028.	Est3	(Hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece y aparecen desde cada uno de los vértices de los dos triángulos, unos segmentos perpendiculares a la recta y también aparecen los valores de las tres distancias de estos puntos a la recta).	
1029.	Est3	(Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2, mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1, hasta dejar los tres puntos de los vértices de los dos triángulos a igual distancia sobre la recta y un tanto separados entre sí).	
1030.	Est3	(Hace clic sobre el botón <i>tarea1</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “mueva el triángulo verde hasta que represente el reflejo del triángulo rojo con respecto al espejo”).	
1031.	Prof.	Tiene que mover el verde para que sea el reflejo del rojo, ¿dónde estaría el verde entonces?	
1032.	Est4	Yo lo puse en forma de espejo,	
1033.	Prof.	¡Ah! bueno, mire lo que está diciendo su compañero	
1034.	Est3	¡Ah! ya sé. Debajo de la línea. (Traslada el triángulo verde tomándolo por el vértice1. y lo coloca debajo del espejo)	
1035.	Est3	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y une los extremos de los segmentos sobre el espejo).	
1036.	Est3	(Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2, y lo deja en posición contraria al rojo).	

1037.	Est3	(Coge el triángulo verde por el vértice1 y lo traslada hasta hacer coincidir los segmentos entre puntos correspondientes sobre la recta y ajusta distancias iguales entre las tres parejas de puntos).	
1038.	Prof.	Cuéntenos ¿qué está haciendo ahí? [El profesor se dirige al alumno3] cuénteme ¿Qué hizo?	
1039.	Est3	Básicamente moví el triángulo ¡cuadrado!, perdón ¡el triángulo verde! para que fuera el reflejo del rojo.	
1040.	Prof.	Pero usted utilizó de una vez todo, con la <i>ayuda</i> y todo. Bueno perfecto. Siguiente: <i>tarea1ok</i> [el profesor le indica al alumno oprimir el botón <i>t1ok</i>]	
1041.	Est3	(Hace clic en <i>t1ok</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios” hace clic en <i>aceptar</i> , el cuadro de diálogo desaparece y aparecen los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios sobre la recta y dos botones, uno que dice “siguiente ejercicio” y otro que dice “intentar nuevamente”).	
1042.	Prof.	<i>siguiente ejercicio</i> [el profesor le indica que debe presionar el botón <i>siguiente ejercicio</i>]	

Análisis fase adidáctica [tarea1]:

Única estrategia observada:

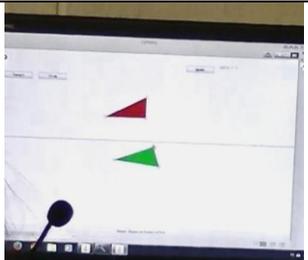
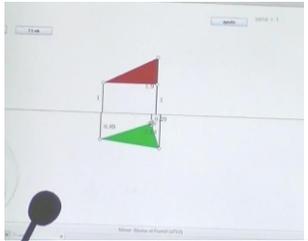
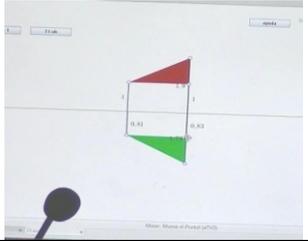
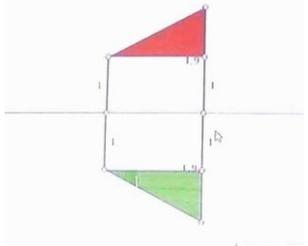
Los alumnos utilizaron la misma estrategia observada en la puesta en escena. Consiste en arrastrar el triángulo verde hasta colocarlo en posición opuesta al triángulo rojo con respecto a la recta; luego utilizar la *ayuda* para mostrar los segmentos que representan las distancias de los vértices de los triángulos a la recta; finalmente ajustar la posición del triángulo verde, hasta hacer coincidir los segmento correspondientes y lograr distancias iguales. Los alumnos utilizaron esta estrategia en el ejercicio1 (línea 1056 a 1061); ejercicio2 (líneas 1064 a 1070); ejercicio3 (línea 1075 a 1083); ejercicio4 (líneas 1085 a 1090) ejercicio5 (líneas 1092 a 1100).

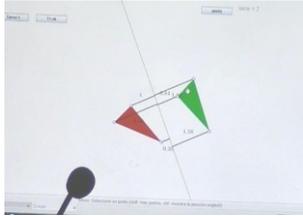
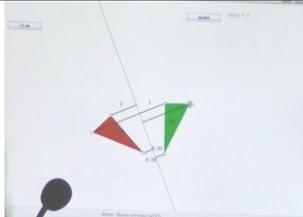
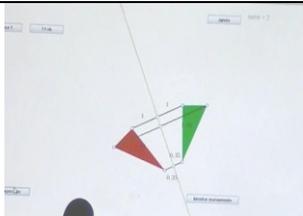
En todos estos ejercicios, cuando los alumnos hacen clic sobre el botón *t1ok*, aparecen los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios sobre la recta y dos botones, uno que dice *siguiente ejercicio* y otro que dice *intentar nuevamente*. Los alumnos hacen clic sobre el botón *siguiente ejercicio*, lo cual indica que validaron la estrategia. El software les presenta un

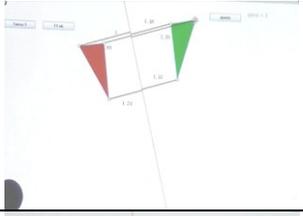
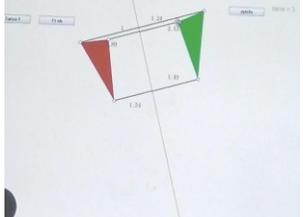
nuevo ejercicio, lo cual constituye una validación por parte del medio. La repetición de la estrategia constituye un signo de refuerzo de la acción y de aprendizaje por adaptación.

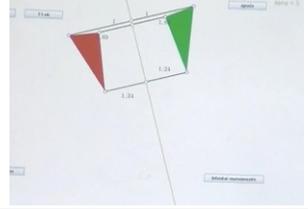
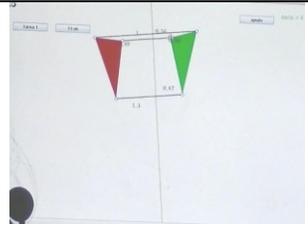
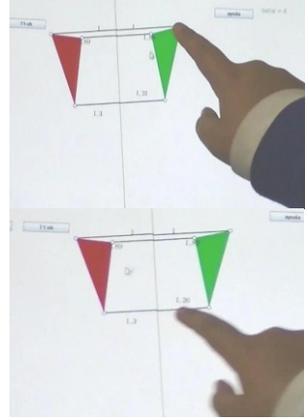
Aunque los alumnos acomodaron el triángulo verde para que los segmentos formaran un solo segmento no podemos afirmar que tomaron conciencia de la necesidad de la perpendicularidad.

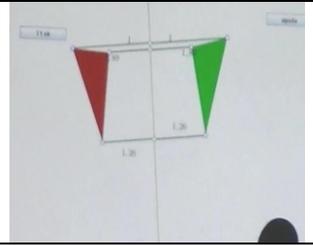
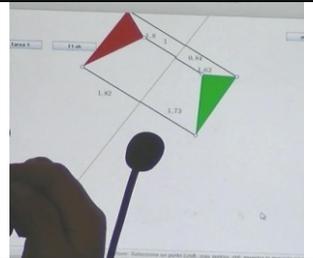
Tabla 61. Análisis tarea1/actividad #4

1056.	Est1	(Arrastra el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y lo coloca por debajo del espejo. lo gira tomándolo por el vértice2, hasta dejarlo casi en posición contraria al rojo).	
1057	Est1	(Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> , aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”. Hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos segmentos perpendiculares al espejo, desde cada vértice de los dos triángulos y los valores de sus longitudes).	
1058	Est1	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vertice1. Gira el triángulo verde tomándolo por el vertice2 y lo acomoda contrario al triángulo rojo. Mueve el triángulo verde tomándolo por el vertice1 y une los segmentos entre puntos correspondientes1 y 3).	
1059	Est2	¡Mire! ya están casi iguales las distancias[le indica con su mano al compañero los valores entre segmentos de vértices correspondientes]	
1060	Est1	Sí, ya veo (ajusta distancias iguales de los segmentos al espejo entre los puntos correspondientes 1 y 2. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y ajusta distancias iguales entre los puntos correspondientes3).	
1061	Est1	(Hace clic sobre el botón <i>tIok</i> , aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios” hace clic en aceptar, el cuadro de diálogo desaparece y aparecen los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios sobre la recta y aparecen dos botones, uno que dice “siguiente ejercicio” y otro que dice “intentar nuevamente”. Hace clic sobre el botón <i>siguiente ejercicio</i>).	

1064.	Est2	(Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”, hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos segmentos perpendiculares al espejo, desde cada vértice de los dos triángulos y los valores de sus longitudes.).	
1065.	Est2	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice uno, une los segmentos entre vértice1 del triángulo rojo y vertice2 del verde sobre el espejo. gira el triángulo verde tomándolo por el vertice2. Mueve el triángulo verde, tomándolo por el vertice1 y une los segmentos entre vértice2 del triángulo rojo y vertice1 del verde sobre el espejo).	
1066.	Est2	(Mueve el triángulo verde, tomándolo por el vertice1 yajusta distancias de los segmentos al espejo entre las parejas de vértices 1 y 2 no correspondientes de los triángulos).	
1067.	Est2	(Coloca el puntero sobre el vertice3 y luego sobre el vértice2 del triángulo verde, coloca el puntero sobre el vértice1 y luego sobre el vértice2 del triángulo rojo. Gira el triángulo rojo tomándolo por el vertice2. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2. Los segmentos entre vértice2 rojo y verde1 permanecen unidos. Los segmentos entre vertice1 rojo y verde2 se separan).	
1068.	Est2	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y une segmentos entre vértices1 correspondientes. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y une segmentos correspondientes entre vertices2 y 3. Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices1y2 de los triángulos).	
1069.	Est2	(Gira el triángulo rojo tomándolo por el vértice2 y ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices3)	
1070.	Est2	(Hace clic sobre el botón <i>t1ok</i> , aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios” hace clic en aceptar, el cuadro de diálogo desaparece y aparecen los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios sobre la recta y aparecen dos botones, uno que dice “siguiente ejercicio” y otro que dice “intentar nuevamente”).	

1075.	Est1	(Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”, hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos segmentos perpendiculares al espejo, desde cada vértice de los dos triángulos y los valores de sus longitudes.).	
1076.	Est1	(Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2. Traslada el triángulo verde tomándolo por uno de sus lados y une los segmentos entre vértice1 del triángulo verde y vertice2 del rojo).	
1077.	Est1	(Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2. Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y une los segmentos entre puntos correspondientes1. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y une segmentos entre puntos correspondientes2. Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1, une segmentos entre puntos correspondientes 1 y 2).	

1078.	Est1	(Ajusta distancias iguales entre segmentos correspondientes 1 y 2. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y ajusta distancias iguales entre segmentos correspondientes3)	
1079.	Prof.	[Dirigiéndose a toda la clase];¡Listos!, ¿en qué serie van?	
1080.	Est7	En la seis profe	
1081.	Prof.	ahí ya terminan, o sea que veo que en esta actividad como que les fue más fácil	
1082.	Est8	Sí profe [se escuchan voces afirmativas de fondo y diálogos de alumnos]	
1083.	Est1	(Hace clic sobre el botón t1ok, aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios” hace clic en aceptar, el cuadro de diálogo desaparece y aparecen los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios sobre la recta y aparecen dos botones, uno que dice “siguiente ejercicio” y otro que dice “intentar nuevamente”).	
1085	Est2	(Hace clic sobre el botón ayuda aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”, hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos segmentos perpendiculares al espejo, desde cada vértice de los dos triángulos y los valores de sus longitudes.).	
1086	Est2	(Mueve el triángulo verde tomándolo por uno de sus lados. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y une los segmentos entre vértices2 correspondientes, mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y une los segmentos entre vértices1 correspondientes, los segmentos entre vértices2 correspondientes se separan. Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y une los segmentos entre vértices2 correspondientes)	
1087	Est2	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices1 y 2 correspondientes de los triángulos).	
1088	Est1	Mire le falta girar este (le señala el vértice2 del triángulo verde) estas distancias de abajo no están iguales(le señala con su mano los valores de las distancias de los segmentos entre vértices3)	
1089	Est2	(Gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y ajusta distancias de segmentos entre vértices3 correspondientes [no logra igualar distancias]. Gira el triángulo rojo tomándolo por el vértice2 y ajusta distancias iguales de segmentos entre vértices3 correspondientes).	

1090.	Est2	(Hace clic sobre el botón <i>tIok</i> , aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios” hace clic en aceptar, el cuadro de diálogo desaparece y aparecen los segmentos entre puntos correspondientes y sus puntos medios sobre la recta y aparecen dos botones, uno que dice “ <i>siguiente ejercicio</i> ” y otro que dice “ <i>intentar nuevamente</i> ”).	
1092.	Est1	(Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”, hace clic en aceptar y el cuadro de dialogo desaparece. Aparecen unos segmentos perpendiculares al espejo, desde cada vértice de los dos triángulos y los valores de sus longitudes.).	
1093.	Prof.	Bueno muy bien, aquí serie 5, serie 4, éstos ya terminaron[el profesor se dirige a varios grupos sobre su avance en la tarea]	
1094.	Est1	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y une los segmentos entre vértices1 correspondientes, gira el triángulo verde tomándolo por el vertice2 y une los segmentos entre vertices2 y 3 correspondientes de los triángulos y ajusta distancias de los segmentos entre vértices 1).	
1095.	Prof.	¿En qué serie van acá?[el profesor se dirige a una pareja de alumnos]	
1096.	Est4	En la cuatro	
1097.	Prof.	¡Ah! bueno, listo necesito que lleguen a las seis	
1098.	Est1	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1.	
1099.	Prof.	Bueno, creo que ya casi todos terminaron, vamos a pasar a la puesta en común.	
1100.	Est1	Se detiene en la realización de la serie5 [al parecer espera órdenes del profesor]	

Conclusiones del Análisis actividad #4 [tarea1]

Los alumnos comprendieron que el triángulo verde debe ubicarse de modo que cada vértice de éste y el correspondiente del triángulo rojo, queden a igual distancia de la recta, pero en lados contrarios. Aunque no está claro si tomaron conciencia de que estos vértices deben estar sobre una recta perpendicular al espejo. Para comprobar esa toma de conciencia de la perpendicularidad hace falta proponer a los alumnos que desarrollen un ejercicio donde no esté disponible la ayuda. El profesor debería controlar esa toma de conciencia en la puesta en común.

3.5.3 Puesta en común actividad # 4 [tarea1]

El profesor organiza una puesta en común para solicitar a los alumnos que precisen en qué consiste su estrategia y verificar que identifican la necesidad de la equidistancia y la perpendicularidad para resolver el problema.

3.5.4 Análisis puesta en común actividad #4 [tarea1]

3.5.4.1 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor regula el comportamiento de los alumnos para reforzar las actitudes de escucha y respeto por la palabra.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

Indicador 2: El profesor solicita al alumno que describa su experiencia con el software.

En las líneas 1110 a 1113; 1122 a 1125; 1128 a 1134, se observa como el profesor sí solicita a los alumnos que describan su experiencia con el software, promoviendo su participación y libre expresión de pensamiento.

Tabla 62. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/objetivos socio afectivos

1110	Prof.	¿Qué tenían que hacer con ese triángulo verde?
1111	Est6	Moverlo hasta que quedara el reflejo del triángulo rojo
1112	Prof.	¿Cómo debía quedar entonces ese triángulo?
1113	Est7	Eh... con las mismas medidas

1122	Prof.	¿Que más tienen que decir ahí?, ¿qué más podemos decir de la actividad cuatro?
1123	Est12	Que el segmento es el espejo profe
1124	Est1	Gracias a los segmentos desde los vértices, podemos localizar mejor el punto exacto de los triángulos.
1125	Prof.	¡Ah! bueno, eso es importante.

1128	Prof.	Necesito una explicación un poquito, de eso que me están diciendo. Pero a ver [se dirige al alumno1] cuando usted me dice eso, no comprendo eso de que los segmentos me dicen el punto exacto...
1129	Est1	Pues no como el punto exacto, pero si me dicen dónde debería estar el otro triángulo, es como una <i>ayuda</i> para poder localizar... ¡no se explicar! profe
1130	Prof.	O sea que tienen que estar ¿cómo?
1131	Est2	verticales

1132	Prof.	Vertical ¿Cómo? Bueno, coloquemos eso [el profesor se dirige al alumno11 que escribe en el tablero]
1133	Prof.	Ella dice que los segmentos tienen que estar verticales, ¿están de acuerdo?
1134	Est13	Sí, [se escuchan varios alumnos confirmando la respuesta]

Indicador 3: El profesor acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales y hagan referencia a su experiencia con el software.

En las líneas 1152 a 1157; 1166 a 1170; 1173 a 1183, se observa que el profesor sí acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales; ellos hacen uso de su lenguaje natural para exponer sus ideas, conocimientos y su experiencia con el software.

Tabla 63. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/objetivos socio afectivos

1152	Prof.	Tengo una pregunta para poder dar por terminada esta puesta en común ¡chicos! Ustedes utilizaron la <i>ayuda</i> porque les brindaba la posibilidad ¿de qué?
1153	Est2	De las medidas, de medir las distancias
1154	Prof.	De medir esas distancias muy bien y al medir esas distancias también yo vi que ustedes, como que... esos segmentos les servían para algo más
1155	Est18	¡Unirlos! profe ¡unirlos!
1156	Prof.	Para acomodarlos pero... ¿para qué? ¿Por qué acomodarlos?
1157	Est19	Para que queden a la misma distancia del segmento del centro

1166	Est2	Es que ¿cómo explicar?
1167	Prof.	No importa me pueden señalar con sus manos como quieran ¿qué es lo que querían hacer?
1168	Est2	Que se vieran las distancias
1169	Prof.	Los segmentos para ustedes son importantes. Pero ¿por qué son importantes?
1170	Est1	Porque nos ayuda a fijar los vértices de los triángulos para que queden en una posición para que quede bien del espejo

1173	Prof.	Entonces ¿cómo tienen que quedar los segmentos?
1174	Est1	Iguales, unidos, pegados.
1175	Est21	No. El segmento tiene que quedar vertical
1176	Est22	U horizontal
1177	Prof.	Pero vertical ¿cómo?
1178	Est1	A los vértices
1179	Prof.	Vertical u horizontal, pero a quienes ¿Cómo?
1180	Est22	Hacia los triángulos
1181	Est23	en la mitad de los triángulos, como un espejo
1182	Est1	A los vértices
1183	Prof.	Coloquemos eso. Muy bien, el segmento... a ver, para escribir eso necesito que me ayuden aquí, todo eso que me están diciendo, que los segmentos les sirven para cuadrar las distancias, que si no estaba vertical entonces no podían unir los dos vértices.

3.5.4.2 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor descalifica las referencias que hacen los alumnos a conocimientos personales, o a su experiencia con el software.

Indicador 2: El profesor espera que los alumnos hagan referencia al saber.

Indicador 3: Si los alumnos no muestran una estrategia ganadora, el profesor interviene mostrando la estrategia.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

3.5.4.3 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización.

Indicador1: El profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y en caso contrario propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

No se encontraron evidencias de este comportamiento

Indicador2: El profesor cuida que sus interpretaciones personales sobre las palabras dichas por los alumnos corresponden a las interpretaciones de estos.

En las líneas 1116 a 1127 se observa que durante el desarrollo de todas sus intervenciones el profesor cuida el no cambiar el lenguaje natural, ni el sentido atribuido por los alumnos a los objetos de conocimiento y sus propiedades, ni su forma de concepción.

Tabla 64. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización

1116	Prof.	Entonces, actividad4, el triángulo verde, o no... ¿Cómo fue que me dijeron? ¿Cómo tenía que quedar el triángulo?
1117	Est9	Igual al rojo, o sea...tenía que estar contrario al espejo
1118	Prof.	¡Ah!, Tenía que quedar contrario al espejo [el profesor repite lo que el alumno dice], muy bien eso está bien. ¿Y quién es el espejo ahí?
1119	Est10	El segmento
1120	Prof.	Muy bien, el segmento, o ¿qué hay ahí? una línea recta, bueno. Entonces escribamos [se

		dirige a un alumno l1 que escribe en el tablero] el triángulo verde tiene que quedar contrario al espejo.
1121	Est11	¡Ah! bueno [el alumno escribe la conclusión uno en el tablero]
1122	Prof.	¿Que más tienen que decir ahí?, ¿qué más podemos decir de la actividad cuatro?
1123	Est12	Que el segmento es el espejo profe
1124	Est1	Gracias a los segmentos desde los vértices, podemos localizar mejor el punto exacto de los triángulos.
1125	Prof.	¡Ah! bueno, eso es importante.
1126	Prof.	Segunda, por favor escriba [el profesor se dirige al alumno que escribe en el tablero]. Gracias a los segmentos podemos localizar mejor el punto exacto de los triángulos.
1127	Est11	Bueno [el alumno escribe la conclusión dos en el tablero]

Indicador3: El profesor verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario busca que haya otros alumnos que la refuten.

Durante el desarrollo de sus intervenciones, líneas 1133 a 1137 se observa que el profesor lo hace apropiadamente constatando que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo y motiva la reflexión de lo dicho por parte de todo el grupo.

Tabla 65. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización

1133	Prof.	Ella dice que los segmentos tienen que estar verticales, ¿están de acuerdo?
1134	Est13	Sí, [se escuchan varios alumnos confirmando la respuesta]
1135	Prof.	O sea, que si no están vertical ¿qué pasa?
1136	Est14	No, porque el segmento siempre debe estar en la mitad de los dos triángulos.
1137	Est15	¡eso no es lo que están preguntando! [se escucha a varios alumnos discrepando, al parecer no todos están de acuerdo]

Indicador4: El profesor acuerda y oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

En las líneas 1116 a 1120; 1124 a 1127, se observa que el profesor interviene apropiadamente consignando los acuerdos comunes con respecto al objeto de conocimiento, a los que se han llegado durante la socialización de cada una de las tareas.

Tabla 66. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización

1116	Prof.	Entonces, actividad4, el triángulo verde, o no... ¿Cómo fue que me dijeron? ¿Cómo tenía que quedar el triángulo?
1117	Est9	Igual al rojo, o sea...tenía que estar contrario al espejo
1118	Prof.	¡Ah!, Tenía que quedar contrario al espejo [el profesor repite lo que el alumno dice], muy bien eso está bien. ¿Y quién es el espejo ahí?
1119	Est10	El segmento
1120	Prof.	Muy bien, el segmento, o ¿qué hay ahí? una línea recta, bueno. Entonces escribamos [se dirige a un alumno l1 que escribe en el tablero] el triángulo verde tiene que quedar contrario al espejo.

1124	Est1	Gracias a los segmentos desde los vértices, podemos localizar mejor el punto exacto de los triángulos.
1125	Prof.	¡Ah! bueno, eso es importante.
1126	Prof.	Segunda, por favor escriba [el profesor se dirige al alumno que escribe en el tablero]. Gracias a los segmentos podemos localizar mejor el punto exacto de los triángulos.
1127	Est11	Bueno [el alumno escribe la conclusión dos en el tablero]

Indicador5: El profesor articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

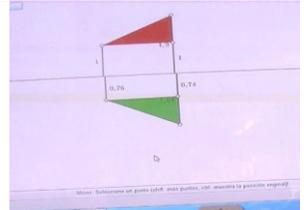
3.5.4.4 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización

Indicador1: El profesor no verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y tampoco propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

Se observa en las líneas 1142 a 1150, que el profesor no verifica si los alumnos tomaron conciencia acerca de la propiedad de equidistancia, necesaria para resolver el problema, pues trata de adecuar la formulación de la condición sobre las distancias, pero al mismo tiempo dice que los segmentos deben estar verticales, y acepta la formulación de que las distancias deben ser iguales al segmento, cuando en realidad el espejo está representado con una recta, este equívoco sobre la utilización por parte del profesor, de los elementos recta y segmento como sinónimos, afectan sin duda el sentido que los alumnos le den a los dos objetos matemáticos. Así mismo se observa en las líneas 1191 a 1213, que el profesor aunque trata de verificar el sentido que tiene

para los alumnos la perpendicularidad; las respuestas de ellos no son lo suficientemente claras para afirmar que tomaron conciencia de la perpendicularidad y de la necesidad de la perpendicularidad. Habría sido mejor que el profesor propusiera un contraejemplo, donde las distancias fueran iguales pero no hubiera perpendicularidad. No podemos afirmar que los alumnos hayan tomado conciencia de la necesidad de la perpendicularidad.

Tabla 67. Análisis Indicador1/Comportamientos no coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización

1142.	Prof.	Ahora, atención: ¿Cómo tenían que ser las distancias?	
1143.	Est1	iguales	
1144.	Prof.	Iguales, muy bien. Entonces los segmentos deben estar verticales a los dos triángulos	
1145.	Prof.	Las distancias... ¿las distancias de quién a qué, tienen que ser iguales?	
1146.	Est16	De los vértices	
1147.	Prof.	De los vértices ¿a quién?	
1148.	Est17	Pues al segmento...	
1149.	Est1	Al espejo	
1150.	Prof.	Muy bien, de los vértices al segmento. Entonces [el profesor se dirige al estudiante 11 que escribe en el tablero] las distancias de los vértices al segmento deben ser iguales.	
1191.	Prof.	Muy bien eso de que tenían que quedar horizontales o verticales me quedó una pregunta ahí. ¿Por qué? Voy a poner en la pantalla aquí un momentico lo que me están diciendo algunos compañeros, porque me parece importante.	
1192.	Prof.	Vamos a colocar aquí en la pantalla la <i>ayuda</i> [el profesor le indica a un alumno3, que coloque en pantalla la actividad] porque hay una pregunta ahí, que no me han respondido. ¿A ver? Cuando ustedes hacían esto...	
1193.	Est3	(Mueve el triángulo verde tomándolo por el vértice1 y lo coloca al otro lado del espejo. gira el triángulo verde tomándolo por el vértice2 y lo coloca en posición contraria al rojo. Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> y aparecen unos segmentos perpendiculares al espejo, desde cada vértice de los dos triángulos y los valores de sus longitudes y ajusta distancias de segmentos entre vértices correspondientes).	
1194.	Prof.	Ustedes trataban de ubicar los triángulos, qué más hacían...por ejemplo acá [el profesor va describiendo las acciones que el alumno3 va desarrollando] ustedes ubicaban el verde para que fuera el reflejo del rojo y para poderlo ubicar bien utilizaron la <i>ayuda</i> , ¿cierto?	
1195.	Est22	¡Dele <i>ayuda</i> ![le indica al alumno3 que oprima el botón <i>ayuda</i>]	
1196.	Prof.	Bueno. Utilizaban la <i>ayuda</i> y ¿qué pasaba?	
1197.	Est3	Se mostraban las distancias	
1198.	Prof.	Bueno. Se mostraban las distancias. Por ejemplo [se dirige al alumno 3] ¿qué hiciste ahí en ese caso?	
1199.	Est3	Medía iguales distancias	
1200.	Prof.	Tratabas de que quedara a igual distancia como si fuera el reflejo... o sea que si no quedaba, para que quedara realmente como reflejo ¿que tenías que hacer?	
1201.	Est23	Ubicar bien las líneas	
1202.	Prof.	Ubicar bien ¿qué?	
1203.	Est24	Las líneas	

1204.	Prof.	Y ¿cómo tenían que quedar esas líneas entonces?
1205.	Est25	Tenían que quedar rectas, o sea...
1206.	Prof.	Eso no importa ¡con su mano! ¿Cómo es que me está señalando?[se dirige al alumno 25]
1207.	Est25	Así[el alumno muestra con un ademán de su mano una posición]
1208.	Prof.	Y ¿cómo es eso?
1209.	Est25	Derechas
1210.	Prof.	¡Muy bien! Vamos a colocar eso, eso es lo que me interesa, porque es que ustedes hacen cosas que de pronto no pueden explicar bien, pero las están haciendo. Eso de que tienen que quedar derechas es lo que me interesa, porque ustedes buscan la posición, no solamente que queden las medidas iguales, sino que también queden derechas para que sea la imagen del rojo.
1211.	Prof.	Entonces [el profesor se dirige al alumno que está escribiendo en el tablero]el segmento debe quedar derecho para que ...
1212.	Est24	el triángulo verde sea el reflejo del rojo
1213.	Est11	Terminamos profe, [el alumno11 escribe la conclusión cuatro en el tablero]

Indicador2: El profesor no cuida que su interpretación personal de las palabras del alumno corresponda a la interpretación del alumno.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos

Indicador3: El profesor no identifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario no busca que haya otros alumnos que la refuten.

El profesor no verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo, ni tampoco busca que los demás alumnos refuten lo dicho por el alumno acerca de la perpendicularidad entre segmentos correspondientes.

Tabla 68. Análisis Indicador3/Comportamientos no coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización

1169.	Prof.	Los segmentos para ustedes son importantes. Pero ¿por qué son importantes?
1170.	Est1	Porque nos <i>ayuda</i> a fijar los vértices de los triángulos para que queden en una posición para que quede bien del espejo
1171.	Est2	Y para fijar la mitad de la hoja por así decirlo
1172.	Est1	Digamos que esto es una hoja y esto sería como la mitad [los dos alumnos muestran con sus manos al profesor su idea]
1173.	Prof.	Entonces ¿cómo tienen que quedar los segmentos?
1174.	Est1	Iguales, unidos, pegados.
1175.	Est21	No. El segmento tiene que quedar vertical
1176.	Est22	U horizontal
1177.	Prof.	Pero vertical ¿cómo?
1178.	Est1	A los vértices
1179.	Prof.	Vertical u horizontal, pero a quienes ¿Cómo?
1180.	Est22	Hacia los triángulos

1181.	Est23	en la mitad de los triángulos, como un espejo
1182.	Est1	A los vértices

Indicador4: El profesor no acuerda ni oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

El profesor acuerda con el grupo de alumnos una ambigüedad, sobre el sentido de perpendicularidad atribuido por un alumno, cuando en la línea 1133 a 1134 dice: “Ella dice que los segmentos tienen que estar verticales, ¿están de acuerdo?” y los alumnos expresan: “Sí, [se escuchan varios alumnos confirmando la respuesta]”. No oficializó con el grupo de alumnos, el sentido de la perpendicularidad entre segmentos que unen puntos correspondientes con respecto al eje de simetría, al parecer solo estaba interesado en que los alumnos de alguna manera nombraran la perpendicularidad (líneas 1128 a 1141).

Tabla 69. Análisis Indicador4/Comportamientos no coherentes/acti 4/puesta en común/proceso de institucionalización

1128.	Prof.	Necesito una explicación un poquito, de eso que me están diciendo. Pero a ver [se dirige al alumno1] cuando usted me dice eso, no comprendo eso de que los segmentos me dicen el punto exacto...
1129.	Est1	Pues no como el punto exacto, pero si me dicen dónde debería estar el otro triángulo, es como una <i>ayuda</i> para poder localizar... ¡no se explicar! profé
1130.	Prof.	O sea que tienen que estar ¿cómo?
1131.	Est2	verticales
1132.	Prof.	Vertical ¿Cómo? Bueno, coloquemos eso [el profesor se dirige al alumno11 que escribe en el tablero]
1133.	Prof.	Ella dice que los segmentos tienen que estar verticales, ¿están de acuerdo?
1134.	Est13	Sí, [se escuchan varios alumnos confirmando la respuesta]
1135.	Prof.	O sea, que si no están vertical ¿qué pasa?
1136.	Est14	No, porque el segmento siempre debe estar en la mitad de los dos triángulos.
1137.	Est15	¡eso no es lo que están preguntando! [se escucha a varios alumnos discrepando, al parecer no todos están de acuerdo]
1138.	Prof.	Bueno, tercero entonces [el profesor se refiere a la tercera conclusión grupal] el segmento... esos segmentos entre los triángulos, ustedes me dicen que deben estar verticales ¿vertical a quién?, o ¿cómo es eso?
1139.	Est15	Deben quedar verticales a los dos triángulos
1140.	Prof.	¡Ah! bueno, escriba eso [el profesor se dirige al alumno11 que escribe en el tablero] el segmento debe estar vertical a los dos triángulos.
1141.	Est11	Bien [el alumno11 escribe la conclusión tres en el tablero]

Indicador5: El profesor no articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos

Conclusiones del análisis de la puesta en común actividad #4 [tarea1]

Durante mucho tiempo el profesor estuvo tratando de que los alumnos nombraran de alguna manera la perpendicularidad, pero las formulaciones de los alumnos son muy poco claras. Finalmente el profesor se vale de la interpretación de un alumno y sin llegar a un acuerdo grupal, asume por sí mismo y de forma bastante ambigua la conclusión. No logró precisar cuál fue el sentido que los alumnos le dieron al objeto de conocimiento y no quedó claro si ellos tomaron conciencia de la necesidad de la utilización de esta propiedad en la solución del problema.

3.6. Actividad #4 [tarea2]

3.6.1 Descripción de la actividad

En esta nueva tarea se cambia la naturaleza del problema; ya no se trata de acomodar la posición de un triángulo, sino de construirlo garantizando las propiedades de la simetría. Para plantear este nuevo problema e invalidar las estrategias perceptivas, se introduce la condición del arrastre: al mover un punto se mueve el eje de simetría. Para hacer comprender esa naturaleza diferente del problema, El profesor debe realizar una puesta en escena en la que un alumno debe resolver la tarea delante del grupo. Se trata de que todos los estudiantes comprendan la nueva condición: el triángulo construido debe seguir siendo la imagen del rojo, aunque la recta se mueva.

Descripción del medio

Para trabajar en esta actividad se utiliza un archivo en el que hay un triángulo rojo, una recta, un círculo con un punto sobre él y tres botones: 'tarea', 't ok' y 'ayuda'. Están disponibles todas las herramientas de construcción. Al hacer clic en 'tarea' aparece una ventana con el enunciado de la tarea. Al hacer clic en 't ok', aparece una ventana que le pide al estudiante

utilizar la ayuda para mostrar las distancias de los puntos a la recta y luego mover el punto sobre el círculo. El triángulo rojo puede moverse de dos de sus vértices. El punto sobre el círculo controla la posición de la recta eje de simetría (esta es paralela al radio definido por el punto).

Para realizar una construcción que resista el arrastre es necesario utilizar dos propiedades diferentes: la perpendicularidad entre los segmentos que unen puntos correspondientes y la equidistancia entre los puntos correspondientes y el eje de simetría; esta tarea está diseñada para invalidar las estrategias perceptivas de los alumnos y no se espera que encuentren por sí mismos la solución; sólo se espera que formulen lo más claramente posible el problema y lo que necesitan para la solución, que enuncien en sus propias palabras la necesidad de producir las dos propiedades mencionadas.

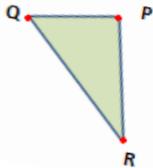
Es posible que algunos alumnos en este momento expresen que necesitan medir distancias o trazar segmentos; y el profesor mostrará cómo hacerlo delante de todos; cuando los alumnos expresen en sus palabras que necesitan construir de tal manera que los segmentos sean perpendiculares a la recta, el profesor institucionalizará el término perpendicular y mostrará cómo usar la herramienta recta perpendicular para obtener la propiedad que ellos esperan; una vez que han construido la recta perpendicular al eje por uno de los vértices del triángulo, podrán ubicar de manera aproximada un punto sobre esa recta al lado opuesto del triángulo con respecto al eje, y así construir la imagen del triángulo.

Esta relación de equidistancia se perderá al mover el eje de simetría; sólo después de que los alumnos hayan identificado claramente la necesidad de lograr la equidistancia con respecto al eje, el profesor les mostrará cómo usar la herramienta círculo para obtenerla, y explicará por qué el círculo asegura la equidistancia.

Objetivo: que los alumnos logren resolver la tarea, usando la herramienta recta perpendicular y la herramienta círculo para garantizar la perpendicularidad y la equidistancia respectivamente.

Aprendizaje esperado: que los alumnos comprendan que un punto y su imagen quedan sobre una recta perpendicular al eje de simetría y a igual distancia de dicho eje.

Tabla 70. Convenciones para los vértices del triángulo construido.

<p>Vértice No. 1= punto (P) Vértice No. 2= punto (Q) Vértice No. 3= punto (R)</p>	
--	--

3.6.2 Análisis de la actividad #4 [tarea2]

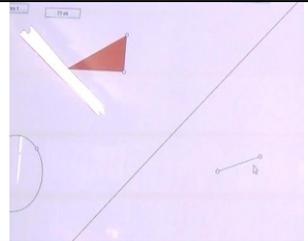
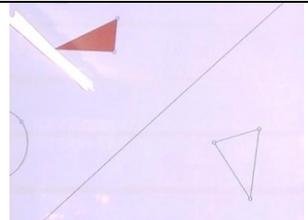
Análisis puesta en escena

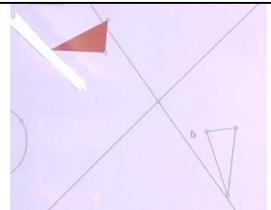
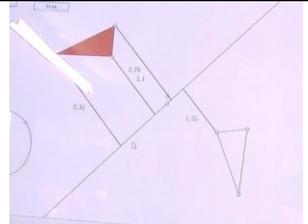
El profesor pasa un alumno a trabajar al frente de la clase y le plantea el problema de construir un triángulo verde que sea el reflejo del triángulo rojo con respecto al espejo. El alumno utiliza la herramienta segmento, construye un triángulo y lo acomoda para que sea el reflejo del rojo. Utiliza la *ayuda*, para mostrar los segmentos que representan las distancias de los vértices de los triángulos a la recta; finalmente ajusta la posición del triángulo construido, hasta hacer coincidir los segmentos que unen puntos correspondientes y ajusta distancias iguales. Luego el profesor le solicita que mueva el punto sobre el círculo de manera que la recta se mueve cambiando su inclinación y los segmentos entre los vértices y la recta dejan de coincidir y las distancias ya no son iguales (líneas 1227 a 1277).

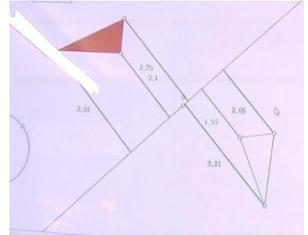
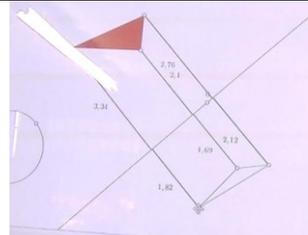
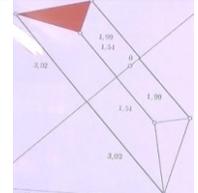
El profesor no hizo énfasis en que este era un problema distinto, que se trataba de hacer una construcción que siempre coincidiera con la imagen, incluso cuando se moviera el punto sobre el círculo.

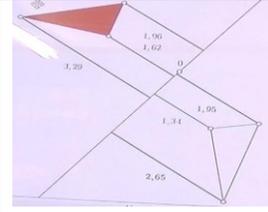
En las líneas 1241 a 1257, se aprecia que el alumno tiene dificultad para utilizar la ayuda. El software le solicita hacer clic en los tres vértices del triángulo que el construyó. Sin embargo, el alumno hace clic sobre un vértice y aparentemente espera que suceda algo. Como el software está esperando que el alumno señale otros dos puntos, todas las otras acciones quedan bloqueadas. Finalmente, el alumno hace clic repetidamente sobre uno de los puntos que él construyó y el software muestra el segmento que representa la distancia de ese punto a la recta, y los tres segmentos que representan las distancias de los vértices del triángulo rojo a la recta. En realidad, como el alumno hizo clic tres veces sobre el mismo punto, el software construye tres veces el mismo segmento. El profesor debería haber intervenido para explicarle al alumno el funcionamiento de la ayuda, pero aparentemente él tampoco sabe cómo utilizarla.

Tabla 71. Análisis1/actividad #4 tarea2

1227	Est3	(Hace clic en aceptar y selecciona la herramienta segmento. Hace clic sobre la pantalla al lado contrario del triángulo rojo y aparece un punto, hace clic en otra parte de la pantalla y surge un segmento)	
1228	Prof.	Está utilizando la herramienta segmento, bien.	
1229	Est4	Tiene que ser igual al triángulo rojo	
1230	Prof.	¡Ah! ¡vea! por allá le están diciendo que tiene que ser igual al rojo	
1231	Est3	(Hace clic sobre un extremo del segmento construido anteriormente y Construye otro segmento haciendo clic sobre otro punto de la pantalla).	
1232	Est3	(Forma el triángulo, construyendo un tercer segmento a partir de los dos extremos libres de los dos segmentos. Hace clic en <i>ayuda</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta”)	
1233	Est3	(hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece y aparece otro cuadro de diálogo que dice: “haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó” hace clic en aceptar	

		y el cuadro de diálogo desaparece)	
1234.	Prof.	ya terminó de hacer el triángulo[se dirige al alumno3]	
1235.	Prof.	Mueva el punto [se refiere al punto sobre el círculo]	
1236.	Est3	¡No!	
1237.	Prof.	¿Por qué no?,	
1238.	Est3	¡Porque no!	
1239.	Est3	(Hace clic sobre la herramienta mover punto. Coloca el puntero sobre uno de los vértices del triángulo construido y lo mueve. El triángulo cambia de forma)	
1240.	Prof.	¿Qué quiere hacer hermano? [el profesor se dirige al alumno3]	
1241.	Est3	(Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta” hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece y aparece otro cuadro de diálogo que dice: “haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó” hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece)	
1242.	Prof.	Bueno, va a utilizar la <i>ayuda</i> ¿a ver?	
1243.	Est3	(Hace clic sobre un segmento del triángulo construido. Hace clic sobre el espejo) [mueve el puntero sin dirección aparente]	
1244.	Prof.	¡No! Mire bien lo que le dice la <i>ayuda</i> [el profesor trata de que el alumno tome conciencia de la información presente del cuadro de diálogo]	
1245.	Est3	(Hace clic varias veces sobre el botón <i>ayuda</i>)	
1246.	Prof.	No da clic, Nada... [el profesor no se ha dado cuenta que el alumno no ha interpretado correctamente la retroacción del software “haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó”]	
1247.	Est3	(Hace clic sobre la recta y aparece un punto, hace clic repetidamente sobre el botón <i>ayuda</i> , continúa haciendo clic sobre el botón <i>ayuda</i>).	
1248.	Est5	Venga yo le digo lo que dice.	
1249.	Prof.	¿Qué dice allá en la <i>ayuda</i> ? es que aquí se le bloqueó [se dirige al alumno5]	
1250.	Est5	(Lee). Voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta y después dice: haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó.	
1251.	Est3	(Hace clic repetidamente sobre el botón <i>ayuda</i> . Hace clic sobre el punto construido sobre la recta. Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> . Hace clic sobre un vértice del triángulo construido y aparece una recta perpendicular al espejo que pasa por el punto construido sobre la recta).	
1252.	Prof.	[se dirige al alumno3]¿Qué pasó? ¡Ah! Entonces es en los vértices, ¿en cuántos vértices?	
1253.	Est6	Tres vértices	
1254.	Est3	(Hace clic sobre uno de los vértices del triángulo construido, no sucede nada. vuelve a hacer clic sobre el mismo vértice y aparece un segmento perpendicular desde ese mismo vértice del triángulo construido al espejo, la recta que había aparecido perpendicular al espejo desaparece).	
1255.	Est3	(También aparecen 3segmentos perpendiculares desde los vértices del triángulo rojo al espejo. Todos los segmentos tienen los valores de sus magnitudes).	
1256.	Est3	(Hace clic sobre un vértice del triángulo construido [el software no responde] hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta” hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece y aparece otro cuadro de diálogo que dice: “haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó” hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece)	
1257.	Prof.	Otra vez. (El profesor le indica al alumno3 que vuelva a hacer clic sobre un vértice del triángulo construido), (no cogió) [le indica al alumno que debe hacer clic nuevamente].	

1258.	Est3	(Hace clic sobre un vértice del triángulo construido y aparece un segmento perpendicular desde ese mismo vértice al espejo, con su respectiva magnitud).	
1259.	Est3	(Hace clic sobre un vértice del triángulo construido y aparece un tercer segmento perpendicular al espejo desde ese mismo vértice, con su respectiva magnitud)	
1260.	Prof.	Ahora sí, bueno es falla del software, ¡ya! ¡ya! la cogió, bueno para qué le puede servir eso que usted está viendo ahí[el profesor se dirige al alumno3]	
1261.	Est7	Para saber si están a la misma distancia o si están iguales o...el tamaño y eso.	
1262.	Est3	(Mueve un vértice del triángulo construido y une el segmento que parte desde ese mismo vértice al espejo, con el segmento que parte del vértice2 del triángulo rojo al espejo)	
1263.	Est3	(Mueve un vértice del triángulo construido y une el segmento que parte desde ese mismo vértice al espejo, con el segmento que parte del vértice1 del triángulo rojo al espejo)	
1264.	Est3	(Mueve un vértice del triángulo construido y une el segmento que parte desde ese mismo vértice al espejo, con el segmento que parte del vértice3 del triángulo rojo al espejo)	
1265.	Est3	(Ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices (1, P) moviendo los vértices correspondientes).	
1266.	Prof.	Bueno. La tarea es que él construya un triángulo que sea la imagen del rojo y aunque él todavía no le ha dado <i>tlok</i> , él está construyendo, estoy esperando que haga eso porque necesito que él termine, él está tratando es como de... ¿Qué es lo que está haciendo ahí mijo?	
1267.	Est3	Tratando de encajar los valores, las mismas distancias	
1268.	Est3	(Ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices (2, Q) moviendo los vértices correspondientes).	
1269.	Prof.	¡Ah! Bueno, de ¿dónde a dónde?	
1270.	Est3	De los vértices de los triángulos al segmento	
1271.	Prof.	De los vértices ¿A dónde?	
1272.	Est3	Al espejo	
1273.	Est3	(Ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices (3, R) moviendo los vértices correspondientes. las distancias de los segmentos entre los tres pares de vértices correspondientes se observan iguales).	
1274.	Prof.	Vamos a ver que él llegue, porque se me adelantó, me utilizó la <i>ayuda</i> y es que es obvio que es una herramienta para utilizar. Ya ¿listo?[se dirige al alumno3] Es que quiero ver que lo que él ha hecho se cumpla porque cuando le de <i>tarealok</i> vamos a ver si está bien hecho eso, si está bien construido Ya listo <i>tlok</i> , ¿Qué dice ahí?[el profesor se dirige al alumno3]	
1275.	Est3	Bueno. (Hace clic sobre el botón <i>tlok</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “si aún no ha hecho clic sobre el botón de <i>ayuda</i> , hágalo ahora, las distancias de los puntos correspondientes a la recta deberían ser iguales. Luego mueva el punto sobre el círculo. La recta se moverá y las distancias deberían seguir siendo iguales”)	

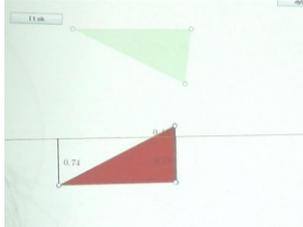
1276.	Prof.	entonces ahora <i>aceptar</i> y mueva el punto sobre el círculo	
1277.	Est3	(Hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece, mueve el punto sobre el círculo. Huao... [Se sorprende]. La recta se mueve cambiando su inclinación y Los segmentos entre puntos correspondientes y sus equidistancias con respecto a la recta dejan de coincidir).	

Análisis fase adidáctica [tarea2]:

Primera estrategia observada:

Consiste en construir un polígono, utilizar la *ayuda* para mostrar los segmentos que representan las distancias de los vértices de los triángulos a la recta. Finalmente, acomodar la posición del triángulo rojo y del polígono construido hasta lograr que los segmentos que representan las distancias coincidan y las distancias sean iguales (líneas 1289 a1299). Luego al mover el punto sobre el círculo, la recta se mueve cambiando su inclinación y los segmentos que representan las distancias de los vértices de los triángulos con respecto a la recta dejan de coincidir. La estrategia de ajuste perceptivo queda invalidada mediante el arrastre (línea 1302).

Tabla 72. Análisis3/actividad #4 final

1289	Prof.	aparece en la pantalla un triángulo rojo y una línea recta horizontal [espejo]y unos segmentos con sus magnitudes, que parten de los vértices del triángulo rojo perpendiculares al espejo[al parecer el alumno justo cuando el profesor gira la cámara para enfocar la pantalla de su computador está culminando una estrategia que no se pudo observar]	
1290	Est1	(Selecciona la herramienta: polígono y construye un triángulo verde sobre el espejo por encima del rojo).	
1291	Est1	¡Uf! Jo jo jo...[se sorprende al ver el triángulo de color verde construido]	
1292	Est2	¡Huao...! Huy! [se sorprende al ver el triángulo de color verde construido]	
1293	Prof.	[se dirige a la pareja de alumnos 1 y 2] Bueno. Esa herramienta dejémosla ahí a ver. En la barra de herramientas hay algunas que no hemos visto, pero en este momento solo necesitamos construir un triángulo, para que ¡no empecemos a jugar ahí!	
1294	Est1	(Mueve el triángulo rojo hacia abajo, tomándolo por el vértice l. Los valores de las longitudes de los segmentos aumentan. Hace clic sobre el botón <i>ayuda</i> y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta” hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece y aparece otro cuadro de diálogo que dice:	

		“haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó”)	
1295	Est1	(Hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece. Hace clic en los tres vértices del triángulo construido y aparecen segmentos perpendiculares al espejo desde los tres vértices del triángulo construido con sus respectivas magnitudes).	
1296	Est1	(Mueve el triángulo rojo tomándolo por el vértice1 y une segmentos entre vertice2 rojo y punto (Q) del verde, también un segmento entre vertice3 rojo y punto (R) del verde)	
1297	Est1	(Gira el triángulo rojo tomándolo por el vértice2 y mueve el punto (P) del verde. Mueve el triángulo verde tomándolo por uno de sus lados)	
1298	Est1	(Gira el triángulo rojo tomándolo por el vértice2 y une el segmento que parte del punto (Q) del verde con el vertice2 del rojo y ajusta distancias iguales entre estos puntos y la recta. Mueve el punto (P) del verde y une el segmento que parte desde este punto, con el segmento que parte del vértice1 del rojo y ajusta distancias iguales).	
1299	Est1	(Mueve el punto (Q) del verde y une el segmento que parte desde este punto, con el segmento que parte del vértice3 del triángulo rojo y ajusta distancias iguales de los segmentos entre estos puntos).	
1302.	Est1	(Selecciona la herramienta mover punto y mueve el punto sobre el círculo. La recta se mueve cambiando su inclinación, los segmentos que representan las distancias dejan de coincidir y las distancias dejan de ser iguales).	

En las líneas 1303 a 1325, se observa que el profesor no tiene claro el problema didáctico de esta situación, ya que los alumnos han estado trabajando un problema de ajuste solamente y el objetivo no es que los alumnos resuelvan el problema, sino que invaliden las estrategias perceptivas.

Además reforzó un error al apoyar a los alumnos en la idea de que para resolver el problema, el espejo debía quedarse quieto y no se trataba de impedir el movimiento, sino que los

alumnos entendieran que lo importante era conservar la propiedad durante el movimiento (líneas 1305 a 1311).

Tabla 73. Análisi4/actividad #4 final

1303	Prof.	Cuando mueven el punto ¿qué se mueve? [el profesor se dirige a la clase]
1304	Est12	El segmento... El espejo
1305	Prof.	O sea que ustedes necesitan que ¿ese espejo qué?
1306	Est2	Se quede quieto,
1307	Prof.	Pero ¿él se puede quedar quieto cuando se mueve el punto?
1308	Est13	No [se escuchan voces de alumnos confirmando la negativa]
1309	Prof.	Ahora, ese espejo con quien tiene que ver
1310	Est14	Con el círculo
1311	Prof.	Por alguna razón él está atado al círculo pero, bueno entonces ustedes qué necesitan para que eso no se mueva. ¿Cómo construyeron el triángulo?
1312	Est15	Con segmentos
1313	Prof.	¿Qué es lo que se mueve?
1314	Est15	El espejo pero los triángulos no se mueven
1315	Prof.	¿Qué es lo que se descuadra entonces? ¿Qué es lo que se mueve? ¿Qué es lo que cambia?
1316	Est16	Se descuadra hacia el lado contrario las medidas
1317	Prof.	Las medidas de quien
1318	Est16	De los segmentos
1319	Prof.	O sea que ustedes ¿qué es lo que necesitan?
1320	Est17	Que los segmentos estén derechos y no se corran
1321	Prof.	Eso muy bien, muy bien. Escuchen a su compañera, que los segmentos estén derechos. Bueno por favor mirar aquí todos[el profesor se dirige a toda la clase] bueno allá hay otros que están señalando con la mano, ¿Cómo es que tiene que quedar, así ¿cómo es?[el profesor observa los gestos que algunos alumnos hacen con sus manos]
1322	Est2	En diagonal
1323	Prof.	Bueno aparentemente diagonal
1324	Est18	¡Rectos!
1325	Prof.	¡Eso! sería mejor. Listo entonces ustedes necesitan una herramienta que les garantice que ¡eso! quede derecho, que no se mueva. [se dirige a toda la clase] Por favor mirar al tablero, [el profesor no enfoca la cámara hacia el tablero principal, por eso, solo escuchamos sus intervenciones y no tenemos registro filmico de sus acciones sobre el medio] voy a mostrar una herramienta geométrica que se llama recta perpendicular. Entonces. Voy a abrir acá un archivo nuevo. Les voy a mostrar aquí un ejemplo de cómo utilizar la recta perpendicular, de pronto eso puede servirles para lo que ustedes necesitan. ¡Atención!

En las líneas 1326 a 1334, se observa que el profesor interviene interrumpiendo la fase adidáctica, no aclaró el problema a los alumnos y empezó una puesta en común para mostrarles cómo usar la herramienta recta perpendicular para la solución del problema. Una vez que interviene debería dejar que los alumnos ensayen, y solo después de varios ensayos ellos deberían convencerse de que el ajuste no sirve.

Tabla 74. Análisis5/actividad #4 final

1326	Prof.	Por favor suspendan un momentico todos la actividad y van a observar acá el tablero. Cuando yo tengo un segmento construido o una recta o una línea cualquiera. Cuando yo quiero que algo quede derecho sobre otra cosa. Por ejemplo voy a hacer un ejemplo aquí en el software; voy a construir un segmento cualquiera, vista al tablero. Con la herramienta segmento voy a construir un segmento aquí [al parecer el profesor construye un segmento en un lugar de la pantalla del computador]
1327	Prof.	Yo quiero construir sobre ese segmento una línea que esté derecha como ustedes me están diciendo, entonces lo que yo hago es dar clic aquí en la barra de herramientas donde dice recta perpendicular [al parecer hace clic sobre el icono recta perpendicular] entonces construyo un segmento, ahora necesito una línea derecha sobre ese segmento.
1328	Est2	Vertical profe.
1329	Prof.	O vertical como quieran llamarlo ¿cómo la construyo? Entonces miren como se haría. Doy clic en la herramienta recta perpendicular, ustedes notan que se oscurece [el profesor continúa mostrando en el tablero la construcción] la herramienta, miro que dice la pantalla en la parte de abajo, ¡jóvenes!
1330	Prof.	La pantalla en la parte de abajo me dice: Usted quiere trazar una recta perpendicular ¿a quién? A quien se la quiero trazar[el profesor pregunta a la clase]
1331	Est19	Al segmento
1332	Prof.	Muy bien, entonces yo simplemente le digo, le señalo, le doy clic con el mouse con el botón izquierdo sobre el segmento donde yo quiero que se trace la perpendicular y mire lo que aparece. Tan pronto como yo doy clic sobre el segmento miren lo que aparece. Una línea. ¡Perdón!. En este momento esa línea ¿cómo está con respecto al segmento?
1333	Est1	derecha
1334	Prof.	Levanten la mano los que no observaron, entonces repito el ejercicio, voy a repetirlo acá [al parecer construye nuevamente otro segmento] construyo primero un segmento y yo quiero construir una recta que quede derecha en ese segmento. Si yo no lo hago con la herramienta recta perpendicular, no podré garantizar que esa recta quede totalmente vertical, totalmente derecha sobre el segmento.

En las líneas 1335 a 1347, se observa como el profesor interviene deliberadamente mostrándoles la solución a los alumnos, indicándoles que hacer para encontrar la solución al problema, este es un claro ejemplo de aprendizaje por autoridad e imitación.

Tabla 75. Análisis6/actividad #4 final

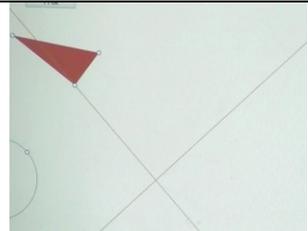
1335	Prof.	Me puede quedar torcida o inclinada como la quieran llamar. Entonces ahora con esta inducción muchachos, necesito que ahora miren allá, cada uno en su computador [varias parejas de alumnos dialogan con el profesor y este los apoya en el manejo de la herramienta aunque no podemos escuchar sus intervenciones] Haber allá computador uno [se dirige a la pareja de alumnos 1 y 2] veo que ustedes tiene allá una necesidad y es que ese segmento les quede recto, derecho, entonces sobre ¿quién construirían la perpendicular?
1336	Est2	Sobre la línea...
1337	Prof.	Como se llama esa línea que está ahí[se refiere al espejo]
1338	Est2	diagonal
1339	Prof.	Y eso ¿que representa ahí?
1340	Est1	Un espejo
1341	Prof.	Entonces construyan la perpendicular al espejo que es lo que ustedes me están diciendo que necesitan. Y que pase por donde

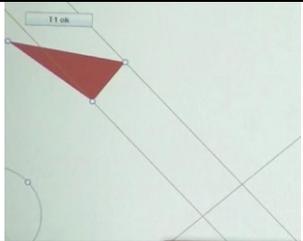
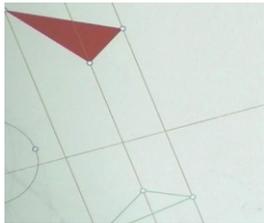
1342	Est2	Por la mitad
1343	Est1	Por un punto
1344	Prof.	Y ¿cuál es ese punto allá?
1345	Est1	Un vértice del triángulo
1346	Prof.	¡Ah! bueno, muy bien. Entonces háganlo [el profesor se dirige a la pareja de alumnos 1 y2] ya saben cómo utilizar la herramienta, entonces miren a ver.
1347	Prof.	Tiene que señalar primero el espejo que es ¿a quién? ¿A esa? [el profesor se dirige al alumno1] ¿Por dónde? ¡Ah! ahora si la construyó, bueno [se dirige nuevamente a la alumno1]

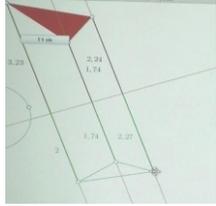
Segunda estrategia observada:

Consiste en seleccionar la herramienta recta perpendicular y construir rectas perpendiculares al eje (espejo) que pasan por cada uno de los vértices del triángulo rojo. Mueve el punto sobre el círculo. El espejo se mueve y las rectas también se mueven perpendiculares al espejo. Usa la herramienta segmento y construye el triángulo simétrico del triángulo dado con respecto a la recta, cuyos vértices descansan sobre cada una de las rectas perpendiculares al eje de simetría que pasan por cada uno de los vértices del triángulo rojo. Utiliza la ayuda para mostrar los segmentos que representan las distancias de los vértices de los triángulos a la recta; ajusta la posición del triángulo construido, hasta lograr distancias iguales entre vértices y la recta (eje de simetría). Mueve el punto sobre el círculo, la recta se mueve cambiando su inclinación y las distancias dejan de ser iguales (líneas 1348 a 1373). La estrategia de ajuste perceptivo queda invalidada mediante el arrastre (línea 1374 a 1377).

Tabla 76. Análisis6/actividad #4 final

1348	Est1	(Selecciona la herramienta recta perpendicular, hace clic sobre el espejo. hace clic sobre el vértice1 del triángulo rojo. Aparece una recta perpendicular al espejo y que pasa por el vértice1 del triángulo rojo)	
1349	Prof.	¡Ah! bueno muy bien entonces ahora vuelva a utilizar la herramienta. Ahora necesitas ¿cuantas más?	
1350	Est1	Tres... dos	

1351	Est1	(Selecciona la herramienta recta perpendicular, hace clic sobre el espejo. hace clic sobre el vértice2 del triángulo rojo. Aparece una recta perpendicular al espejo y que pasa por el punto dos del triángulo rojo)	
1352	Est1	(Selecciona la herramienta recta perpendicular, hace clic sobre el espejo, ahora hace clic cerca al vértice2 del triángulo rojo. Aparece una recta perpendicular al espejo y que pasa por un punto cercano al vertice2 del triángulo rojo. Utiliza la herramienta borrar y quita la perpendicular mal trazada).	
1353	Est1	(Selecciona la herramienta recta perpendicular, hace clic sobre el espejo ahora hace clic sobre el vértice3 del triángulo rojo. Aparece una recta perpendicular al espejo y que pasa por un punto3 del triángulo rojo)	
1354	Est1	(Selecciona la herramienta mover punto. Mueve el punto sobre el círculo. El espejo se mueve y las rectas también se mueven perpendiculares al espejo).	
1355	Prof.	Muy bien por todos los que están haciendo eso. En este momento que ya construyeron las perpendiculares [el profesor se dirige a la clase] ¿cuál era la tarea?	
1356	Est2	Construir un triángulo verde	
1357	Prof.	¿Pueden construir el triángulo verde?	
1358	Est1	Sí	
1359	Prof.	constrúyanlo	
1360	Est2	Ahora me toca. (Hace clic sobre el botón tarea1. Aparece un cuadro de diálogo que dice: “construya un triángulo verde que sea el reflejo del triángulo rojo con respecto al espejo” hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece. Selecciona la herramienta segmento).	
1361	Est2	(Construye un segmento sobre las rectas perpendiculares al espejo que pasan por los vertices1 y 2 del triángulo rojo).	
1362	Est2	(Construye otro segmento unido al punto que está sobre la perpendicular al espejo que pasa por el vertice1 del rojo y la recta perpendicular al espejo que pasa por el vertice3 Construye un tercer segmento unido al punto que está sobre la perpendicular al espejo que pasa por el vertice3 del rojo y la recta perpendicular al espejo que pasa por el vertice2. Queda construido de esta manera el triángulo imagen).	
1363	Est2	(Hace clic sobre el botón ayuda y aparece un cuadro de diálogo que dice: “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta” hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece y aparece otro cuadro de diálogo que dice: “haga clic en los vértices del triángulo que usted construyó” hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece)	
1364	Est2	(Hace clic sobre el punto (P) del triángulo construido y aparece un segmento perpendicular desde ese punto al espejo, también aparecen 3segmentos perpendiculares desde los vértices del triángulo rojo al espejo. todos los segmentos tienen los valores de sus magnitudes).	

1365	Est2	(Hace clic sobre el punto (Q) del triángulo construido y aparece un segmento perpendicular desde este punto al espejo, con su respectiva magnitud. Hace clic sobre el punto (R) del triángulo construido y aparece un tercer segmento perpendicular al espejo desde este punto, con su respectiva magnitud)	
1366	Est2	(Ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices correspondientes (1, P) moviendo el punto (P) del triángulo construido. Ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices correspondientes (2, Q) moviendo el punto (Q) del triángulo construido).	
1367	Prof.	¿Cómo les va? ¿Que están verificando en el computador uno? [el profesor se dirige a la pareja de alumnos 1y2]	
1368	Est2	Midiendo las distancias	
1369	Prof.	¡Ah! muy bien	
1370	Prof.	Tan pronto tengan las distancias como las deben tener ¿Cómo deben estar las distancias?	
1371	Est20	iguales	
1372	Prof.	Iguales. Muy bien. Tan pronto las tengan iguales mueven el punto sobre el círculo a ver qué pasa	
1373	Est2	(Ajusta distancias iguales de los segmentos entre vértices correspondientes (3, R) moviendo el punto (R) del triángulo construido).	
1374	Est2	(Selecciona la herramienta mover punto y mueve el punto sobre el círculo. El espejo se mueve, las distancias cambian, ya no son iguales).	
1375.	Est1	¡Profe! ¡Profe! que pedo con su vida	
1376.	Prof.	¿Qué paso? [el profesor se dirige a la pareja de alumnos 1y2]	
1377.	Est1	Profe que pedo con su vida, se desarmó todo esto	

En las líneas 1378 a 1391, se observa como el profesor lleva a los alumnos a que manifiesten la necesidad, de garantizar que las distancias del espejo a los vértices se mantengan iguales. Sin embargo el profesor actúa prematuramente introduciendo la herramienta círculo como solución al problema, pues los estudiantes acaban de aplicar una estrategia perceptiva y aún no han decidido si funciona o no.

Tabla 77. Análisis8/actividad #4 final

1378	Prof.	¡Ah! Pues, que las distancias ya no son las mismas. ¿Qué es lo que necesita usted?[se dirige al alumno1] ¿Que necesitan ustedes ahí[el profesor se dirige a la clase] ya solucionaron un problema que es que el triángulo ya se mueve con respecto al otro, pero ¿qué pasa ahora con esos triángulos?
1379	Prof.	[El profesor dialoga con los diferentes grupos preguntándoles que necesitan] ¿Qué es lo que se les mueve?[se dirige nuevamente a todos]
1380	Est21	Las distancias
1381	Est2	¡Profe! ¡Profe!

1382	Est1	¡Jorge el curioso!
1383	Est2	Profe ahora se mueve el triángulo verde con el espejo
1384	Prof.	Pero entonces al mover el punto que es lo que pasa. ¿Se pierde qué? [se dirige al alumno 21] usted me dijo ahorita
1385	Est21	Las medidas
1386	Prof.	O sea las distancias ¿de quién a quién? ¿De dónde a dónde?
1387	Est2	Del espejo a los vértices
1388	Prof.	Oído acá [el profesor se dirige a la clase] ya solucionaron el problema de que los segmentos tenían que quedar derechos ¡bien! Ahora me han nombrado que las distancias no son las mismas. Entonces ¿que necesitan para las distancias? ¿Que queden cómo?
1389	Est1	iguales
1390	Est2	iguales
1391	Prof.	¡Ah! bueno. ¿Están de acuerdo todos con lo que dice su compañera? [Se escuchan voces de varios alumnos, diciendo ¡sí!]. Bueno, vista al tablero, voy a enseñar algo; ojo por que nos quedan unos minutos. Pilas acá, vista al tablero. Ya ensayaron y al mover el punto se les desacomodan, a pesar de que las dejan bien ubicadas. Entonces voy a mostrarles una herramienta que les va a <i>ayudar</i> a mantener esas distancias iguales.

En las líneas 1392 a 1398, se observa como el profesor induce a los alumnos en el manejo de la herramienta círculo, aunque el video no muestra el desarrollo total del proceso realizado por el profesor, se presume que los alumnos debieron practicar un poco más su utilización con el software.

Tabla 78. Análisis9/actividad #4 final

1392.	Prof.	Vista al tablero principal [se dirige al grupo de alumnos] [la cámara no está enfocando al tablero] voy a construir unos puntos alrededor de este punto (abre un archivo nuevo en la ventana activa de CarMetal y construye un punto en la pantalla) voy a tratar de ubicarlos a la misma distancia (construye varios puntos alrededor de un punto central que colorea de rojo) Observen; ese punto rojo que ustedes ven ahí al lado de ese punto estoy colocando varios puntos que están a diferentes distancias
1393.	Prof.	Pero voy a acomodar todos esos puntos a una misma distancia, entonces lo que yo hago es que voy a tomar distancias de todos al rojo (selecciona la herramienta “mostrar valores de objetos” ubicada en el menú aspecto y color, luego selecciona la herramienta segmento y construye un segmento entre el punto rojo central y cada uno de los puntos construidos al rededor) aparece la longitud de esa distancia entre puntos ¿cuánto tiene esta distancia? Le pregunta a la clase.
1394.	Est2	2,7 [se escuchan otras voces dando el valor]
1395.	Prof.	Y esta otra (señala otra distancia a otro punto) ¿cuánto tiene?
1396.	Est2	2,17 [se escuchan otras voces dando el valor]
1397.	Prof.	Y esta otra (señala otra distancia a otro punto) ¿cuánto tiene?
1398.	Est2	3,39. [la videograbación se detiene, al parecer este corte se debió a problemas técnicos de grabación, no hay registro completo de este proceso de inducción de la herramienta círculo por parte del profesor a los alumnos]

En las líneas 1405 a 1411, se observa un comportamiento inadecuado por parte del profesor, al intervenir impidiendo la interacción de los alumnos con el medio. De manera deliberada les muestra la solución de la construcción de las herramientas necesarias para garantizar las propiedades de la simetría axial. Generando un aprendizaje por autoridad.

Tabla 79. Análisis10/actividad #4 final

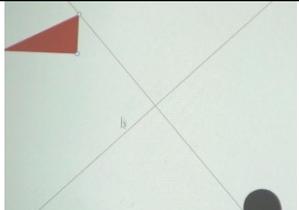
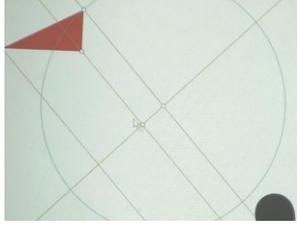
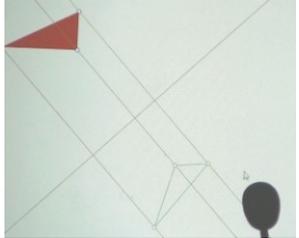
1405	Prof.	Recuerden que la herramienta círculo, les brinda un traslado de distancias iguales que es lo que ustedes necesitan, entonces quiero que ahora utilicen esa herramienta y traten de construir su triángulo imagen del rojo. Entonces proceder. ¿Qué será lo primero que tiene que hacer? Para construir el triángulo
1406	Est3	El círculo
1407	Prof.	Pero antes del círculo, qué necesitan. ¿Qué será lo primero que tiene que hacer?
1408	Est4	Las paralelas
1409	Prof.	Y ¿cómo se llaman esas líneas?
1410	Est5	Las perpendiculares
1411	Prof.	¡Ah! las perpendiculares. Entonces la idea es construir las perpendiculares, tal cual como las necesitaban, para luego proceder a utilizar la herramienta círculo y poder terminar la tarea. Entonces computador uno puede continuar su trabajo.

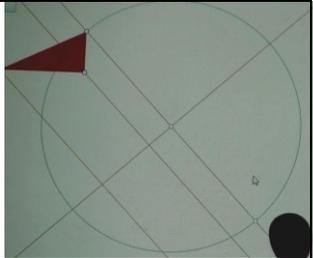
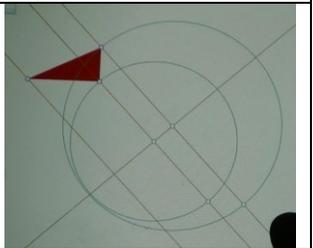
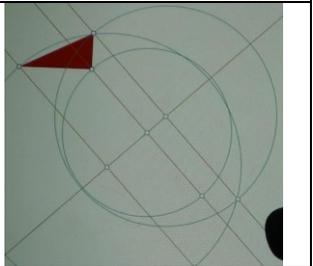
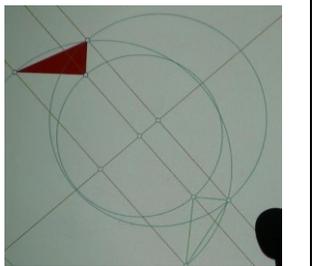
Tercera estrategia observada:

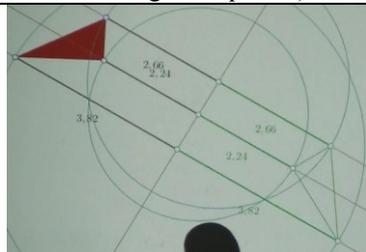
es una modificación de la primera y segunda estrategia y refuerzo de la misma acción. Consiste en construir las rectas perpendiculares al eje de simetría que pasan por cada uno de los vértices del triángulo rojo, luego traza tres círculos que pasan por cada uno de estos vértices y cuyos centros están en las intersecciones del eje y cada una de las rectas perpendiculares al espejo; logra así construir la imagen del triángulo rojo. Luego utiliza la ayuda para mostrar las distancias de los puntos a la recta. Los dos triángulos coinciden (líneas 1412 a 1436). Finalmente mueve el punto sobre el círculo, el espejo se mueve y las distancias entre vértices y el espejo se mantienen iguales, el triángulo construido sigue siendo imagen del triángulo rojo aún después de mover el punto sobre el círculo (línea 1437).

De esta manera logran resolver la tarea, usando la herramienta recta perpendicular y la herramienta círculo para garantizar la perpendicularidad y la equidistancia respectivamente, que es el objetivo central de esta tarea

Tabla 80. Análisis11/actividad #4 final

1412.	Est1	(Selecciona la herramienta recta perpendicular, hace clic sobre el espejo y luego hace clic sobre el vértice2 del triángulo rojo y aparece una recta perpendicular al espejo que pasa por el vértice2 del rojo).	
1413.	Est1	(Hace clic sobre el espejo y luego sobre el vértice1 del triángulo rojo, aparece una recta perpendicular al espejo que pasa por el vértice1 del rojo).	
1414.	Est1	(Hace clic sobre el espejo y luego sobre el vértice3 del triángulo rojo, aparece una recta perpendicular al espejo que pasa por el vértice3 del rojo).	
1415.	Est1	(Selecciona la herramienta círculo y hace clic sobre el punto de intersección del espejo con la recta perpendicular que pasa por el vértice2 del triángulo rojo. Hace clic sobre el vértice2 y aparece un círculo).	
1416.	Est1	(Hace clic sobre el punto de intersección del espejo con la recta perpendicular que pasa por el vértice1 del triángulo rojo. Hace clic sobre el vértice1 del rojo y aparece la imagen de un círculo y desaparece). [al parecer no hizo clic exactamente sobre el vértice uno y por esto la retroacción del círculo no se produjo]	
1417.	Est1	(Selecciona la herramienta borrar y borra el círculo construido. Selecciona la herramienta segmento y construye un triángulo contrario al rojo al otro lado del espejo, ubicando sus vértices sobre cada una de las rectas perpendiculares al espejo que pasan por cada uno de los vértices del triángulo rojo)	
1418.	Prof.	el triángulo si ustedes lo construyen sin la herramienta círculo, van a tener que ver que lastimosamente que la tarea no está terminada cuando muevan el punto sobre el círculo, entonces miren a ver como la van a utilizar para construir el triángulo	
1419.	Est1	(Selecciona la herramienta borrar y borra el triángulo construido. Selecciona la herramienta círculo y hace clic sobre el punto de intersección del espejo con la recta perpendicular que pasa por el vértice2 del triángulo rojo. Coloca el puntero sobre el vértice2 del rojo, desliza el puntero y lo coloca ahora sobre el vértice1).	

1420.	Est1	(Continúa deslizando el puntero y ahora lo coloca sobre el vértice2 del triángulo rojo, hace clic y aparece un círculo con centro en la intersección de la línea perpendicular y el espejo y que pasa por el vértice2 del rojo. Selecciona la herramienta punto, hace clic sobre el punto de corte del círculo con la perpendicular al espejo en el lado opuesto al vértice2 del rojo al otro lado del espejo y aparece un punto en esta intersección).	
1421.	Est1	(Selecciona la herramienta círculo y hace clic sobre el punto de intersección del espejo con la recta perpendicular que pasa por el vértice1 del triángulo rojo).	
1422.	Est1	(Coloca el puntero sobre el vértice1 del rojo, hace clic y aparece un círculo con centro en la intersección de la línea perpendicular y el espejo y que pasa por el vértice1 del rojo. Selecciona la herramienta punto, hace clic sobre el punto de corte del círculo con la perpendicular al espejo en el lado opuesto al vértice1 del rojo al otro lado del espejo y aparece un punto en esta intersección).	
1423.	Prof.	A ver que están construyendo acá[el profesor se dirige a una pareja de alumnos6]	
1424.	Est6	Tiene las mismas medidas	
1425.	Prof.	Como construyó usted ese triángulo	
1426.	Est6	Con la ayuda de los círculos	
1427.	Prof.	¡Ah! bueno, trasladó...perfecto, ahora muévame el punto sobre el círculo a ver qué pasa	
1428.	Est6	(mueve el punto sobre el círculo) profe: las distancias son iguales	
1429.	Prof.	O sea que el triángulo verde es reflejo del rojo, está siempre a la misma distancia del otro a pesar de mover el punto. Perfecto muy bien [el profesor se dirige al alumno6] espérate un momento mientras los otros están trabajando ahí.	
1430.	Est1	(Selecciona la herramienta círculo y hace clic sobre el punto de intersección del espejo con la recta perpendicular que pasa por el vértice3 del triángulo rojo).	
1431.	Est2	Yo hago el tercero	
1432.	Est1	Bueno. Listo	
1433.	Est2	(Coloca el puntero sobre el vértice3 del rojo, hace clic y aparece un círculo con centro en la intersección de la línea perpendicular y el espejo y que pasa por el vértice3 del rojo. Selecciona la herramienta punto, hace clic sobre el punto de corte del círculo con la perpendicular al espejo en el lado opuesto al vértice3 del rojo al otro lado del espejo y aparece un punto en esta intersección).	
1434.	Est2	(Selecciona la herramienta segmento y construye un triángulo opuesto al rojo al otro lado del espejo, ubicando sus vértices sobre cada uno de los puntos de intersección de las rectas perpendiculares al espejo que pasan por cada uno de los vértices del rojo y el círculo).	
1435.	Est2	(Hace clic sobre el botón ayuda y aparece un cuadro de diálogo que dice “voy a mostrar las distancias de los puntos a la recta” hace clic en aceptar y el cuadro de diálogo desaparece y aparece otro cuadro de diálogo que dice “haga clic en los vértices del	

		triángulo que usted construyó” hace clic en <i>aceptar</i> y el cuadro de diálogo desaparece)	
1436.	Est2	(Hace clic sobre los tres puntos (P,Q,R) del triángulo construido y aparecen unos valores de distancias iguales entre vértices correspondientes de los dos triángulos y el espejo)	
1437.	Est2	(Mueve le punto sobre el círculo el espejo se mueve y las distancias entre vértices correspondientes se mantienen iguales).	

Conclusiones del análisis de la actividad #4 [Tarea2]

Las situaciones a-didácticas garantizan de alguna manera las interacciones de los alumnos con el medio, pero la fase a-didáctica no es suficiente para la construcción del saber. Los alumnos acompañados por el profesor, debieron haber entendido que no se trataba de un problema de ajuste, ni tampoco de impedir el movimiento del eje de simetría (espejo), sino de lograr que las propiedades se mantuvieran, incluso después de arrastrar el punto sobre el círculo. El profesor estaba más preocupado por resolver un problema estático y no dinámico, por ello no logró que la situación adidáctica funcionara de manera apropiada. No está claro si los alumnos estaban verificando una construcción o unas propiedades, por lo tanto no podemos afirmar que los alumnos hayan invalidado las estrategias perceptivas

Se observó cómo los alumnos tomaron conciencia de que necesitan garantizar que las distancias entre vértices y el espejo se mantuvieran iguales; ante esto el profesor actuó apropiadamente e introdujo la herramienta círculo como solución al problema. El profesor estuvo más preocupado por que los alumnos resolvieran el problema en sí, en vez de que los alumnos le dieran un significado a la teoría, introdujo prematuramente la herramienta recta perpendicular y por ello los alumnos no consiguieron precisar cuál era la necesidad; que no se trataba de solo un problema de ajuste sino de garantizar que para que exista simetría axial con

respecto a una recta, es necesario que un punto y su imagen queden sobre una recta perpendicular al eje de simetría y a igual distancia de dicho eje.

Los alumnos utilizaron la herramienta *recta perpendicular* sin tomar conciencia de su función como herramienta que garantizaba una propiedad; asimismo ellos debieron entender cuál era la función del círculo en esta construcción y cuál era el significado que tiene como herramienta que garantiza una propiedad geométrica. Los alumnos lograron resolver la tarea, usando la herramienta recta perpendicular y la herramienta círculo para garantizar la perpendicularidad y la equidistancia respectivamente. Sin embargo no quedó claro si los alumnos comprendieron que un punto y su imagen quedan sobre una recta perpendicular al eje de simetría y a igual distancia de dicho eje.

3.6.3 Puesta en común actividad # 4 [tarea2]

El profesor organiza una puesta en común para solicitar a los alumnos que precisen en qué consistieron sus estrategias para resolver la tarea; que expliciten si lograron obtener una construcción que siempre coincida con la imagen, incluso cuando se mueve el punto sobre el círculo y que describan sus experiencias con el uso de la herramienta recta perpendicular y la herramienta círculo para garantizar la perpendicularidad y la equidistancia respectivamente.

3.6.4 Análisis puesta en común actividad #4 [tarea2]

3.6.4.1 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor regula el comportamiento de los alumnos para reforzar las actitudes de escucha y respeto por la palabra.

No se encontraron manifestaciones

Indicador 2: El profesor solicita al alumno que describa su experiencia con el software.

En las líneas 1461 a 1464, se observa como el profesor sí solicita a los alumnos que describan su experiencia con el software, promoviendo su participación y libre expresión de pensamiento.

Tabla 81. Análisis Indicador2/Comportamientos coherentes/acti 4 final/puesta en común/objetivos socio afectivos

1461.	Prof.	¿Esas distancias como tenían que ser con respecto al triangulo rojo? ¿Las distancias como tenían que ser?
1462.	Est6	Iguales[se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno6]
1463.	Prof.	Y entonces la garantizaron con ¿qué herramienta?
1464.	Est7	Con la del círculo [se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno7]

Indicador 3: El profesor acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales y hagan referencia a su experiencia con el software.

En las líneas 1470 a 1472 se observa que el profesor sí acepta que los alumnos describan sus conocimientos personales; ellos hacen uso de su lenguaje natural para exponer sus ideas, conocimientos y su experiencia con el software.

Tabla 82. Análisis Indicador3/Comportamientos coherentes/acti 4 final/puesta en común/objetivos socio afectivos

1470	Prof.	¿Cómo lo comprueban? ¿Con qué herramienta?[se dirige a toda la clase]
1471	Est10	Con la <i>ayuda</i> [se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno10]
1472	Prof.	Muy bien. Ahí ustedes se dan cuenta de las medidas... Entonces vamos a definir eso ahí también [se dirige al estudiante3] logramos construir el triángulo imagen del rojo, garantizando que se encuentre a igual distancia con relación al espejo.

3.6.4.2 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común en relación con los objetivos socio afectivos

Indicador 1: El profesor descalifica las referencias que hacen los alumnos a conocimientos personales, o a su experiencia con el software

Indicador 2: El profesor espera que los alumnos hagan referencia al saber.

Indicador 3: Si los alumnos no muestran una estrategia ganadora, el profesor interviene mostrando la estrategia.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

3.6.4.3 Comportamientos coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización.

Indicador1: El profesor verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y en caso contrario propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

Aunque el profesor verifica que los alumnos han tomado conciencia de las propiedades (líneas 1455 a 1465) parece más preocupado por que los alumnos resuelvan el problema en sí, en vez de que los alumnos le den un significado a la teoría, pues no basta con que ellos utilicen la herramienta, sino más bien deberían entender cuál es la función del círculo y la recta perpendicular y cuál es el significado que tienen como herramientas que garantizan una propiedad geométrica.

Tabla 83. Análisis Indicador1/Comportamientos coherentes/acti 4 final /puesta en común/proceso de institucionalización

1455.	Prof.	Quiero que algunos de ustedes... o mejor todos los que quieran participar aporten todas sus ideas para que nosotros finalmente tengamos un conocimiento construido, después les diré qué vamos a hacer con eso. Oído chicos, ¿qué aprendimos en esta actividad cuatro final?
1456.	Est4	A trazar las rectas perpendiculares
1457.	Prof.	Muy bien entonces escribamos ahí [se dirige al alumno3] aprendimos a trazar rectas perpendiculares. Bueno. Inicialmente ustedes les dieron el nombre de rectas derechas...y otros nombres ¿qué más aprendimos? [se dirige a toda la clase]
1458.	Est5	Sobre los círculos que nos ayudaban a cuadrar las distancias...y...
1459.	Prof.	Eso, ¿cómo es? [se dirige al alumno5] O sea que usted necesitaba que se conservaran las medidas, entonces [se dirige al alumno3] escriba por favor: aprendimos a trasladar distancias de un lugar a otro. Muy bien ¿Qué más aprendieron?
1460.	Prof.	Ustedes necesitaban que los segmentos quedaran derechos y lo lograron a través de la herramienta recta perpendicular, pero en esa construcción que ustedes hicieron nuevamente, también necesitaban que el triángulo conservara la distancia con respecto al espejo ¿cierto?
1461.	Prof.	¿Esas distancias como tenían que ser con respecto al triangulo rojo? ¿Las distancias como tenían que ser?
1462.	Est6	Iguales[se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno6]
1463.	Prof.	Y entonces la garantizaron con ¿qué herramienta?
1464.	Est7	Con la del círculo [se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el

		alumno7]
1465.	Prof.	Esa herramienta les permitió construir el triángulo en la posición que ustedes necesitaban, muy bien. Ahora la pregunta que quiero hacer es: ¿el triángulo construido es imagen del rojo?

Indicador2: El profesor cuida que sus interpretaciones personales sobre las palabras dichas por los alumnos corresponden a las interpretaciones de estos.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador3: El profesor verifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario busca que haya otros alumnos que la refuten.

No se encontraron evidencias de este comportamiento.

Indicador4: El profesor acuerda y oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento.

Se observa en las líneas 1457 a 1472, que el profesor interviene consignando los acuerdos comunes con respecto al objeto de conocimiento a los que han llegado los alumnos; pero no está claro si los alumnos estaban trabajando un problema de ajuste, o de garantizar que las propiedades se mantuvieran, incluso después de arrastrar el punto sobre el círculo.

Tabla 84. Análisis Indicador4/Comportamientos coherentes/acti 4 final/puesta en común/proceso de institucionalización

1457	Prof.	Muy bien entonces escribamos ahí [se dirige al alumno3] aprendimos a trazar rectas perpendiculares. Bueno. Inicialmente ustedes les dieron el nombre de rectas derechas...y otros nombres ¿qué más aprendimos? [se dirige a toda la clase]
1458	Est5	Sobre los círculos que nos ayudaban a cuadrar las distancias...y...
1459	Prof.	Eso, ¿cómo es? [se dirige al alumno5] O sea que usted necesitaba que se conservaran las medidas, entonces [se dirige al alumno3] escriba por favor: aprendimos a trasladar distancias de un lugar a otro. Muy bien ¿Qué más aprendieron?
1460	Prof.	Ustedes necesitaban que los segmentos quedaran derechos y lo lograron a través de la herramienta recta perpendicular, pero en esa construcción que ustedes hicieron nuevamente, también necesitaban que el triángulo conservara la distancia con respecto al espejo ¿cierto?
1461	Prof.	¿Esas distancias como tenían que ser con respecto al triangulo rojo? ¿Las distancias como tenían que ser?
1462	Est6	Iguales[se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno6]
1463	Prof.	Y entonces la garantizaron con ¿qué herramienta?

1464	Est7	Con la del círculo [se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno7]
1465	Prof.	Esa herramienta les permitió construir el triángulo en la posición que ustedes necesitaban, muy bien. Ahora la pregunta que quiero hacer es: ¿el triángulo construido es imagen del rojo?
1466	Est8	Sí es [se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno8]
1467	Est9	Parecido... parecido...ummm
1468	Prof.	Bueno, ¿sí es o no es?
1469	Est9	Sí <i>profesor</i> .
1470	Prof.	¿Cómo lo comprueban? ¿Con qué herramienta?[se dirige a toda la clase]
1471	Est10	Con la <i>ayuda</i> [se escuchan voces de otros alumnos confirmando lo dicho por el alumno10]
1472	Prof.	Muy bien. Ahí ustedes se dan cuenta de las medidas... Entonces vamos a definir eso ahí también [se dirige al estudiante3] logramos construir el triángulo imagen del rojo, garantizando que se encuentre a igual distancia con relación al espejo.

Indicador5: El profesor articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No se encontró evidencia de este comportamiento.

3.6.4.4 Comportamientos no coherentes con la TSD durante la puesta en común, en relación con el proceso de institucionalización

Indicador1: El profesor no verifica que los alumnos hayan tomado conciencia de las propiedades geométricas necesarias para resolver el problema y tampoco propone contra ejemplos a las formulaciones de los alumnos, para provocar esa toma de conciencia.

Indicador2: El profesor no cuida que su interpretación personal de las palabras del alumno corresponda a la interpretación del alumno.

Indicador3: El profesor no identifica que la opinión de un alumno es comprendida y aceptada por la mayoría del grupo (en caso de que esa opinión esté de acuerdo con el saber) Y en el caso contrario no busca que haya otros alumnos que la refuten.

Indicador4: El profesor no acuerda ni oficializa con los alumnos los sentidos atribuidos al objeto de conocimiento

Indicador5: El profesor no articula las producciones hechas por los alumnos con el saber.

No se encontraron evidencias de estos comportamientos.

Conclusiones de la puesta en común actividad #4 [Tarea2]

El profesor no comprendió realmente el sentido de la tarea, al parecer por una falta de apropiación teórica, ya que una de las pretensiones buscadas, era solicitar a los alumnos que precisaran en qué consistieron sus estrategias para resolver la tarea; que explicitaran si lograron obtener una construcción que siempre coincidiera con la imagen, incluso cuando se mueve el punto sobre el círculo y que describieran sus experiencias con el uso de la herramienta recta perpendicular y la herramienta círculo para garantizar la perpendicularidad y la equidistancia respectivamente.

El profesor tampoco parece haber comprendido que la tarea estaba diseñada para invalidar las estrategias perceptivas de los alumnos y que sólo se esperaba que formularan lo más claramente posible el problema y lo que necesitan para la solución, que enunciaran en sus propias palabras la necesidad de producir las dos propiedades mencionadas. Se observó además que a pesar de las inconsistencias y comportamientos inadecuados por parte del profesor, los alumnos comprendieron que un punto y su imagen quedan sobre una recta perpendicular al eje de simetría y a igual distancia de dicho eje.

3.7. Institucionalización final

3.7.1 Descripción institucionalización final

El profesor durante esta actividad, pretende introducir el vocabulario oficial: eje de simetría; figuras simétricas con respecto a un eje, vértices correspondientes, perpendicularidad, equidistancia entre puntos, etc. Es importante que corrija la utilización inadecuada de términos, y que los alumnos describan correctamente las relaciones de perpendicularidad y equidistancia. Los alumnos deben tener claro que para que haya simetría con respecto a una recta es necesario que los segmentos que unen puntos correspondientes sean perpendiculares al eje y que el eje los corte en sus puntos medios.

3.7.2 Análisis institucionalización final

El profesor realizó un preámbulo hacia la institucionalización del saber matemático simetría axial, con la intención de introducir el vocabulario oficial del objeto matemático y para que los alumnos hicieran una utilización correcta del mismo. Le faltó hacer muchos ejercicios, donde los alumnos aprendieran a utilizar y justificar las propiedades de equidistancia y perpendicularidad relativas a la simetría axial. Hizo falta desarrollar un trabajo en el cual, a los alumnos se les plantearan otros problemas donde hubiera y no hubiera simetría, para que ellos haciendo uso del saber hicieran sus justificaciones. Hubo un cierto grado de improvisación de parte del profesor, no se observó una planificación consciente. No es claro si los alumnos tomaron conciencia de sus estrategias y de sus insuficiencias en esas estrategias. Además no hizo que los alumnos utilizaran el vocabulario oficial.

El profesor introdujo el término simetría axial (líneas 1481 a 1483; 1506), recordando la actividad4 tarea2, en la cual los alumnos debían construir un triángulo que fuera la imagen del otro, o construir alguno de estos elementos.

Tabla 85. Análisis/Institucionalización final.

1481	Prof.	Por ejemplo nosotros ahí construimos el triángulo en esa actividad y teníamos un eje de simetría y debíamos construir un triángulo simétrico, esa palabra simétrico es la que de pronto tenemos aquí que institucionalizar hoy. Muy bien, ustedes observan allá en sus computadores, les voy a mostrar una herramienta que no conocían.
1482	Prof.	Se llama simetría axial, pero esa herramienta nunca la trabajamos porque no queríamos dañar la actividad en el aprendizaje de ustedes, ya que esa herramienta nos va a permitir generar una imagen de una figura, equidistante o mejor a la misma distancia de una recta. Partamos de lo siguiente
1483	Prof.	Una simetría axial es una transformación geométrica, es decir nosotros tenemos una figura y queremos construir una figura que sea de la misma forma y del mismo tamaño, es decir que sea simétrica. Esa palabra simétrica se relaciona mucho con lo que nosotros aprendimos en las actividades con la reflexión del espejo.
1506	Prof.	Entonces voy a mover algo y voy a preguntarle a alguien. Ah pero perdón antes de eso voy a nombrar algo. Nosotros podemos decir que existe simetría axial, cuando con respecto a una recta es necesario que los segmentos entre puntos correspondientes sean perpendiculares al eje y que el eje los corte en sus puntos medios

Introdujo también los términos perpendicularidad y eje de simetría (líneas 1490 a 1498; 1517 a 1525), presentó apropiadamente un ejemplo, en el que aparece la simetría axial como herramienta de construcción y con la herramienta recta perpendicular verifica la perpendicularidad entre puntos correspondientes con respecto al eje de simetría y relacionando este conocimiento con la actividad4 tarea2, donde los alumnos tuvieron que descubrir algunas regularidades de las construcciones. Aunque verificó con los alumnos el eje de simetría, no verificó que una figura es simétrica con respecto a un eje.

1490	Prof.	Y vamos a recordar qué fue lo que ustedes hicieron, en este momento acabo de construir esta figura, la están viendo en el tablero,
1491	Est3	Sí, es fácil de construir
1492	Prof.	Muy bien. Esta figura es un polígono, tiene cinco lados, podríamos decir que es un pentágono irregular y ustedes ven que yo tracé al lado derecho una recta, vertical a esa figura. Lo he hecho de esta manera para recordarles lo que ustedes hicieron en la actividad. Ustedes tenían siempre que descubrir de pronto algunas regularidades de las construcciones.
1493	Prof.	Tenían que descubrir de pronto un objeto imagen de otro, en el caso de los triángulos, a veces tenían que construir alguno de estos elementos y miren lo que voy a hacer, voy a utilizar una herramienta que se llama simetría axial y van a ver como esta herramienta me va a ayudar a garantizar las dos propiedades que nosotros descubrimos en nuestro aprendizaje.
1494	Prof.	Entonces yo selecciono la herramienta simetría axial aquí en la barra de herramientas (selecciona la herramienta) doy clic e inmediatamente el software me pregunta ahí en la pantalla, me dice que cuál es el eje de simetría. ¿Cuál sería el eje de simetría aquí muchachos? mirando la gráfica.
1495	Est4	Pues sería el espejo
1496	Prof.	El espejo, y en este caso por ejemplo yo tengo aquí una recta ¿cierto? Entonces voy a señalar aquí esa recta le voy a decir que este es el eje de simetría
1497	Est5	Pero como tiene dos puntos trazados sería como un segmento de recta
1498	Prof.	No importa, un segmento, semirrecta o recta podemos utilizar como eje de simetría. Ojo el espejo en las actividades nuestras era un segmento o recta. Para nosotros eso hoy lo vamos a llamar eje de simetría, es decir que es una línea recta que nos va a servir para encontrar el objeto simétrico del que tenemos ahí.

1517	Prof.	¿Cómo se llamaba la herramienta que nos garantizaba esto? Se acuerdan que los segmentos ustedes querían que quedaran de una manera y aprendimos una herramienta que se llamaba ¿cómo?
1518	Est14	Recta perpendicular
1519	Prof.	Recta ¿qué?
1520	Est15	perpendicular

1521	Prof.	Entonces observen que vamos a verificar aquí, si esto es aquí perpendicular o no. Voy a señalar el punto del objeto origen y el correspondiente simétrico de la imagen, voy a trazar una recta entre ellos dos. (traza la recta perpendicular al eje que pasa por uno de los puntos del polígono) Y ¿cómo debe ser esa recta con respecto al eje de simetría lo que llamábamos el espejo? ¿Totalmente qué?	
1522	Est16	derecha	
1523	Prof.	Y ese derecho ¿cómo lo llamamos?	
1524	Est17	Esa es la recta perpendicular	
1525	Prof.	Muy bien, entonces vamos a cambiar nuestro lenguaje y ya no vamos a decir que el segmento entre puntos correspondientes debe quedar derecho sino que vamos a decir que debe quedar perpendicular y ya no vamos a decir al espejo sino perpendicular al eje de simetría, para que hablemos en un lenguaje geométrico.	

En las líneas 1538 a 1542 el profesor parece no entender la pregunta que un alumno hace a cerca de girar la construcción para observar si se mantienen las distancias entre puntos correspondientes de la figura y no aprovechó esta oportunidad, pues podría haber girado el eje de simetría de la figura y gracias a la retroacción del medio, haber permitido la toma de conciencia de esta propiedad por parte de los alumnos.

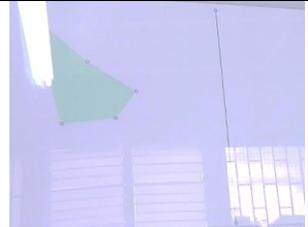
1538	Est21	¡Profé! una pregunta, si se voltea girando esto así (hace un gesto de giro de la construcción con sus manos) ¿sigue la misma distancia y se conserva todo?
1539	Prof.	Bueno en este caso, aunque no es del tema. Para girar la figura, necesitaría darles otra inducción de otro saber geométrico
1540	Est21	Profé no tanto, solo así diagonal si se pudiera girar un poco (señala con sus manos en forma inclinada)
1541	Prof.	Si te entiendo, de cualquier manera haría lo mismo se conservarían las propiedades. Lo que te iba a explicar es que en este momento no puedo hacer eso que me pides porque debemos aprender algo nuevo y es que cuando yo construyo una figura no un dibujo, para este caso presente (señala al tablero) esa figura debe soportar un arrastre y conservar unas propiedades.
1542	Prof.	¿Para qué? Para que yo la pueda manipular y a pesar de que yo la mueva en distintas direcciones conserve su forma y su tamaño sin perder esa propiedad. Pero para eso tendría yo que haberla construido con propiedades y este pentágono no es una construcción geométrica, es simplemente un dibujo que les estoy mostrando y por eso este dibujo no lo podría manipular dándole rotación.

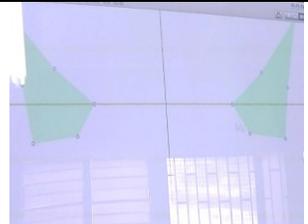
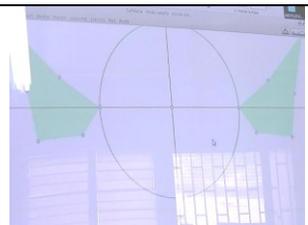
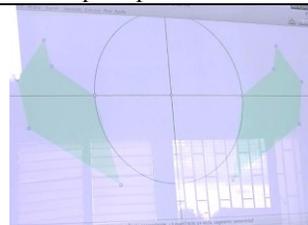
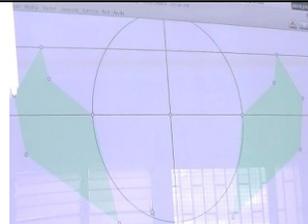
En la línea 1550 el profesor ante la pregunta de un alumno sobre la perpendicularidad de los segmentos que unen puntos correspondientes, no identificó que esa interpretación correcta del alumno debía ser comprendida y aceptada por la mayoría del grupo, perdiendo nuevamente la

oportunidad de verificar el sentido atribuido al objeto de conocimiento por parte de los alumnos y un momento oportuno para articular las producciones hechas por ellos con el saber.

1550	Est22	¿Si no están, por ejemplo: si este punto (señala uno de los puntos correspondientes entre vértices) no estuviera sobre la perpendicular dejaría de haber simetría axial?
------	-------	--

En las líneas 1559 a 1584, pide a una alumna verificar las propiedades de la simetría axial, se observa como una alumna haciendo uso del vocabulario oficial, nombra y además utiliza correctamente los elementos geométricos, recta perpendicular y círculo, hace la verificación de la existencia de las dos propiedades necesarias para que exista simetría axial con respecto a una recta. También, logra la alumna identificar el eje, es capaz de construirlo y además logra construir alguno de los componentes de la simetría dados los otros.

1559	Est25	(Hace clic sobre la pantalla y construye un polígono irregular)	
1560	Prof.	ahora selecciona simetría axial	
1561	Est25	No profe primero va... el	
1562	Prof.	¡Ah! sí perdón primero va, como se llama ese que vas a...	
1563	Est25	¡El eje de simetría! (Selecciona la herramienta segmento y construye un segmento[eje de simetría] al lado derecho del dibujo)	
1564	Prof.	Miren que su compañera está construyendo una figura ¡ahí! observar el tablero.	
1565	Est25	(Selecciona la herramienta simetría axial)	
1566	Prof.	Ahora te dice, ¿qué te dice abajo en la pantalla?	
1567	Est25	(lee)¿Cuál es el eje de simetría?	
1568	Prof.	si lo quieres señalar, hazlo con el clic izquierdo	
1569	Est25	(Hace clic sobre el segmento)	
1570	Prof.	¿Que más te dice? vuelve a mirar abajo en la pantalla, lee lo que dice ahí	
1571	Est25	(lee) ¿De qué punto quiere construir su simétrico?	
1572	Prof.	Entonces como es un punto cualquiera y tú quieres construir la figura completa, entonces vas a darle clic al centro de la figura.	
1573	Est25	(Hace clic dentro de la figura y aparece el simétrico de esta)	
1574	Prof.	¡Ahí!. Y ahí ya te construyó, compruébame ¿si eso realmente es simétrico al original?	
1575	est24	¡Ay! yo le digo profe... con la recta perpendicular. ¡Ah! es que yo...	

1576	Est25	(Selecciona recta perpendicular, hace clic sobre el eje de simetría. Hace clic sobre el vértice del dibujo original y aparece una recta perpendicular al eje que pasa por los puntos simétricos correspondientes). ¡Listo! ¡Sí están bien profe!	
1577	Prof.	Y ahora ¿cómo comprobarías que las distancias de los vértices al eje de simetría son iguales?	
1578	Est25	Mediante el círculo. (Selecciona la herramienta círculo y hace clic sobre el punto de intersección del eje con la recta perpendicular que contiene los puntos correspondientes. Hace clic sobre el punto del vértice de la figura original e inmediatamente aparece un círculo)	
1579	Prof.	Muy bien señorita	
1580	Est24	¡Ah! profe yo también lo podía hacer pero...	
1581	Prof.	Observen que esa figura cumple las propiedades de la simetría axial que son dos y ahora quiero que mires si un punto... por ejemplo dale mover y mueve cualquier punto.	
1582	Est25	(Selecciona la herramienta mover punto y mueve un vértice de la figura. Inmediatamente el punto correspondiente se mueve en sentido contrario, conservando las mismas distancias entre vértices y el eje de simetría).	
1583	Prof.	¡Ah! perfecto miren que ese punto se mueve pero siempre conservando la misma distancia con respecto al eje de simetría y conservando la perpendicularidad. ¡Muéstrame si ese punto que estas moviendo es perpendicular o no! ¡Mueve nuevamente el punto! [se dirige a la alumno25] y comprueba que es perpendicular	
1584	Est25	(Sigue moviendo el punto de la figura objeto y el punto correspondiente de la figura simétrica se mueve a igual distancia en sentido contrario. Se detiene y selecciona la herramienta recta perpendicular y construye una recta perpendicular al eje de simetría que pasa por el punto seleccionado y corta a la figura imagen en su punto correspondiente). ¡Listo profe!	

4. Conclusiones generales

En el análisis encontramos una gran cantidad de evidencias de aprendizajes por adaptación relativos a la simetría axial, los cuales además sirvieron para que el profesor relacionara los conocimientos producto de este proceso con las propiedades de la simetría axial y para convencer a los alumnos de que el saber es una herramienta potente para resolver problemas. El SGD fue eficaz en el rol que se le asignó, permitiendo a los alumnos validar o invalidar sus acciones. Las retroacciones del medio fueron interpretadas por los alumnos, conduciéndolos a un juicio sobre la validez o invalidez de sus acciones, juicio que se tradujo en cambios de acción o refuerzos de acción. En algunas actividades encontramos evidencias de retroacciones inadecuadas, debidas probablemente a errores de programación de los scripts. Estos errores pueden y deben ser corregidos para futuras implementaciones, pero no ponen en duda el potencial del software para producir aprendizajes por adaptación. Los únicos aprendizajes por autoridad que se observaron se presentaron en las actividades 3 final y 4 final, cuyos análisis a priori no contemplaban la posibilidad de que los alumnos encontraran la solución gracias a un aprendizaje por adaptación.

Podemos afirmar que gracias a las situaciones adidácticas, y específicamente a las retroacciones del software, los alumnos tienen la posibilidad de aprender sin necesidad de una intervención directa del profesor. Sin embargo, este aprendizaje no es suficiente para construir una relación significativa y eficaz con el saber geométrico. Se hace necesaria la intervención del profesor, en lo que llamamos proceso de institucionalización, para lograr la toma de conciencia de los procesos realizados, de las propiedades geométricas en juego, y su formulación en un lenguaje que permita la construcción colectiva de su significado y su validez.

En el análisis encontramos evidencias de que el profesor utilizó algunos contraejemplos que permitieron a los alumnos tomar conciencia de las precisiones e imprecisiones de sus estrategias o de la formulación de las mismas. Pero también en otras, como en la actividad⁴ final, en la que el profesor por el “afán” de terminar la actividad, se olvidó de la eficacia de este recurso y no lo utilizó. Y sin llegar tampoco a un acuerdo grupal; basado únicamente en una interpretación de un alumno, asumió por sí mismo y de forma bastante ambigua la conclusión de la tarea. Aspectos como este son los que desde el punto de vista de la TSD, no permiten al profesor precisar cuál fue el sentido que los alumnos le dieron al objeto de conocimiento y tampoco queda claro si ellos tomaron conciencia de la necesidad de la utilización de las propiedades para la solución del problema.

También se encontraron evidencias de aprendizajes por autoridad, al parecer fruto de la tendencia de la enseñanza tradicional de transmisión del saber, por intervenir para proponer soluciones a las situaciones que los alumnos se encuentran resolviendo.

Llegados a este punto, es de suma importancia retomar las puestas en común realizadas durante el proceso de enseñanza; las cuales son momentos privilegiados dentro del proceso de institucionalización del saber, ya que de su apropiada gestión, el profesor podrá tener una herramienta de juicio sobre el aprendizaje efectivo o no, de sus alumnos.

Durante las puestas en común es importante de parte del profesor, la construcción de un ambiente de clase donde sea posible la discusión, en contra de la clase tradicional donde no hay discusión sobre el saber. Para la TSD es necesaria una discusión sobre la validez del conocimiento y por lo tanto se necesita un ambiente de discusión con unos comportamientos de respeto mutuo, y por parte del profesor, un interés constante por lo que los alumnos piensan.

Dentro del desarrollo de esta secuencia de actividades por parte del profesor se encontró que sí se preocupó por mantener unos comportamientos adecuados en las puestas en común de todas las actividades en relación con el proceso de institucionalización, favoreciendo casi siempre un ambiente de discusión y preocupándose por lo que los alumnos pensaban y/o expresaban, sin embargo luego de los análisis se observó un comportamiento no adecuado por parte del profesor, en el momento donde hacía la conexión de los conocimientos construidos de manera grupal por los alumnos con la asociación del saber; esto lo llevó en algunos casos a transmitir directamente la solución, generando aprendizaje por autoridad en los alumnos.

Concluyo finalmente que el uso del SGD y la TSD es algo eficaz y potente pero es difícil porque requiere un esfuerzo consciente de lo que se está haciendo, requiere la contribución de toda una comunidad para diseñar una actividad y analizar ese diseño para que el profesor tenga una herramienta en la toma de decisiones en la clase.

A pesar de que la tecnología es estupenda para generar aprendizajes por adaptación, el profesor es actor fundamental al interior del proceso de enseñanza pues es quien prepara la situación adidáctica seleccionando cuidadosamente el medio y el problema que planteará a los alumnos. Durante la situación a-didáctica, se restringe de comunicar el saber para garantizar un aprendizaje por adaptación de los alumnos. Sin embargo sigue interviniendo, motivando a los alumnos a resolver el problema, para posibilitarles tomar conciencia de las acciones que puede realizar y de las retroacciones del medio, dejando que sean ellos quienes validen sus propias acciones). Para finalmente una vez termina la situación a-didáctica, relacionar en el proceso de institucionalización el conocimiento construido con el saber que se quiere enseñar.

5. Reflexiones

Luego de considerar los aportes que el marco teórico de la (TSD) me proporcionó y hechos los análisis de esta experiencia de aula, señalo algunas reflexiones a las tres preguntas planteadas en la justificación del problema. En cuanto a: ¿Cómo mejorar los procesos de enseñanza de la geometría en la educación básica? Estoy convencido que las situaciones adidácticas propuestas a mis alumnos en el desarrollo de esta experiencia de aula realmente fomentaron en ellos una acción reflexiva, permitiéndoles hacer uso de sus conocimientos, intercambio de ideas, estrategias y el poder decidir de manera autónoma sobre sus acciones, interpretaciones y validación de estrategias, en la búsqueda de soluciones a determinados problemas.

Reconozco que los alumnos sí pueden construir su propio conocimiento, proponiendo estrategias de solución, a través de situaciones de acción, formulación y prueba. Y que además de que resuelvan los problemas, el objetivo es lograr que le den un significado a la teoría, ya que no basta con que utilicen las herramientas, sino que reflexionen el por qué esa herramienta garantiza una propiedad al interior de una construcción geométrica.

Esta experiencia me deja nuevas perspectivas, como la de no mostrar las soluciones a las tareas planteadas y más bien ser cuidadoso en la manera como intervengo y dialogo con mis alumnos cuando afrontan dichas tareas, ya que con una intervención apropiada es posible lograr que ellos mismos tomen conciencia interpretando y validando lo que hicieron o dijeron, creando criterios propios para reconocer sus aciertos y errores. Además, que reflexionen que la clase de matemáticas debe ser un espacio de participación y respeto mutuo, compartiendo sus opiniones y experiencias y logrando acuerdos comunes en la construcción gradual de nuevos saberes. Entiendo también, que no se trata de plantear preguntas y esperar que los alumnos respondan con palabras y términos propios del saber matemático, sino de interesarme en las formas de pensar de

mis alumnos, intentando comprender lo que ellos tratan de comunicar, verificando que los otros alumnos también comprenden esas ideas y que como grupo lleguemos a acuerdos sobre esos conocimientos. Para finalmente durante la fase de institucionalización, poder presentar a los alumnos el saber matemático, relacionándolo con las experiencias acontecidas en la fase a-didáctica y con los acuerdos obtenidos en la puesta en común, para de esta manera poder separar gradualmente la validación del medio y permitir que los alumnos puedan validar usando el saber.

En cuanto a la segunda pregunta ¿Cómo usar competentemente el SGD en el proceso de enseñanza para lograr un mejor aprendizaje de la geometría? reconozco que el software en la clase de matemáticas, se convierte en una herramienta que favorece en los alumnos aprendizajes por adaptación, sin necesidad de que el profesor les transmita directamente el saber. Mediante la interacción con el software, gracias a las retroacciones que este les brinda, los alumnos fueron descubriendo las propiedades y características geométricas relacionadas con la simetría axial. El software como medio permitió a los alumnos durante las fases adidácticas y las puestas en común, compartir sus conocimientos, tener mayor libertad para proponer, experimentar y comprobar si lo que ellos decían o hacían era cierto o no.

El uso competente del SGD implica que hay que dejar que los alumnos interactúen con el software a través de las situaciones adidácticas, garantizando una interacción entre alumnos y medio y donde se controlen unas determinadas condiciones. Por otro lado hay que diseñar las tareas de manera que el efecto buscado sea apropiado. El SGD no es un simple motivador que permite hacer cosas rápidas, tampoco es una herramienta que facilita determinadas operaciones matemáticas; por el contrario es un medio de interacción que necesita una planeación eficiente y que se convierte para el profesor en una herramienta que facilita la discusión sobre la validez de determinados procedimientos, sin tener éste, que hacer una referencia necesaria al saber.

Con respecto a la tercera pregunta ¿Cómo sustentar teóricamente las prácticas de enseñanza que se desarrollan con SGD?

Esta propuesta que me deja la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) con su postulado fundamental del aprendizaje por adaptación, me anima a esmerarme mucho más en la apropiación teórica y gestión organizada de las situaciones adidácticas propuestas para la clase. Generar los ambientes de clase adecuados, es todo un reto que además exige realizar un análisis de los conocimientos que surgen a partir de las interacciones entre alumnos y medio, entre alumnos y profesor y entre alumnos entre sí.

Gracias a la TSD, relacioné el aprendizaje por adaptación y la enseñanza de la simetría axial, convirtiéndose esto para mí en una confirmación más de que: “no es posible transmitir de manera directa el saber”. Y que la manera indirecta es poner a funcionar una situación adidáctica que produzca el conocimiento y luego confrontarlo con el saber. Aunque no siempre de manera consciente, durante las puestas en común busqué que los alumnos formularan los conocimientos construidos en la fase a-didáctica y logaran acuerdos grupales sobre los procedimientos correctos o incorrectos; esto me permitió distinguir si la fase a-didáctica había funcionado apropiadamente, y si los alumnos habían construido conocimientos que les permitieran resolver el problema propuesto.

Comprendo que es de vital importancia acompañar el proceso de validación de los alumnos, buscando favorecer la interacción de ellos con el medio, e impidiendo que la interacción se interrumpa, también tomo conciencia que durante las fase adidácticas, es importante intervenir buscando facilitar la comprensión del problema y para hacerle ver a los alumnos las posibilidades de acción que pueden tener y para hacerles tomar conciencia de las retroacciones del medio.

En síntesis la TSD, me sirvió para tratar la complejidad del proceso de enseñanza, para saber cómo actuar durante las fases adidácticas, puestas en común y el proceso de institucionalización. Y así superar la visión ingenua de ver la enseñanza simplemente como un proceso de comunicación y no como un proceso mucho más complejo. No se puede esperar que una persona que sepa el saber y tenga buena voluntad sepa enseñar, se necesita mucho estudio para saber enseñar. Entiendo que enseñar es un proceso complejo, aprender es todavía más complejo y utilizar el software como medio de enseñanza es más complejo de lo imaginable. La teoría permite analizar esa complejidad y por lo tanto armonizarlas en el sentido de concebir acciones que atiendan aspectos esenciales de esa complejidad.

6. Referencias documentales

- Artigue, Michel. Douady, Régine. Moreno, Luis. (1995). Ingeniería didáctica en Educación Matemática. *Un esquema para la investigación y la investigación de la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Iberoamericana. Bogotá.
- Brousseau, Guy. (2007). *Inicialización al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. 1ª.ed. Buenos Aires: Editorial Libros del Zorzal.
- Daniel Gil Pérez y miguel de Guzmán Ozámiz. (OEI, 1993). Enseñanza de las ciencias y la matemática. “tendencias e innovaciones” *Hacia una recuperación del pensamiento geométrico y de la intuición espacial* (págs. 83-94) libro.
- Gamboa & Ballesteros. (2009). *Algunas reflexiones sobre la Didáctica de la Geometría* Número5. pp. 113-136. Costa Rica. Artículo.
- Margolinas, C. (1993). *La importancia de lo verdadero y lo falso en la clase de matemáticas*. (D. d. Santander., Ed.). Bucaramanga: La Pénsee Sauvage.
- Martín Eduardo Acosta Gempeler. (2010) "Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio". En: *Colombia, Revista Integración*, ed: Ediciones Universidad Industrial De Santander, ISSN 0120-419X, v. 28, fasc. 2, p. 173-189.
- Martín Eduardo Acosta Gempeler. (1999), "El futuro de la geometría en la educación secundaria" En: Colombia, ed: *International Newsletter On The Teaching And Learning Of Mathematical Proof*, Idioma Original: inglés, Idioma Traducido: español, Autor Martín Acosta G. Nombre Original: *The Future of Secondary School Geometry*. Fasc, 1 v4.
- Martín Eduardo Acosta Gempeler. (2010). "*Dificultades de los profesores para integrar el uso de Cabri en clase de geometría*. Experiencias de un curso de formación docente". En: Colombia Tecne Episteme Y Didaxis ISSN: 0121-3814 ed: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional v.28 fasc.2 p.57 – 72.
- Monroy y Rueda, (2009) *conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II*, Universidad Industrial de Santander.
- Socorro, D. (2005). Simetría axial: *uma seqüência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica*. Tesis de Postgrado. Universidad Federal de Pernambuco, Brasil.
- <http://www.icfes.gov.co/resultados/pruebas-saber-resultados documento>.
- <http://www.oecd.org/pisa/publicaciones documento>.