SERIE
Cuadernos de Evaluación

ALCALDÍA MAYOR
DE BOGOTÁ D.C.
Secretaría
Educación

Pruebas Comprender de Matemáticas

Evaluación del Pensamiento Aleatorio

Grados 5º y 9º

Guía de orientación para maestros

Bogotá sin indiferencia

Equipos de Trabajo

Secretaría de Educación Distrital

Alejandro Álvarez Gallego
Subsecretario Académico

Cecilia Rincón Berdugo
Directora de Evaluación y Acompañamiento

Gloria Mercedes Carrasco R.
Subdirectora de Evaluación y Análisis

Diana Gil
Edilberto Novoa
Henry Figueredo O.
Equipo de profesionales Subdirección de Evaluación y Análisis

Henry Figueredo Olarte
Coordinación Editorial

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C.
Secretaría
Educación

Pontificia Universidad Javeriana

Jaime Parra Rodríguez
Coordinador equipo de investigación.

Liced Angélica Zea Silva
Vilma Espejo
Integrantes del equipo de investigación.

Carlos Eduardo Vazco Uribe
Asesor Temático y Metodológico.

Cargraphics S.A.
Diagramación e Impresión
Fotos carátula y portadillas: Archivo SED

Bogotá, D.C. agosto del 2005

Tabla de Contenido

Presentación

La Secretaría de Educación Distrital entrega a la comunidad educativa las orientaciones sobre las pruebas distritales de comprensión y aprendizaje COMPRENDER.

Las pruebas que serán aplicadas a los estudiantes de 5º y 9º grados de educación básica de Bogotá, son el resultado de un arduo y continuo trabajo académico iniciado a comienzos del 2005, que contó con la participación de maestros y maestras de los colegios de Bogotá, investigadores y profesionales de la educación de reconocidas universidades y grupos de investigación del Distrito Capital.

Este documento que se entrega a los profesores y profesoras del distrito, se constituye en la primera publicación de la Serie "Cuadernos de Evaluación", que registrará paso a paso el desarrollo de la nueva propuesta de evaluación escolar impulsada por la actual administración, constituyéndose en un valioso material de trabajo pedagógico, no solo para maestros y maestras sino para todas las personas y entidades interesadas en conocer e investigar a fondo la situación actual de la educación escolar en la Capital.

En primer término, se registra la fundamentación teórica de las pruebas para cada una de las áreas y campos a evaluar, así como la propuesta de evaluación, el propósito de la evaluación, la definición del objeto a evaluar y la estructura de la prueba. Posteriormente, se presentan algunos ejemplos de preguntas para los grados 5º y 9º con el propósito de familiarizar a profesores y estudiantes con las pruebas e invitarlos a participar activamente en los procesos de "construcción social de más pruebas" que ayuden a comprender el complejo campo de la escuela.

El proyecto "Currículo y Evaluación", puesto en marcha por la Secretaría de Educación busca contribuir al debate educativo generado por la necesidad de enriquecer la evaluación para dar cuenta, desde una perspectiva más amplia, de los frutos de la acción escolar, las transformaciones que se producen en los estudiantes, los aprendizajes reales y los deseables. Para ello, se propone superar las prácticas evaluativas que consideran el logro de los estudiantes como el único indicador de la calidad de la educación.

Pensamiento aleatorio

¿Qué es la comprensión matemática?

Comprender, desde los usos habituales de la palabra, significa entender algo, dominar una teoría, un concepto, construir una representación mental, darle significado a una idea, evento o símbolo o tener éxito comunicativo en la recepción de un mensaje. Para algunos, la comprensión está ligada al lenguaje y su uso, y se relaciona con eventos tales como captar el mensaje, entender al otro, entender lo que dijo el profesor, descubrir las intenciones de lo que se dice; para otros, está en el espacio interno de lo mental y se asocia con palabras tales como percibir, descubrir, resolver, razonar. Para autores como Piaget comprender, se relaciona con entender el por qué suceden las cosas y cómo suceden. Piaget utilizó los términos de "comprensión nocional" y "procesos de comprensión explicativos y e implicativos", para hacer referencia a un entendimiento basado en las conceptualizaciones que permiten explicar porque ciertas acciones son exitosas o fallidas. Dentro del campo educativo, habitualmente, se habla de comprensión como actividad cognitiva durante periodos de tiempo, es decir "procesos de comprensión" ligados al desarrollo o a la formación.

La reflexión sobre la comprensión no es fácil desvincularla del qué se comprende. Así, la comprensión matemática toma un sentido especial al vincularla a la reflexión sobre la disciplina y, en especial, a la educación matemática. Desde el punto de vista de la práctica educativa, según el énfasis que le haga a lo disciplinar, lo cultural o lo cognitivo, nos inscribiremos en una u otra concepción de la comprensión matemática. Si se enfatiza lo disciplinar, comprender la matemática significa saber o dominar temáticamente contenidos disciplinares; si nos inscribimos en un concepción donde la cultura es un elemento relevante, comprender la matemática es atribuir significado a los objetos matemáticos o al conjunto de símbolos que constituyen el lenguaje matemático; y si enfatizamos lo cognitivo, la comprensión hace alusión al dominio conceptual y a los procesos cognitivos subyacentes a la actividad matemática. Así, la comprensión matemática la podemos ver, especialmente desde lo educativo, desde tres perspectivas distintas: la disciplinar, que representa una preocupación por saber contenidos matemáticos, la semiótica, que muchas veces identifica comprender matemáticas con entender el lenguaje matemático y la cognitiva o de dominios conceptuales que representa una preocupación por la constitución del pensamiento matemático y no solo por los contenidos disciplinares matemáticos.

Comprender como dominio de contenidos

En la perspectiva tradicional, comprender matemáticas significa "saber contenidos matemáticos", en tanto el énfasis se hace en el uso de información, producto de la repetición y la automatización. se le da más relevancia al qué, que al cómo, en el contenido más que en el proceso. Comprender matemáticas significa poseer información, por ejemplo, saber utilizar algoritmos, seguir reglas aun sean descontextualizados. Se aprende pero no se asimila. Lo importante mostrar que se tiene un saber matemático, no de una habilidad obtenida a través de la matemática y transferible a otros espacios de razonamiento sobre la realidad.

En síntesis, comprender la matemática es saber los contenidos matemáticos.

Comprender como significación

Muchas teorías de la Educación Matemática han abordado la comprensión de esta área desde una perspectiva semiótica y cultural, es decir, la reflexión gira en torno a cómo se constituye el significado de los conceptos matemáticos en los contextos institucionales escolares. En esta perspectiva, comprender se entiende como captar el significado del objeto matemático en relación con contextos de actuación y de uso del lenguaje.

Sierpinska (1990), citada por Godino, considera como básico para la didáctica de la matemática la idea de significado, que a su vez también la relaciona con la actividad de comprensión:

"Comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado. Este acto será probablemente un acto de generalización y síntesis de significados relacionados a elementos particulares de la "estructura" del concepto (la "estructura" es la red de sentidos de las sentencias que hemos considerado). Estos significados particulares tienen que ser captados en actos de comprensión" (p. 27). "La metodología de los actos de comprensión se preocupa principalmente por el proceso de construir el significado de los conceptos" (p. 35).

Dentro de este marco, de carácter semiótico, comprender significa la conexión entre redes internas (representaciones) y externas (lenguaje). La idea de representación mental se vincula con la de representación semiótica; no hay representaciones mentales al margen del lenguaje. Godino (1998) propone que la faceta psicológica de la comprensión como 'experiencia mental' y 'conexión a redes internas de representación de información'[1] debería ser complementada con la faceta antropológica como 'correspondencia entre los significados personales e institucionales'. Significados personales que están estrechamente vinculados con el sentido, un para qué, una intencionalidad, de la actuación matemática en el contexto escolar.

En síntesis, la comprensión matemática está ligada a la significación que un individuo le atribuye a un objeto matemático (conocimiento matemático) en relación con las representaciones internas (conceptos o redes de conceptos) y las representaciones externas (lenguaje, conjunto de símbolos culturales que manifiestan el concepto) en una situación contextual.

Comprender como dominio conceptual

La comprensión como dominios conceptuales se entiende como la actividad cognitiva de transformación o ampliación de un campo conceptual. En la psicología cognitiva, Piaget utiliza el concepto de esquema, caracterizándolo como una totalidad dinámica organizadora de la acción, que posee plasticidad y es capaz de cambiar en función de nuevas situaciones. En este

[1] El concepto de red de representación es desarrollado por Hiebert y colaboradores en la Teoría del procesamiento de la información. Según este autor para que un sujeto comprenda matemáticas requiere poner en relación las representaciones externas e internas del objeto matemático que están a su disposición.

enfoque, la formación de conceptos matemáticos se refleja en la manera como se modifican los esquemas cognitivos. Siguiendo a Vergnaud (1.995) - orientado por Piaget, y complementando su enfoque cognitivo con otras variables de carácter situacional y cultural-, la comprensión matemática implica el concurso de los tres componentes: a) situaciones en que se exige el concurso del concepto, b) invariantes operatorias que hacen relación a las funciones cognitivas, tales como inferencias, apropiaciones de acciones organizadas, generalizaciones, y c) significantes con las que la apropiación del concepto se relaciona con un conjunto variado de representaciones simbólicas que sirven como representación y como instrumentos de comunicación y apoyo al pensamiento.

Por otro lado, dentro de la psicología cognitiva, no de corte desarrollista sino basada en los sistemas de procesamiento de información, se enfatiza en la distinción entre los contenidos y los procesos cognitivos. Los primeros corresponden generalmente a los conceptos fundamentales de las disciplinas y los segundos a los diferentes procedimientos o heurísticas que los estudiantes siguen para constituir un concepto, aplicarlo o solucionar un problema. Desde esta perspectiva los contenidos disciplinares se presentan cognitivamente como redes de conceptos que conforman un conocimiento estable pero susceptible de transformación, y los procesos como un conjunto de acciones organizadas de carácter cognitivo que llevan a un fin, que puede ser la conformación de un nuevo sistema conceptual.

Dentro de estos enfoques, ya sea siguiendo a Piaget o a Vergnaud, o a la psicología cognitiva basada en los sistemas de procesamiento de información, la comprensión matemática se concibe como la constitución de conceptos en relación con otros conceptos, una red de conceptos, vinculados con una serie de operaciones o procesos cognitivos, en condiciones situacionales que le dan significación. Las condiciones situacionales se vinculan estructuralmente con las etapas de desarrollo del niño y funcionalmente con los diferentes contextos y características de una situación. Además, el conjunto de representaciones mentales internas, redes de conceptos, se relaciona con las diferentes representaciones simbólicas externas - lenguaje verbal, íconos, símbolos matemáticos, lenguajes informáticos- como manifestación del pensamiento matemático o como instrumento de su desarrollo.

En síntesis, la comprensión matemática está vinculada a la manera como se constituyen conceptos o redes conceptuales, vinculados a una serie de procesos cognitivos (conocimientos declarativos y procedimentales /representaciones mentales y procesos cognitivos que actúan sobre esas representaciones), en relación con representaciones simbólicas externas y en diferentes situaciones contextuales.

La comprensión matemática[2] se concibe, como el acto cognitivo de constitución de redes conceptúales que representan internamente un objeto matemático, mediante procesos cognitivos, en relación con representaciones simbólicas externas y en situaciones contextuales determinadas.

¿Cuáles son las dimensiones del pensamiento matemático desde el punto de vista educativo?

Pensamiento matemático y comprensión matemática

El pensamiento matemático es un concepto de carácter cognitivo, generalmente ubicado dentro de la psicología matemática y dentro de la psicopedagogía, que hace alusión al conjunto de representaciones mentales, o redes de conceptos de carácter matemático, y a los procesos cognitivos que actúan sobre esas representaciones.

[2] En esta conceptualización de la comprensión matemático se toman tanto elementos de los enfoques semióticos como cognitivos.

El pensamiento matemático, en este sentido se focaliza en la actividad cognitiva interna del sujeto mucho más que en el dominio disciplinar, convirtiéndose en un concepto más propicio para la educación matemática a nivel escolar. Sin embargo, muchas veces ha sido objeto de críticas por su tratamiento excesivamente psicológico, desconociendo el carácter cultural, escolar y situado de la actividad matemática del aprendiz. Los enfoques semióticos y culturalistas complementan este enfoque con una serie de reflexiones sobre la formalización de lo matemático a través del lenguaje artificial matemático, el papel del lenguaje natural, la significación, el conocimiento cotidiano, intuitivo y científico y, en especial, el papel de los contextos culturales.

La comprensión matemática hace alusión fundamentalmente a una actividad cognitiva, al ejercicio efectivo del pensamiento matemático, pero no limitandose a una dimensión cognitiva sino también abarcando las dimensiones culturales, escolares y situadas de la actividad matemática. La comprensión matemática sería la dimensión funcional del pensamiento matemático, es decir hace referencia al acto situado en el que se manifiesta el pensamiento matemático.

Dimensiones del pensamiento matemático

La matemática como saber cultural ha sido habitualmente dividida en diferentes subcampos de conocimiento especializado, la lógica, el álgebra, la geometría, el cálculo, la probabilidad, etc. A su vez estos se han dividido o complementado, en otros campos de especificidad temática (estadística, el álgebra lineal, la topología, el análisis, etc). Algunos de ellos se han desarrollado como saberes formales y abstractos propios de la matemática pura y otros como conocimientos aplicados en otras disciplinas -la econometría, la psicometría, etc.- Dentro de la educación matemática la pregunta fundamental, en relación con todos estos campos, ha sido ¿cuáles son los conocimientos que deben ser enseñados y cómo deben ser curricularizados? Estas inquietudes hacen referencia no únicamente a la matemática como disciplina científica sino a la manera cómo esta se convierte en un conocimiento escolar, dependiendo de las edades y grados, que orienta las modalidades de enseñanza, y su sentido contextual.

En Colombia en un intento de organizar los saberes matemáticos se ha planteado la pregunta: ¿Qué saberes y habilidades matemáticas deben desarrollar los estudiantes como resultado de su paso por los diferentes grados escolares? Estos se han organizado de acuerdo a los grandes campos de indagación matemática, con énfasis no en la disciplina sino en el pensamiento matemático que se espera que los estudiantes desarrollen a lo largo de su vida escolar. Estas habilidades esperadas se denominan estándares y se organizan según los grandes componentes del pensamiento matemático:

a) Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
b) Pensamiento geométrico y sistemas geométricos.
c) Pensamiento métrico y sistemas de medidas.
d) Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
e) Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Todas las dimensiones se relacionan conceptualmente sin embargo es posible separarlas al buscar organización curricular.

En general, en todos los grados escolares están presentes las seis dimensiones del pensamiento matemático, sin embargo el predominio curricular ha estado en el pensamiento numérico, los sistemas numéricos, los sistemas de medidas, los sistemas algebraicos, la solución de problemas y, en menor medida, los sistemas geométricos y el pensamiento aleatorio.

La evaluación de la comprensión matemática se hace con referencia al pensamiento aleatorio, es decir a la capacidad de los niños y jóvenes de generar redes conceptuales y procesos cognitivos subyacentes en situaciones específicas (planteamiento de problemas) y en relación con representaciones externas (textos, símbolos, gráficos), referidas al pensamiento aleatorio.

¿Qué es el pensamiento aleatorio?

La aleatoriedad es un fenómeno atractivo por su distanciamiento de lo determinista, de la causalidad estricta, de la implicación lógica ligada a los valores únicos de verdad y falsedad, y a los tipos de razonamiento con información suficiente y necesaria. Los niños, desde muy pequeños, están inmersos en experiencias relacionadas con cantidades y distancias y las operaciones aritméticas se manifiestan en operaciones con objetos físicos que tienen la propiedad de ser reversibles. Sin embargo aunque las experiencias vinculadas a lo aleatorio son frecuentes en la vida cotidiana, una rifa, el día que lloverá, la posibilidad de encontrar puesto en un cine, etc., los conceptos y operaciones formalizados matemáticamente son esquivos, ya que no podemos manipular estos fenómenos para producir un resultado seguro, ni devolver los objetos a su estado inicial deshaciendo la operación. Según Piaget, esta falta de reversibilidad, de los experimentos aleatorios influye en el desarrollo tardío de los conceptos matemáticos relacionados con aleatoriedad.

Piaget e Inhelder (1951) abogan porque la comprensión del azar por parte del niño es complementaria a la de la relación causa-efecto. Los niños conciben el azar como resultado de la actuación conjunta de una serie de causas, que actuando independientemente producirían un resultado inesperado. En este sentido, hasta que el niño no comprende la idea de causa, no tiene base conceptual para identificar los fenómenos aleatorios. El azar habría que considerarlo asimismo como complementario a la composición lógica de operaciones reversibles y requiere como elemento necesario pero no suficiente un razonamiento combinatorio, para poder concebir distintas posibilidades de ocurrencia de un suceso.

En el periodo de las operaciones concretas, con la adquisición de esquemas operacionales espacio-temporales y lógico-matemáticos, el niño alcanza la capacidad de distinguir entre el azar y lo deducible, aunque esta comprensión no es completa, puesto que el pensamiento está todavía muy ligado al nivel concreto, y no a las condiciones de razonamiento abstracto y combinatorio. No obstante, el niño comienza a comprender la interacción de cadenas causales que conducen a sucesos impredecibles, y la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios. En el periodo de las operaciones formales el conjunto de posibilidades puede determinarse mediante un razonamiento de tipo combinatorio, con lo que se vuelve previsible. Así aparece la idea de probabilidad expresada por la razón entre las posibilidades de un caso particular y del conjunto de posibilidades. Por tanto, la idea de probabilidad, no puede ser totalmente adquirido hasta que se desarrolle el razonamiento combinatorio y se generan las condiciones lógico formales que permiten el ejercicio de la probabilidad lógica y objetiva, en la etapa de las operaciones formales.

Fischbein, en un enfoque diferente al de Piaget, se preocupó por demostrar que los niños tienen intuiciones sobre fenómenos aleatorios y analizó el efecto de la enseñanza para mejorar estas intuiciones. Las intuiciones son procesos cognitivos, que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, inmediatos, globales, autoevidentes, se relacionan entre sí estructuralmente y tiene capacidad extrapolatoria. Fischbein diferencia entre intuiciones primarias y secundarias: Las intuiciones primarias se adquieren directamente con la experiencia, sin necesidad de ninguna enseñanza sistemática, por ejemplo admitir que al lanzar un dado todas las caras tienen la misma probabilidad de salir. Las intuiciones secundarias se forman como consecuencia de la enseñanza, principalmente en la escuela, tales como trazar diagramas de árboles para resolver combinatorias.

¿Cuáles son los objetos específicos de evaluación del pensamiento aleatorio?

Cuando evaluamos el pensamiento aleatorio debemos hacernos preguntas sobre ¿qué conceptos o redes de conceptos evaluamos? ¿qué procesos cognitivos subyacen a la constitución de estos conceptos? ¿en qué situaciones problema se generan? y ¿en qué formato textual o lingüístico se presenta la situación problema? . De acuerdo a esto se organiza una estructura que origina una serie de ítems de prueba que se presenta en el cuadro:

Grado quinto:

Conceptos	Procesos Cognitivos	Situaciones	Representaciones simbólicas
Azar	Reversibilidad Causalidad (múltiples factores combinados) Proporcionalidad Heurísticas	Diferenciar entre sucesos deterministas y aleatorios	Textos y gráficas
Combinatoria	Asociaciones Análogos Categorización	Relacionar objetos mediante asociaciones	Textos y gráficas
Estimación	Asociaciones Proporcionalidad	Estimar Cualitativamente la ocurrencia de sucesos	Textos y gráficas
Distribución	Inferencias Clasificación Interpretación Modelizaciones sencillas	Interpretación de datos presentados gráficamente	Textos y gráficas

Grado noveno:

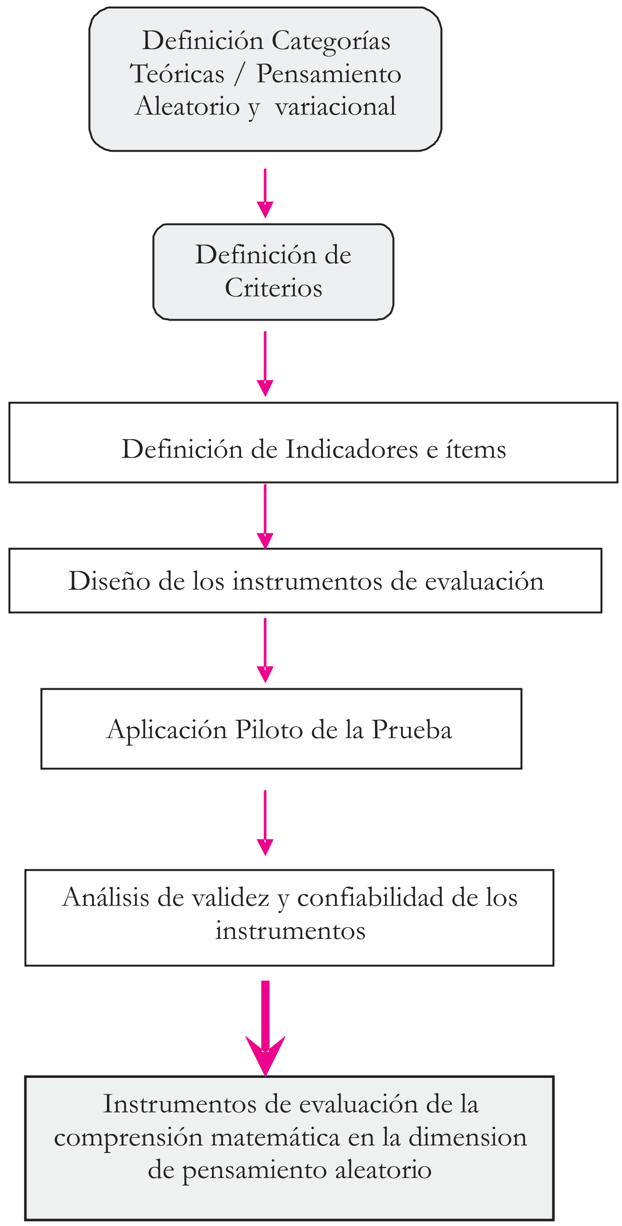
Conceptos	Procesos Cognitivos	Situaciones	Representaciones simbólicas
Azar	Deducción Planteamiento de hipótesis Proporcionalidad Heurísticas	Diferenciar entre sucesos deterministas y aleatorios	Textos y gráficas
Combinatoria	Asociaciones Análogos	Relacionar objetos mediante asociaciones, diagramas de árbol y categorizaciones	Textos y gráficas
Estimación	Asociaciones Deducción Proporcionalidad	Estimar cuantitativamente la ocurrencia de sucesos cuyo espacio muestral surja de procesos combinatorios proporcionalidad	Textos y gráficas
Distribución	Inferencias Clasificación Interpretación Modelización	Interpretación de datos presentados numérica y gráficamente	Textos y gráficas

Grado de complejidad entre 5 y 9.

Grado quinto

Grado Noveno

Intuiciones		Conocimiento Formal
Cualitativo	Enseñanza →	Cuantitativo
Situaciones		Situaciones abstractas más complejas



¿Cómo evaluar la comprensión matemática en relación con el pensamiento aleatorio?

Naturaleza de la evaluación:

- La prueba tiene un carácter educativo luego se diseñan instrumentos con referencia a criterios. La prueba pretende identificar desempeños de los aprendices con respecto a una finalidad deseable de logro, sin embargo pretende aproximarse a una distribución normal por medio del análisis de resultados en pruebas piloto. De la misma manera indaga por algunos factores asociados para identificar potencialidades de aprendizaje. En su naturaleza, la prueba obedece a tres características básicas en cuanto los contenidos y forma de la misma:

- Los criterios se definen teniendo en cuanto: a) dominio mínimo de contenidos es colares referidos a pensamiento aleatorio.
- La forma de la prueba desde el punto de vista lingüístico obedece a los usos habituales del lenguaje dentro la cultura escolar .
- Las tareas cognitivas que se formulen en la prueba definen su índice dificultad de acuerdo a niveles de desempeño deseables dentro del sistema escolar, estadios de desarrollo intelectivo y comportamiento de la población con respecto a la distribución de los resultados de aplicación de pruebas piloto.

Diseño Investigación:

Confiabilidad

Analizar la consistencia de la medida en términos de correlaciones entre test y retest, o las técnicas de división por mitades, en la aplicación de la prueba a grupos piloto.

Validez

La naturaleza psicopedagógica de la prueba enfatiza en cuatros tipos de validez.

- Validez de presentación: La apariencia de la prueba (estilo o forma) tiene relación con los tipos de pruebas a que los sujetos se someten educativamente en diferentes momentos de su vida escolar: se realiza mediante consulta de expertos profesores.
- Validez de contenido: La prueba es apro piada a los contenidos mínimos escolares o a los contenidos obtenidos en contextos culturales en relación con los estudiantes de 5 grado de lo que se consideraría el pensamiento aleatorio según expertos psicopedagógos, profesores y diseñadores curriculares en matemáticas.
- Validez de constructor: La construcción de la prueba parte de un marco teórico y de la construcción de categorías que originan indicadores de desempeño: se realiza mediante un análisis estadístico de correlaciones entre la aplicación de la prueba a grupos de escolares considerados con do minios de contenidos matemáticos y aquellos que no.
- Validez ecológica: Los contenidos de la prueba reflejan dominios conceptuales y procesuales transferibles a la actuación en contextos.

Instrumentación

Las pruebas enfatizan el uso del lenguaje (leer y escribir) como medio fundamental para la construcción de respuestas. Sin embargo se controlan los interferentes relacionados con la comprensión y producción lingüística. Se hace uso de la prueba de ítems de selección múltiple para no crear dificultades adicionales en los niños con respecto a otros tipos de pruebas.

El instrumento de evaluación se acompaña de un cuadernillo que contiene:

1. Los fundamentos conceptuales de la prueba y las categorías que originan los ítems de prueba.
2. Instrucciones de aplicación de la prueba.
3. Instrucciones para el análisis de los resultados.
4. Sugerencias didácticas para el mejoramien to de la enseñanza.

Prueba de selección múltiple

Los ítems de selección múltiple consisten en una serie de preguntas o afirmaciones con un número de opciones o alternativas. El ítem es una pregunta o enunciación que se responde o completa por una de las alternativas. Todas las alternativas incorrectas son llamados distractores, y el objetivo del estudiante es seleccionar la mejor alternativa de todas las opciones. Los ítems de selección múltiple que se utilizan en la prueba obedecen en general a dos modalidades: a) ítems que contienen una respuesta correcta o mejor respuesta entre todas las opciones, y b) ítems de interpretación en los cuales se le da una información textual o gráfica al estudiante y debe seleccionar la respuesta que más se adecue interpretativamente.

Ejemplos de preguntas:

Grado 5

Tipo de ítem: mejor alternativa o respuesta correcta

I. En una bolsa hay 3 bolas rojas y 6 azules. Ganas si sacas de la bolsa, con los ojos cerrados, una bola roja ¿Qué tan posible es ganar?

a) Es imposible
b) Es poco probable
c) Tiene el 50% de probabilidad
d) Es muy probable
e) Es seguro

Grado 5

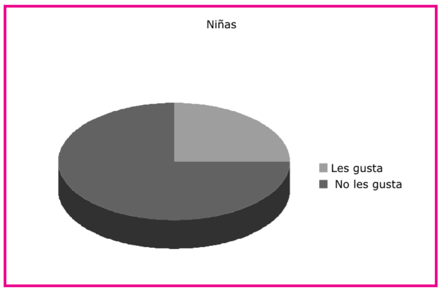
Tipo de ítem: Tarea interpretativa

A un grupo de niños y niñas se les preguntó si les gustaba o no la matemática. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

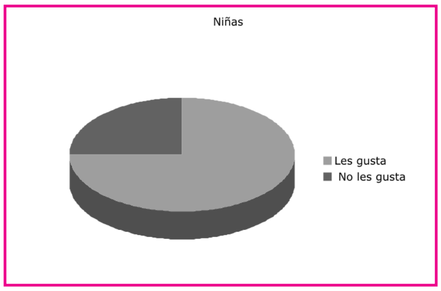
Gusto Matemático / Género	Les gusta	No les gusta
Niños	15	25
Niñas	10	30

Qué gráfico representa de mejor manera la distribución entre niñas que les gusta y que no les gusta la matemática?

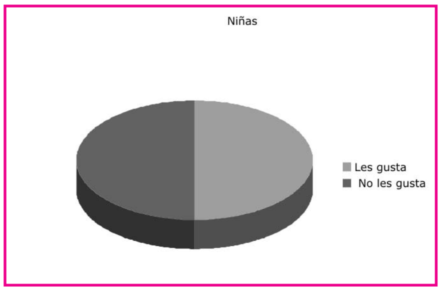
a)



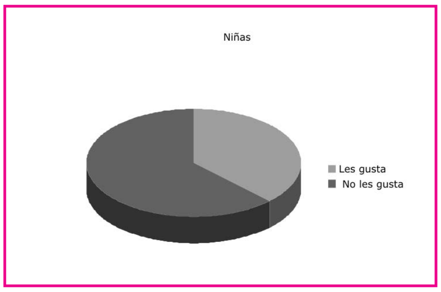
b)



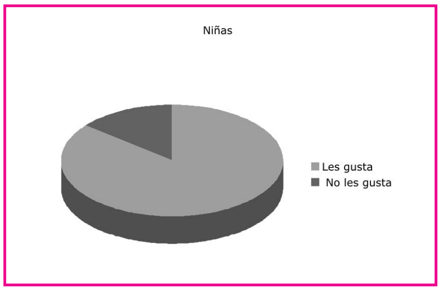
c)



d)



e)



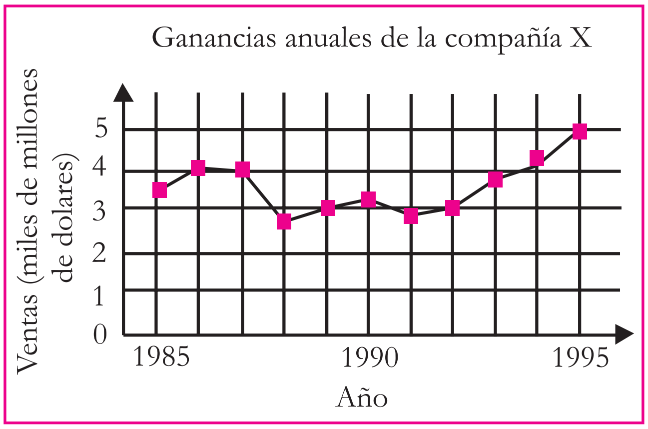
Grado 9

Tipo de ítem: mejor alternativa o respuesta correcta

I. En una bolsa hay tres fichas rojas, dos verdes y una amarilla. ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar, con los ojos cerrados, las tres fichas salgan de color diferente?

a) 3
b) 6
c) 3/6
d) 1/17
e) 1/120

Grado 9



Tipo de item: Tarea interpretativa

Usa esta gráfica poligonal para resolver los ejercicios

1. ¿Entre qué años consecutivos permanecieron estables las ventas anuales?

a. 1986-1987
b. 1989-1991
c. 1990-1991
d. 1990-1992
e. 1992-1993

2. ¿Qué períodos muestran una baja en las ventas de la compañía X?

a. 1985-1986, 1989-1990
b. 1986-1987, 1989-1991
c. 1987-1988, 1990-1991
d. 1988-1990, 1991-1995
e. 1989-1990, 1990-1991

NOTAS

SERIE
Cuadernos de Evaluación

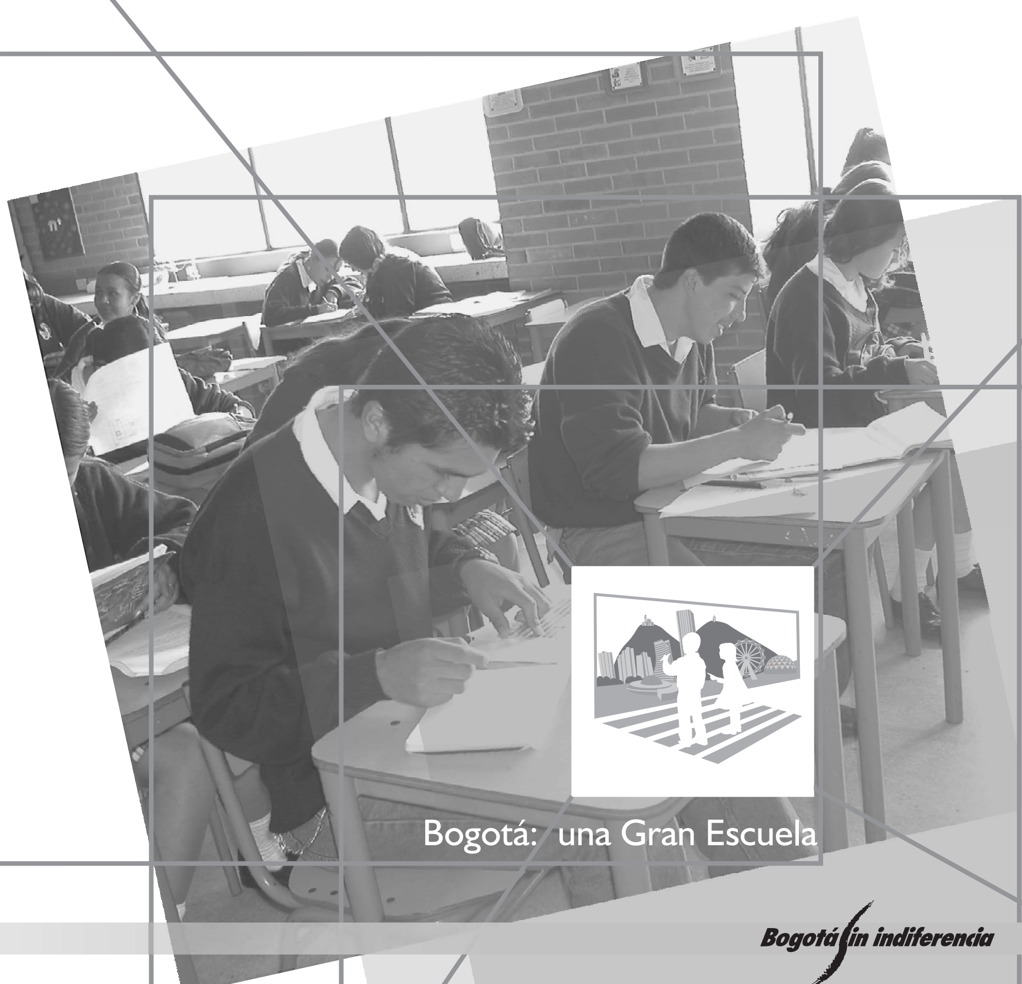
ALCALDÍA MAYOR
DE BOGOTÁ D.C.
Secretaría
Educación

Pruebas Comprender de Matemáticas

Evaluación del Sistema Numérico

Grados 5º y 9º

Guía de orientación para maestros



Bogotá: una Gran Escuela

Bogotá sin indiferencia

Luis Eduardo Garzón
ALCALDE MAYOR DE BOGOTA

Abel Rodríguez Céspedes
SECRETARIO DE EDUCACION DEL DISTRITO

Catalina Velasco Campuzano
Subsecretaria de Planeación y Finanzas

Alejandro Álvarez Gallego
Subsecretario Académico

Ángel Pérez Martínez
Subsecretario Administrativo

Hernán Suárez
Secretario Privado

Cecilia Rincón Berdugo
Directora de Evaluación y Acompañamiento

Equipos de Trabajo

Secretaría de Educación Distrital

Alejandro Álvarez Gallego
Subsecretario Académico

Cecilia Rincón Berdugo
Directora de Evaluación y Acompañamiento

Gloria Mercedes Carrasco R.
Subdirectora de Evaluación y Análisis

Diana Gil
Edilberto Novoa
Henry Figueredo O.
Equipo de profesionales Subdirección de Evaluación y Análisis

Henry Figueredo Olarte
Coordinación Editorial

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ D.C.
Secretaría
Educación

Pontificia Universidad Javeriana

Jorge Castaño García.
Director Académico del equipo "Saberes y Escuela"

Carlos Eduardo Vasco. Consultor
Alexandra Oicatá Ojeda Co-diseñadora
Faber Díaz C.elisCo-diseñador
Amparo Forero Sáenz Co-diseñadora
Alexander Castro Miguez Co-diseñador
Martha Lozano Apoyo Psicométrico
Daniel Felipe Castaño G. Asistente de Campo
Vanesa Gómez Romero Asistente de Campo
Miembros del Equipo de investigación "Saberes y Escuela"

Cargraphics S.A.
Diagramación e Impresión
Fotos carátula y portadillas: Archivo SED

Bogotá, D.C. agosto del 2005

Introducción

Las pruebas de evaluación de la Comprensión en Matemática tienen como objeto evaluar los niveles de comprensión alcanzados por los estudiantes que finalizan los grados de quinto y noveno en esta área.

En correspondencia con la filosofía del laboratorio Distrital de Evaluación, las pruebas de evaluación de la Comprensión en Matemática son entendidas como una hipótesis de trabajo, razón por la cual nos esforzamos por hacer transparente a los maestros los supuestos teóricos y metodológicos y el modelo que las sustenta. Se busca con esto cualificar la discusión sobre la pedagogía y la evaluación en el área.

En esta guía el maestro encontrará explicaciones que le permitan comprender el objeto de evaluación de esta prueba, el modelo diseñado desde el cual se recogerá y analizará la información y algo que nos parece importante y que generalmente no se suele explicitar, el trabajo realizado para el diseño y validación de la prueba y los resultados obtenidos.

1. Referente Teórico

En las dos últimas décadas, tanto a nivel internacional como nacional, los intentos de evaluación en la educación básica en matemática y en otras áreas del conocimiento escolar, declaran, aunque con lenguajes distintos, la intención de medir la capacidad de uso que el estudiante tiene sobre los conocimientos que se le enseñan, mostrando la necesidad de superar las evaluaciones limitadas a la reproducción de un conocimiento escolar.

A nivel internacional, el Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos -PISA-[1] declara que la evaluación de los conocimientos y destrezas en matemática, radica en el concepto de competencia matemática. Esta se define como "la capacidad del alumno de ver cómo pueden aplicarse las matemáticas al mundo real y, de este modo, adentrarse en la utilización de las matemáticas para satisfacer sus necesidades"

A nivel nacional, el programa SABER y el de evaluación censal de competencias, también declaran que el objeto de evaluación son las competencias. En uno de los informes de resultados se dice: "se tiene un alto nivel de competencia cuando se es capaz de aplicar lo que se sabe a una actividad específica y además se puede explicar por qué se hace así y no de otra manera… "(Evaluación para la Excelencia, 2002), además se enuncia que "Las competencias son conocimientos, saberes y habilidades expresados en un saber hacer y saber argumentar". Por su parte, el ICFES dice que "pretende brindar información acerca de los niveles de logro en las competencias matemáticas desde la formulación y resolución de problemas…".(SABER, Evaluación Censal de Competencias. Novena aplicación.2003)

Si bien puede aceptarse que la gran mayoría de los esfuerzos actualmente realizados coinciden con el propósito de superar la evaluación centrada sólo en medir la capacidad que tienen los estudiantes para reproducir conocimientos; detrás del uso común de la palabra competencia, pueden identificarse comprensiones distintas de lo que se busca evaluar.

La tendencia que tienen algunos autores a incluir en sus enunciaciones sobre competencias, expresiones que hagan referencia a la capacidad del sujeto para dar razones u ofrecer un por qué, muestra la necesidad que hay en materia de evaluación de no limitarse a registrar un saber hacer, un saber restringido al plano de lo instrumental; en otras palabras, hace un llamado a superar la idea de competencia acuñada por algunos sectores de la política nacional oficial como un simple "saber hacer en contexto", un saber hacer carente de un saber "por qué", en última instancia, reduce la competencia a un saber mecánico y memorístico por más que llegue a ser útil.

Las pruebas COMPRENDER de evaluación de la Comprensión en Matemática son una propuesta que la Secretaría de Educación del Distrito hace como parte del desarrollo del Plan Sectorial de Educación 2004-2008. Bogotá: una gran Escuela, con el objeto de aportar a la búsqueda de caminos que potencien las evaluaciones masivas, y permitan recoger y procesar información no sólo con el ánimo de clasificar a los individuos evaluados, sino además para comprender y dinamizar la escuela.

2 Evaluación de y para la Comprensión

La compresión es eso que asignamos al sujeto para explicar su actuación. "…la compresión está basada en el supuesto de que el conocimiento está representado internamente y de que esas representaciones internas están estructuradas. Una forma útil de describir la comprensión es en términos de la manera como se estructuran las representaciones internas de un individuo"[2]

[1] PISA: Programa para le Evaluación Internacional de los alumnos. Estudio que se realiza cada tres años sobre los conocimientos y las destrezas de los alumnos de 15 años en los principales países industrializados, a través de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

[2] Hiebert J. y Carpenter T. Aprendizaje y Enseñanza con Comprensión. (traducción hecha por Hernando Alonso C y Patricia Inés Perry

Conocer las comprensiones de un sujeto exige observar sus actuaciones al intentar resolver problemas; eso que permanece constante en una y otra actuación al tratar de resolver los problemas, que por algún criterio particular hacemos pertenecer a una misma clase, es lo que nos brinda información de la comprensión que ese sujeto tiene sobre esa clase de problemas.

Diremos con Perkins (1998) que sabemos que una persona comprende cuando manifiesta un desempeño flexible. "La comprensión se presenta cuando la gente puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Por contraste, cuando un estudiante no puede ir más allá de la memorización y el pensamiento y la acción rutinarios, esto indica que falta comprensión"[3]

Si bien, parece razonable aceptar que la comprensión de un sujeto se pone en evidencia a partir de sus actuaciones[4] (no una acción aislada, menos aún una conducta puntual) y, que se puede asignar mayor comprensión tanto mayor sea la capacidad de un individuo para enfrentar de manera adecuada (quizá no necesariamente correcta) situaciones novedosas; es claro que, la actuación no es la comprensión (el hacer no es el saber que soporta ese hacer), confundir saber con hacer, lleva, en el plano de la evaluación –y especialmente de la evaluación externa- al extremo de limitarse a clasificar desempeños.

La comprensión genuina de un sujeto no se presenta de manera directa a partir de las enunciaciones superficiales o de las acciones puntuales y aisladas del sujeto; por el contrario, a ella se accede mediante la indagación sistemática y profunda del investigador (en nuestro caso del evaluador). La comprensión surge del esfuerzo de develar lo que realmente soportan los discursos y las acciones del sujeto y es inferida por el observador a partir de lo que sistemáticamente se dice y se hace.

La única forma de hacernos a lo que permanece constante en la actuación del sujeto es observándolo actuar en múltiples y variadas situaciones. Aquí radica una de las grandes limitaciones de instrumentos como estos que se utilizan en pruebas masivas: con un reducido número de tareas se pretende dar cuenta de campos más o menos amplios del pensamiento del sujeto. Es claro que entre mayor sea el campo y menor el número de tareas que se utilicen para evaluarlo, mucho mayor será la imprecisión de la información que se obtiene para hablar de la comprensión de los individuos. De ahí que sea importante para el evaluador delimitar la extensión del campo de evaluación. Vergnaud muestra cómo la construcción de un concepto y por lo tanto la investigación sobre su construcción exige estudiarlo en un campo amplio de problemas y no en situaciones puntuales. "Un concepto no adquiere su significado en una clase única de situaciones, y una situación no se analiza con la ayuda de un solo concepto. Hace falta por tanto darse como objetos de investigación conjuntos relativamente amplios de situaciones y de conceptos, clasificando los tipos de relaciones, las clases de problemas, los esquemas de tratamiento, las re-

[3] En Stone M (1998). En Enseñanza para la comprensión. Paidós. México

[4] No es una acción puntual y considerada de forma aislada de las otras, sino de un conjunto de acciones (quizá sea mejor decir de un sistema de acciones o desempeños). *"más o menos somos conscientes que en la base de la actuación del sujeto hay sistemas de conocimientos, de habilidades, de actitudes, de valoraciones, de afectaciones, de intereses".* Difícilmente consideramos que la actuación del sujeto en un contexto real, se pueda reducir a una simple conducta aislada, a la que le corresponde un conocimiento específico aislable de otros, o a una habilidad puntual, también, aislable de otras; no, por el contrario, pensamos que la actuación del sujeto en situaciones concretas e inscritas en situaciones reales –sean cotidianas o no- comprometen al individuo de manera amplia y más o menos integral. Esto es de suma importancia para definir una unidad de análisis al evaluar, que sea razonablemente adecuada, de tal forma que resulte "aprehensible y significativa". Cuando decimos que alguien es competente, creo que no lo decimos para hacer referencia a que la persona manifiesta capacidad para exhibir una conducta puntual, creo que decimos tal cosa para afirmar que no sólo hace bien eso, sino que tenemos cierta confianza de que es capaz de desempeñarse bien ante situaciones variadas del campo –del dominio- en el cual pensamos que la persona es competente. Incluso pensamos que ante situaciones nuevas de su campo se puede desempeñar de forma flexible y adecuada" (Castaño, 2002)

presentaciones del lenguaje y las simbólicas y los conceptos matemáticos que organizan ese conjunto". (Vergnaud, 1990).

Un problema adicional que se suma a la evaluación tiene que ver con algo que la investigación psicológica ha establecido: una cosa es poseer comprensión sobre algo y otra es actualizarla al resolver una tarea. Existen factores figurales y contextuales de una tarea que favorecen la actualización de "esquemas" distintos a los requeridos para resolverla correctamente y que conducen a respuestas equivocadas. Cuando se trata de instrumentos escritos que se aplican masivamente, factores del lado de la significación tienen gran relevancia. Anexo a esto, también existen factores actitudiinales y emocionales obstaculizadores, que impiden que el sujeto ponga a actuar el esquema adecuado. De manera que el evaluador debe contar con mucha prudencia al emitir juicios, ante el fracaso de un sujeto en su desempeño de una tarea específica. En términos prácticos, estas consideraciones obligan a reducir la extensión del campo de indagación y enfrentar a los evaluados a un número de tareas más o menos amplio, tanto como los criterios de orden práctico lo permitan, para estudiar con relativa sistematicidad y variedad las actuaciones de los estudiantes.

3 Niveles de comprensión

La comprensión siempre es perfectible: se amplía y profundiza. En ese sentido aceptamos que hay desarrollo intelectual, que siempre las reorganizaciones y las elaboraciones se dan hacia niveles de mayor complejidad. Aceptar lo anterior, no necesariamente implica un modelo unilineal y homogéneo del desarrollo intelectual, como tampoco requiere negar las fuertes evidencias de involuciones intelectuales que la investigación psicológica se ha encargado de mostrar.

Se podría decir que un nivel más elaborado de comprensión en un campo (o dominio) particular está determinado por los mayores grados de flexibilidad del desempeño, expresado en: *mayor capacidad de generalización y transferencia, mayor capacidad para abordar problemas cada vez más complejos, la exhibición de mayor sistematicidad en los procedimientos y estrategias, y, finalmente, en una mayor capacidad para producir mejores argumentos para justificar sus formas de pensar propia y para contraargumentar posturas contrarias.*

La variedad de formas en que se expresa la compresión, hace realmente difícil establecer niveles en campos ámplios del desarrollo intelectual: entre mayor sea la amplitud de campo, menor será la precisión con la que se podrá hablar de la comprensión del individuo. En el caso de estas pruebas el campo o campos de evaluación se subdividirá en subcampos y al interior de ellos se definirán unas tareas diferenciadas en tres niveles de complejidad que después permitirán diferenciar los desempeños de los evaluados. Las características de las tareas de cada nivel se definirán para subcampos en particular; renunciando a la pretensión de tener criterios generales para todo el campo y para los dos grados.

4 Propósitos de la prueba

Las pruebas de evaluación de la Comprensión en Matemática buscan evaluar, Identificar y describir los niveles de comprensión que los alumnos que están finalizando los grados quinto o noveno han alcanzado en el campo de la matemática - en lo numérico y en el campo de lo variacional-algebraico para el caso específico de noveno-.,entendiendo por compresión aquello que se va a asignar a los estudiantes como parte de su pensamiento matemático que nos permite explicar sus desempeños en la resolución de las tareas que componen la prueba..Para ello, la prueba debe ofrecer un modelo desde el cual se puedan interpretar los desempeños de los evaluados.

Adicionalmente, las pruebas tienen como fin:

- Convocar a la comunidad de educadores que enseñan matemática en los niveles de preescolar, básica y media, para realizar un análisis crítico sobre las prácticas de enseñanza y de evaluación externa e interna en el área, con el fin de comprenderlas y cualificarlas.

- Producir conocimiento e información útil para la valoración de la política y programas de cualificación de la enseñanza de la matemática.

5 Campos y subcampos de evaluación

Como ya se ha señalado, debido a la necesidad que asiste a la evaluación en matemática de identificar y valorar aquello que permanece constante en la actuación del sujeto en un campo más o menos específico y debido a los límites en la extensión de la información que se puede recoger mediante una prueba escrita y masiva, no es posible evaluar la totalidad de lo matemático. Existe prácticamente un acuerdo entre los investigadores y educadores en matemática para subdividir lo matemático en campos aunque mantengan diferencias en los criterios de clasificación[5] y las formas de concebir cada campo. Las pruebas toman como campos de evaluación lo numérico en el caso de quinto y noveno y lo variacional-algebraico exclusivamente para noveno.

Para precisar el campo y los subcampos se cruzan dos referentes: a) la investigación existente sobre los procesos de construcción por parte de los niños de conceptos involucrados en cada campo y b) los lineamientos curriculares y los estándares en el área, lo que permite una aproximación al nivel de elaboración que es deseable y posible de ser alcanzado por los estudiantes de los dos grados.[6]

5.1 De la prueba de quinto

Para delimitar los campos se asume la propuesta sistémica de Vasco, es así como el campo de lo numérico se considera como un sistema, distinguiendo el conjunto de elementos del sistema, las relaciones que se establecen entre éstos, a la vez que las operaciones que se ejecutan entre ellos.

A continuación se describen los subcampos, en cada caso se destacan aquellos elementos del subcampo que aunque sería indispensable evaluar, no es posible hacerlo mediante una prueba escrita o al menos de una con la extensión y posibilidades de las pruebas de evaluación de la Comprensión en Matemática.

[5] En los Lineamientos curriculares se distinguen cinco clases de pensamiento: numérico, espacial, métrico, aleatorio, y variacional. EL ICFES, por su parte distingue cuatro ejes conceptuales: conteo, medición, variación y aleatoriedad. Las pruebas Pisa establece cuatro subcampos : Espacio y forma, cambio y relaciones (hace referencia a la variación y las formas de representación) cantidad (número y medida) e incertidumbre (engloba lo estadístico y la probabilidad).

[6] Aunque cuando el equipo responsable del diseño de la prueba, apoyado en la investigación existente, en la experiencia propia y en las evidencias que muestran los maestros consultados y los datos recogidos como parte del proceso de diseño, considera conveniente deja de evaluar algunos aspectos o los evalúa en niveles de profundidad distintos o con énfasis diferentes. Un ejemplo claro es el de los números fraccionarios y representaciones decimales. En el primer caso, aunque los estándares establecen para quinto que los niños manejen los algoritmos para calcular los resultados de las operaciones con fraccionarios, esta pruebas no los evalúa y más bien enfatiza en el concepto mismo de fraccionarios (relaciones mayor y menor, relaciones multiplicativas entre ellos y la relación de equivalencia) entendido como parte y todo y operadores (y no como cociente indicado de naturales). En el segundo caso, los decimales no se evalúan como representaciones de fraccionarios precisamente por la complejidad que supone para estudiantes de este grado, sino más bien como representaciones de expresiones compuestas de medidas. Precisamente en puntos como éste se pone en evidencia la necesidad que desde la administración nacional y distrital se apoyen estudios que permitan acopiar información sobre la validez de algunos de los estándares definidos. A la educación matemática del país le conviene que la versión publicada por el MEN sea entendida como una hipótesis de trabajo.

Primer subcampo: lo aditivo

Este subcampo tiene que ver con la parte del pensamiento numérico de los niños vinculada a la capacidad de enfrentar problemas que implican las relaciones y operaciones aditivas (adición y sustracción) de naturales.

Segundo subcampo: lo multiplicativo

Este subcampo tiene que ver con la parte del pensamiento numérico de los niños vinculada a la capacidad de enfrentar problemas que implican las relaciones y operaciones multiplicativas (multiplicación y división) de naturales.

Tercer subcampo: aditivo-multiplicativo

Este subcampo tiene que ver con la parte del pensamiento numérico de los niños vinculada a la capacidad de enfrentar problemas que implican la coordinación de relaciones y operaciones aditivas con las multiplicativas.

Cuarto subcampo: sistema decimal de numeración y representaciones decimales.

Este subcampo está vinculado a la parte del pensamiento numérico de los niños relacionada con la comprensión del sistema decimal de numeración. Más específicamente en este subcampo está vinculado el manejo de:

- Un significado aditivo-multiplicativo de los numerales.
- Un significado polinomial de los numerales[7].

Vinculado a este subcampo se presentan las representaciones decimales de expresiones compuesta de la medida de una magnitud (ej. 3 m y 54 cm como 3.54 m)[8].

Quinto subcampo: los racionales en sus expresiones fraccionarias.

Este subcampo está vinculado a la parte del pensamiento numérico de los niños relacionada con la capacidad de manejar comprensivamente, en un nivel elemental los números racionales en sus expresiones fraccionarias, consideradas como partidores y operadores. Más específicamente se trata en este subcampo de estudiar el manejo de relaciones aditivas y multiplicativas y la relación de equivalencia de los "números fraccionarios" y la construcción de una idea de abstracta de unidad.

Sexto subcampo: procesos de razonamiento

Este subcampo tiene que ver con los procesos cognitivos vinculados a la comprensión del sistema numérico. Aquí no se trata de un componente más del sistema matemático de los números como los anteriores sino de algunos procesos cognitivos generales, que se encuentran presentes en toda actividad intelectual superior y en los que lo numérico es uno de los campos que ofrecen una buena oportunidad de potenciarlos y además se constituyen en condición para avanzar a niveles más complejos de lo numérico. Específicamente este subcampo tiene que ver con la capacidad de identificar y hacer generalizaciones locales de patrones numéricos, interpretar enunciados expresados en el lenguaje común que suponen procedimientos o relaciones. Ligado a este campo está presente la capacidad de producir argumentaciones sencillas para justificar una afirmación simple sobre un hecho numérico, sin

[7] Hablar de significado aditivo-multiplicativo de los numerales, se refiere a esa capacidad de operar con significados del tipo como 347 como 3 de 100, 4 de 10 y 7 de 1 y hablar de un significado polinomial se refiere a esa capacidad de operar con significados del tipo de 347 como 3 de 10 de 10, 4 de 10 y 7 de 1. La clave última de este significado está en la capacidad de componer la composición de correspondencias múltiples (dado que una unidad A equivale a varias unidades de B y a su vez una unidad B equivale a varias unidades de C, entonces una unidad A equivale a .___ unidades de C).

[8] La prueba no evalúa representaciones decimales de números fraccionaros, debido a que se considera que las elaboraciones que tienen los niños de los fraccionarios de este grado son muy incipientes, por lo que en el fondo lo que es evaluable en este punto es apenas elemental. Los datos que se recogen en evaluaciones anteriores del país y las propias exploraciones que hace el equipo como parte del diseño de la prueba muestra que tan incipientes son las elaboraciones de los estudiantes de séptimo y noveno de registro simbólico de los decimales.

embargo un instrumento de pregunta cerrada no brinda la oportunidad de hacer tal indagación. En el mejor de los casos lo que se puede hacer es evaluar la capacidad del niño de verificar la validez de un argumento.

Resolución de problemas abiertos

Este subcampo tiene que ver con esos procesos cognitivos que están vinculados a la comprensión de problemas de enunciados que no son presentados en el formato lingüístico formal de los problemas aritméticos, sino que se acercan más a lo que podría llamarse una enunciación abierta.[9] De manera análoga al anterior este subcampo no se trata de un componente más del sistema matemático de los números, se trata de valorar la capacidad de los niños de tomar decisiones sobre la información que hace falta, de seleccionar entre una variedad de información la que es pertinente, de obtener datos que no se le dan de forma explícita (en tablas, en gráficas o esquemas). Indudablemente es ficticio separar este aspecto de los demás subcampos, pero en el caso de esta prueba se ha hecho, teniendo en cuenta que este tipo de tareas por la manera en que son formuladas dejan mucho más espacio para que aparezcan múltiples interpretaciones de los niños que en muchos casos no le permiten encontrar la solución correcta, aunque cuenta con el pensamiento adecuado para comprender la tarea e incluso versiones más complejas de la misma, de ahí que al indagar sobre otros aspectos del pensamiento numérico se prefirió presentar las tareas con formulaciones lo más precisas que fuera posible.

5.2 De la prueba de noveno

La prueba de noveno evalúa dos campos: lo numérico (el sistema numérico de los enteros y el sistema numérico de los racionales) y el variacional-algebraico. Los subcampos de la prueba son como sigue:

[9] Algunos autores los llaman problemas más formulados.

Primer subcampo: el sistema de los números enteros

Este subcampo tiene que ver con la parte del pensamiento numérico de los jóvenes vinculada a la capacidad de enfrentar problemas que implican las relaciones y operaciones entre enteros. No se evalúa los enteros con relación a la multiplicación debido a la complejidad que representa esta construcción para el grado noveno, con relación a esto se limita a indagar la multiplicación externa (un natural por un entero). Específicamente se evalúa la capacidad de modelar una situación que requiere de los números positivos y negativos, en su doble significación: como ubicadotes y como transformadores.

Segundo subcampo el sistema de los números racionales

Este subcampo tiene que ver con la parte del pensamiento numérico de los jóvenes vinculada a la capacidad de enfrentar problemas que implican las relaciones y operaciones entre racionales. Debido a los resultados obtenidos en las exploraciones que realizadas como parte del diseño de la prueba, este subcampo se redujo a evaluar los racionales en sus expresiones fraccionarios y sus representaciones porcentuales y decimales, renunciando a evaluar comprensiones más abstractas de los racionales ya que mostraron un gran dificultad para manejar comprensiones más o menos abstractas de los racionales.

Tercer subcampo variacional y algebraico

Este subcampo está ligado a la parte del pensamiento que tiene que ver con la capacidad de identificación y representación (generación e interpretación) de modelos de variación entre dos variables. Para el caso de noveno se evaluará la capacidad para modelar situaciones que involucran variaciones directa e inversamente proporcional y lineal, utilizando los diferentes sistemas de registro (lenguaje común, tabular, cartesiano y algebraico). Se evaluará el manejo que los estudiantes hacen del registro algebraico y la idea de la estructura de una sistema numérico.

Cuarto subcampo razonamiento

Este subcampo fue descrito en el caso de la prueba de quinto campo (ver esta descripción). En el caso de noveno se insiste en una mayor capacidad de generalización. Aunque en este subcampo en este nivel debería incluirse la evaluación de la capacidad de los estudiantes de validar argumentos, se sacrificó este aspecto por la extensión de la prueba.

Resolución de problemas abiertos

Este subcampo también se describió en el caso de quinto (ver esta descripción). En el caso de noveno se evalúa la capacidad de poner al servicio del análisis de estas situaciones su capacidad de pensar de forma generalizada situaciones aritméticas.

6. Descripción de las pruebas

Además de los subcampos de evaluación ya descritos, en cada prueba se incluyen dos preguntas que buscan evaluar la capacidad de los niños y jóvenes para seguir instrucciones que se les presentan mediante textos escritos. Esto se hace con el fin de establecer si existe relación entre la capacidad de los niños para interpretar textos escrito instruccionales y el rendimiento en una prueba de matemática, aplicada mediante instrumento escrito.

Podría esperarse que aquellos niños que muestran una baja capacidad para seguir textos instruccionales exhiban un bajo rendimiento en la prueba. En este caso no queda claro si esto se deba a vacíos en matemática o a su baja capacidad para interpretar los textos escritos utilizados para formular las tareas. La relación en sentido contrario no parece válida, una buena capacidad para interpretar textos instruccionales no es garantía de éxito en la prueba matemática, aunque sí pueda reconocerse como una gran ayuda.

6.1 Descripción de la prueba de quinto

La prueba de quinto consta de dos instrumentos cada uno de 21 preguntas. Si bien los instrumentos tienen en común las preguntas relativas a los textos instruccionales y de razonamiento, son independientes y se aplican a individuos distintos. No se pretende hacer estudios comparativos con las poblaciones que las contestan. La tabla siguiente muestra la distribución de las preguntas según subcampo en cada uno de los instrumentos.

Instrumento 1		Instrumento 2	
Compresión de textos instruccionales			2 preguntas
Aditivo	5 preguntas	Aditivo-multiplicativo	5 preguntas
Multiplicativo	5 preguntas	Fraccionarios	5 preguntas
		SDN Rep. Decimales Orden	2 preguntas 2 preguntas 1 pregunta
Razonamiento			4 preguntas
Total preguntas	21	Total preguntas	21[10]

Tiempo máximo para contestara prueba: 90 minutos

6.2 Descripción de la prueba de noveno

La prueba de noveno consta de un único instrumento de 26 preguntas. La tabla muestra la distribución de la preguntas según el subcampo.

Compresión de textos instruccionales	2 preguntas
Sistema de los números enteros	5 preguntas
Sistema de los números enteros	5 preguntas
Variacional -algebraico Modelos de variación Estructura algebraica de un sistema numérico Manejo de registros algebraicos	 3 preguntas 2 preguntas 2 preguntas
Procesos de razonamiento	4 preguntas
Problemas abiertos	3 preguntas
Total	26 preguntas

Tiempo máximo para contestar la prueba: 2 horas.

[10] En el anexo aparece cada pregunta clasificada en cada uno de los subcampos que componen la prueba.

6.3 Tipo de preguntas de las pruebas

Las preguntas de la prueba son de selección múltiple. En la prueba de quinto se presentan cinco opciones de respuesta, La opción "e" es "No ´sé". Se invita a los niños a utilizarla cuando, definitivamente, después haber hecho mucho esfuerzo, no logran comprender la pregunta. En noveno se ha excluido esta opción de tal forma que cada pregunta tiene sólo 4 opciones de respuesta.

6.4 Niveles de complejidad de las tareas

Las tareas que componen cada subcampo se diseñaron respondiendo a tres niveles de complejidad No se hace ninguna jerarquización de las tareas en la totalidad de la prueba, ya que entre un subcampo y otro habría solapamiento y el único criterio de organización en este caso sería el empírico[11]. En el anexo se distribuyen las tareas de las pruebas en los diferentes subcampos y en los tres niveles de complejidad.

La complejidad de las tareas responde a las demandas cognitivas que hace al estudiante para comprenderla y resolverla. Estas demandas están dadas por la estructura matemática del problema (directo-inverso, simple-compuesto), por la formulación lingüística (complejidad semántica y sintáctica) y por el contenido a la que hace referencia el problema (vinculado a situaciones familiares o desvinculadas con situaciones familiares)[12]. Aunque es cierto que para el sujeto una tarea estructuralmente compleja es más difícil de resolver que aquella menos compleja, no por ello ha de confundirse dificultad con complejidad. Fácilmente pueden encontrarse tareas en las que un número más o menos grande de individuos pueden fracasar, razón por la que a partir de un análisis restringido a lo estadístico se calificaría como de difícil resolución, cuando un análisis estructural muestra que las demandas cognitivas que hace son realmente bajas para el grupo a la que se le aplica. Una hecho es que un grupo de estudiantes carezca de la información necesaria para resolver la tarea o haga una interpretación distinta a la que suponga el evaluador, y otro muy distinto a que la tarea sea estruc-turalmente compleja[13]. Definir una jerarquía de tareas en un subcampo por su complejidad cognitiva es ventajoso porque permite diseñar modelos más estructurales que posibilitan hacer descripciones de las actuaciones de los estudiantes en términos de la organización de su pensamiento, abriendo la posibilidad de superar los modelos de "caja negra" de la evaluación masiva, en los que se clasifica una población por el éxito o fracaso en unas tareas pero no se está en capacidad de ofrecer con alguna sustentación seria, una explicación del pensamiento de los sujetos en el campo específico de evaluación.

Con pequeñas variaciones de un subcampo al otro, los niveles de complejidad de las tareas responden a los siguientes criterios generales[14]:

[11] Un modelo como éste nos parece está más en correspondencia con la investigación psicológica actual, que liga el desempeño a dominios específicos, pero no niega las evidencias, al menos en el campo de la matemática, de desarrollo intelctual.

[12] En la medida que un sujeto tenga un esquema poco estructurado para comprender una determinada clase de problemas depende de la enunciación lingüística y de los contextos a los que hace referencia la tarea, a medida que se estructura su pensamiento va ganado mayor independencia de estos factores.

[13] En las pruebas masivas que se aplican en nuestro medio es fácil encontrar ejemplos que ilustran la confusión entre complejidad y dificultad. Un ejemplo: lo podemos encontrar en la pruebas saber 2003, aplicación para séptimo y noveno. En una de las tareas de la prueba de séptimo se presenta una tabla en la que aparece la distancia en metros alcanzada por cuatro participantes de una competencia de salto largo. Pablo 2,09, Miguel 2,30, Juan 2,5 y Luís 2,6. y se pregunta: en la competencia, las mayores distancias fueron alcanzadas por los competidores: A. Pablo y Juan, B Miguel y Pablo, etc. Esta tarea es contestada correctamente únicamente por el 16.1% de los sujetos evaluados. Siendo la tarea que resultó ser la más difícil de toda la prueba. Razón por la que es clasificada por los evaluadores como de nivel F, el más alto en la jerarquía establecida por las pruebas SABER. Es cierto que el manejo del registro decimal no es claro para los estudiantes, pero no por ello se trata de una tarea estructuralmente compleja. Se sugiere al lector interesado revisar el Documento "Análisis Cualitativo y Uso Pedagógico de los Resultados" Evaluación Censal de Competencias Básicas. Novena Aplicación. SED. 2005

[14] En algunos campos específicos se carece de suficiente investigación para definir con rigor los niveles.

Nivel uno: Resolución de problemas directos simples y ligados a situaciones familiares para el sujeto (para garantizar cierta universalidad se trabajarán problemas ligados a situaciones de compra-venta).

Nivel dos: Resolución de problemas un poco más complejos, caracterizadas porque o bien abordan problemas inversos simples o compuestos directos, ligados a situaciones familiares para el sujeto.

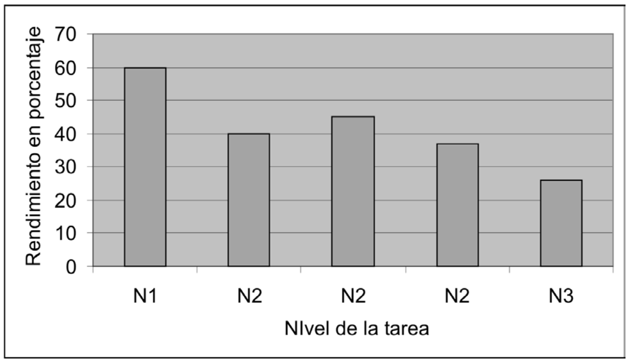
Nivel tres: Resolución de problemas inversos simples o compuestos ligados a situaciones no familiares al sujeto, en algunos casos situaciones abstractas.

7. Tipo de resultados esperados

Son varios los resultados que se esperan al analizar los desempeños de los estudiantes.

Con relación al rendimiento de las tareas según niveles y subcampos

El esquema del rendimiento en cada subcampo debe ser que las tareas de nivel uno sean contestadas por un porcentaje mayor de sujetos que las del nivel dos y el de éstas a su vez mayor que las de nivel tres[15], es un modelo decreciente. En cada subcampo la jerarquía es inclusiva, es decir que como tendencia un sujeto que tiene éxito en la tarea o las tareas de nivel superior se espera que también lo tenga en las tareas del nivel o de los niveles inferiores. La gráfica ilustra la forma que debería tener los rendimientos de las tareas componen de un mismo subcampo.



[15] En los estudios realizados durante el diseño y validación de la prueba se encontró información que corrobora el modelo. De hecho la formulación inicial de las tareas debió ajustarse hasta lograr el modelo.

Con relación a la tareas de textos instruccionales y el rendimiento en la prueba.

Se espera que los datos permitan asociar el desempeño de los alumnos en las tareas de los textos instruccionales y el rendimiento en la prueba. Un rendimiento bajo en las tareas de textos instruccionales podría negarse a rendimientos bajos en las preguntas de matemática. La relación entre rendimientos altos en las preguntas instruccionales y las de matemáticas no necesariamente tiene que cumplirse.

A los maestros se ofrecerán dos informes de los resultados en las pruebas: uno incluyendo a la totalidad de los individuos evaluados y el otro excluyendo a los estudiantes que hayan mostrado dificultad para contestar las preguntas de textos instruccionales[16], se espera que el rendimiento en el primer caso sea inferior que en el segundo. Se valorará si esta diferencia es significativa.

Con relación al rendimiento en cada subcampo.

Al estudiar los resultados individuales en una prueba con pregunta cerrada se observa que las respuestas ofrecidas por un mismo sujeto no son totalmente homogéneas. Puede ocurrir que un sujeto en particular ofrezca la respuesta correcta en una tarea de nivel alto y a su vez, responda de forma equivocada en el de nivel inferior; este dato podría interpretarse como contradictorio al modelo. Si este hecho se repite con frecuencia mostraría lo inadecuado del modelo, pero si es escaso no puede considerarse como un dato perturbador, la explicación ha de buscarse más bien en factores individuales tales como desatención, el azar o simplemente como un acierto del sujeto que no es consistente con su nivel de comprensión[17]. Esta falta

[16] Según sean los resultados se excluirán aquellos estudiantes que hayan contestado de forma incorrecta ambas preguntas o una de las dos.

[17] Durante las indagaciones que se hicieron como parte del diseño de la prueba se encontraron estos casos contradictorios al modelo, pero cuando se entrevistaron a individuos como estos para tratar de

de homogeneidad de las respuestas de un sujeto al contestar las tareas pertenecientes a un mismo subcampo hay que tenerla presente cuando se trata de valorar la producción individual, de ahí que hay que construir criterios flexibles que no asuman de manera rígida los desempeños de los esdtudiantes[18] Los desempeños de cada sujeto en cada subcampo se clasificarán en cuatro categorías así:

Categoría de neófitos

En esta categoría se ubican los sujetos que contestan incorrectamente la pregunta de nivel 1 y una y sólo una de las otras cuatro preguntas.

Categoría de principiantes

En esta categoría se ubican los sujetos que:

- Contestan correctamente la pregunta de nivel 1 y cuando más una de las preguntas restantes.
- Contestan incorrectamente la pregunta de nivel 1 y una y sólo una de las cuatro restantes.

Categoría de iniciados

- Contestan correctamente la pregunta de nivel 1 e incorrectamente la del nivel tres y al menos dos del nivel dos.
- Contestan correctamente la del nivel tres, incorrectamente la del nivel uno y correctamente una y o dos del nivel dos.

Categoría de avanzados

- Contestan correctamente todas las preguntas
- Contesta correctamente la pregunta de nivel 3 y al menos tres de las cuatro preguntas de los otros dos niveles.

Se espera que los rendimientos de los estudiantes en la prueba estén asociados a estas categorías en cada uno de los subcampos, es decir, entre más baja sea la categoría menor será el rendimiento en la prueba y entre mayor sea ésta mayor será el rendimiento[19]. No se espera encontrar una estratificación exacta entre los rendimientos de un subcampo, debido a que como ya se dijo hay solapamientos en los procesos de construcción de los pensamientos implicados en ellos, aunque sí se puede esperar que algunas de las tareas de un agrupamiento resulten más o menos complejas que las de otros.

comprender la razón de este hecho, se encontró que tal contradicción no existía, o bien porque había contestado la de nivel alto bien sin ser consistente su explicación o bien porque había incurrido en error al contestar la de nivel inferior, aún teniendo las herramientas intelectuales para comprenderla.

[18] La investigación psicológica muestra que entre poseer un esquema y actualizarlo en una situación hay una distancia grande, factores figurales de la tarea pueden promover la actualización de un esquema poco ineficaz.

[19] Efectivamente los datos recogidos en la aplicación de pilotaje corroboran esta afirmación, aunque con mayor consistencia en el caso de quinto que de noveno. Nos parece que lo de noveno es explicable por dos razones: en el diseño de la prueba no se fue tan exacto en la organización de los subcampos. Un subcampo como el variacional-algebraico es muy amplio para ser cubierto con apenas siete tareas. Desde un comienzo se decidió diseñar un único instrumento y no dos como en el caso de quinto y esto ya limitó el número de tareas

ANEXO

Subcampos. Tareas y niveles

Prueba Quinto. Instrumento No 1

TEXTOS INSTRUC.		ADITIVO					MULTIPLICATIVO				
N1	N2	N1	N2	N2	N2	N3	N1	N2	N2	N2	N3
2	1	3	14	16	19	4	21	12	20	15	13

PROBLEMAS ABIERTOS					RAZONAMIENTO			
N1	N2	N1	N2	N3	N1	N2	N2	N3
5	6	11	10	9	7	8	17	18

Prueba Quinto. Instrumento No 2

TEXTOS INSTRUC.		ADITIVO - MULTIPLICATIVO					FRACCIONARIOS				
N1	N2	N1	N2	N2	N2	N3	N1	N2	N2	N2	N3
2	1	4	12	16	18	6	7	8	9	21	5

SDN, DECIMALES Y ORDEN					RAZONAMIENTO			
N1	N2	N2	N2	N3	N1	N2	N2	N3
3	14	15	17	13	10	11	19	20

Prueba Noveno

TEXTOS INSTRUC.		NÚMEROS ENTEROS					NÚMEROS RACIONALES				
N1	N2	N1	N2	N2	N2	N3	N1	N2	N2	N2	N3
9	10	16	15	17	20	22	1	19	21	18	26

VARIACIONAL - ALGEBRAICO							RAZONAMIENTO			
N1	N1	N2	N2	N2	N3	N3	N1	N2	N2	N3
12	5	4	13	14	11	25	2	3	23	24

NOTAS

NOTAS