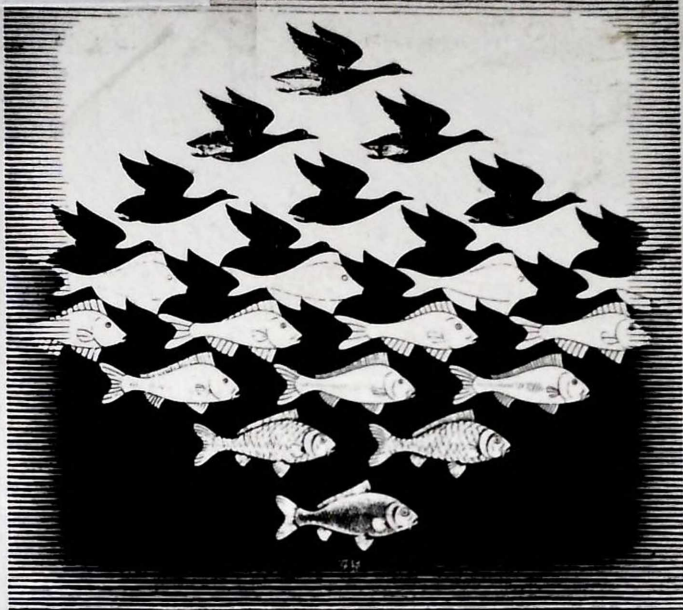


SED 001



**UNA EXPERIENCIA
DE FORMACION DE MAESTROS
EN EDUCACION MATEMATICA:
AVANCES Y POSIBILIDADES**

ASOCIACION ANILLO
DE MATEMATICAS AMA

COMISION PEDAGOGICA
ADE

SECRETARIA DE EDUCACION
DEL DISTRITO CAPITAL

SED 7
001

**ASOCIACION ANILLO DE MATEMATICAS
AMA**

COMISION PEDAGOGICA ADE

**SECRETARIA DE EDUCACION
DEL DISTRITO CAPITAL**

**UNA EXPERIENCIA DE
FORMACION DE MAESTROS
EN EDUCACION MATEMATICA:
AVANCES Y POSIBILIDADES**

Santafé de Bogotá, D.C., Junio de 1996

1996

Primera Edición

DIRECCION GENERAL

Asociación Anillo de Matemáticas AMA
Comisión Pedagógica ADE

CARATULA

Aire y Agua. Grabado en madera 1938
M.C. Escher

**DIAGRAMACION Y LEVANTAMIENTO
DE TEXTOS**

Dora Rocío Ortiz
Clara Inés Rodríguez

DISEÑO DE CARATULA
DIGITAL GRAFF LTDA.

IMPRESION LITOGRAFICA
GUILLEN IMPRESORES

TABLA DE CONTENIDO

Equipo de Investigación

Rodrigo Achicanoy Erazo

Arturo Bastidas Erazo

Héctor Bejarano Ruiz

William Bravo Bravo

Néstor Israel Coy

Héctor R. Orobio Ocoró

Marina Ortiz Legarda

Carmen Elisa Saavedra Franco

Ana Deyanith Vanegas Muñoz

Redacción Final

Héctor R. Orobio Ocoró

Marina Ortiz Legarda

Levantamiento de Textos

Dora Rocío Ortiz

Ilustraciones, Diseño y Diagramación

Clara Inés Clavijo Rodríguez

TABLA DE CONTENIDO

Presentación

Introducción

PRIMERA PARTE: FORMACION CONTINUADA DE DOCENTES EN EDUCACION MATEMATICA

Propuesta del Anillo de Matemáticas	9
1. Formación de Maestros: problema a investigar	10
1.1 Importancia de esta tarea	10
1.2 El problema de la Educación Matemática	10
1.3 Una propuesta de formación permanente	12
2. Formación de maestros: un proceso de transformación cultural	13
2.1 Contenido del proceso	13
2.2 Las comunidades académicas en Pedagogía	15
2.3 Por qué una transformación cultural	16
3. Formación de Maestros: Procesos investigativos en el aula	20
3.1 Objetivos de la propuesta	20
3.2 Enfoque investigativo	21
3.3 Instrumentos de registro	22
3.4 Categorías de análisis	23
4. La estrategia didáctica	25
4.1 Elementos de la estrategia	25
4.2 Dinámica de la estrategia	30

SEGUNDA PARTE: EVIDENCIAS RECOPIADAS EN UNA PRIMERA ETAPA DE DESARROLLO DE LA PROPUESTA 1994 - 1995	33
5. Objetivación de la práctica de aula	34
5.1 Hablando sobre la propia práctica	35
5.2 Haciendo pública la práctica	46
5.3 Elaboración del Diario del Maestro	52
5.4 Reflexiones escritas sobre la labor pedagógica	57
6. Formación de actitud investigativa en los docentes	61
6.1 La situación actual: Una problemática que debe atenderse	61
6.2 Algunas perspectivas alentadoras	67
7. Desarrollo de estrategias cognitivas en los estudiantes	72
7.1 El proceso de reversibilidad	72
7.2 Los diferentes niveles de representación	78
7.3 La realización verbal de las acciones de aprendizaje	84
TERCERA PARTE: AVANCES Y POSIBILIDADES DEL PROCESO	90
8. Construcción de nuevas relaciones en el contexto escolar	91
8.1 Relaciones con el conocimiento matemático	91
8.2 Relaciones con los padres de familia	99
8.3 Relaciones con el Currículo	104
9. Reflexiones sobre las evidencias encontradas	109
9.1 Algunas concepciones que circulan en la escuela	109
9.2 Acerca de la relación Matemáticas - Realidad	114
9.3 Una reflexión final	119
Bibliografía	130

PRESENTACION

Durante los años 1994 y 1995 la Asociación Anillo de Matemáticas AMA participó en el proceso de Formación de Maestros propuesto por la Secretaría de Educación de Santa Fe de Bogotá, en cumplimiento de la orientación emanada del Ministerio de Educación Nacional en el sentido de atender con especial énfasis la capacitación de docentes de grados 1º, 2º y 3º, en las áreas de Lenguaje y Matemáticas.

El ANILLO DE MATEMATICAS desarrolló su propuesta de trabajo con docentes de los grados mencionados en las localidades 11, 17, 18 y 19, y se propuso principalmente allegar algunos elementos posibles de convertirse en pautas orientadoras de una política de Formación Continuada de Docentes en Educación Matemática; el proceso permitió que AMA se involucrara en la reflexión sobre la naturaleza de las dificultades y, en general, de los elementos que complejizan la formación de maestros.

Este documento recoge los avances logrados en relación con el cumplimiento del propósito señalado, avances que se explicitan tanto en términos del proceso mismo, como en las implicaciones que las distintas situaciones permitieron vislumbrar.

En la primera parte (Capítulos 1 a 4) aparece la propuesta del Anillo de Matemáticas en lo que se refiere a la Formación de Maestros en Educación Matemática.

En la segunda parte (Capítulos 5 a 7) se presentan algunas evidencias recopiladas durante los años 1994 y 1995 en el marco de la discusión y experimentación de la propuesta; dichas evidencias se refieren a la objetivación de las prácticas de aula y la aparición de indicios del desarrollo de actitud investigativa en los maestros.

En la tercera parte (Capítulos 8 y 9) se incluyen algunas consideraciones y reflexiones suscitadas al interior del equipo de investigación por los resultados del proceso, reflexiones que fundamentalmente pretenden mostrar un posible camino por el cual enrumbar los procesos investigativos en Formación de Docentes a fin de comenzar a dilucidar los elementos que la constituyen y dificultan su comprensión.

En este orden de ideas, se presenta un aporte teórico con el que se espera fundamentar una nueva manera de mirar la actividad del maestro.

INTRODUCCION

Cuando los procesos investigativos sobre Formación de docentes se proponen comprender la dinámica de la institución escolar, es necesario optar por una perspectiva cuyos supuestos epistemológicos privilegien resultados teóricamente posibles sobre resultados empíricamente verificables. De esa manera se supera la mera descripción de los hechos escolares y aparecen la institución escolar, sus dinámicas internas y sus relaciones, como instancias y elementos históricamente constituídos y, en particular, se perciben las actuaciones de los docentes como resultado de un conjunto de relaciones de carácter más amplio que se concretan en la institución escolar.

Este ha sido el ámbito en el que el Anillo de Matemáticas ha ubicado su proceso en lo que se refiere a la formación continuada de docentes, pues si bien es cierto que nos interesa indagar cómo son la escuela y sus actores, consideramos que ello no es más que una parte del proceso metodológico que permite profundizar en la comprensión de cómo ha llegado la escuela a ser lo que es hoy y, fundamentados en esa comprensión, cómo puede transformarse en concordancia con las exigencias actuales del conocimiento y el desarrollo social, si tal transformación fuere posible.

Por lo anterior, hemos asumido el enfoque de investigación-acción, el cual ha permitido asumir las prácticas pedagógicas de los maestros como punto de partida para su cualificación, mediada ésta por la discusión permanente. Tal discusión está orientada por las categorías interpretativas de los maestros, las cuales permiten explorar y desarrollar su propia teorización, en la que se relacionan el conocimiento personal, la práctica y la praxis. Este proceso abordado

como espiral autorreflexiva, conduce a la superación de los autoentendimientos ligados a la cotidianidad y situarlos en contextos más amplios, así como buscar los medios para superar aquellos aspectos de contexto que frustran los cambios racionales y diseñar las formas organizativas que respondan a propósitos y áreas de estudio de interés común. Se entiende de esta manera la tarea de contribuir en la búsqueda de posibilidades de transformación de la institución escolar, así como de las prácticas y relaciones de maestros, alumnos y directivos, basados en la investigación de las causas que obstaculizan dichas transformaciones.

En el orden metodológico, los referentes teóricos son asumidos como punto tanto de partida como de llegada; ello ha permitido conceptualizar las acciones de maestros y alumnos en vez de asumirlas como lugar de comprobación de la teoría, lo cual abre horizontes de comprensión de lo esencial de la tarea escolar, en lo que tiene que ver con las conexiones lógicas internas y con las condiciones de su realización. Por tanto, a partir de las tareas realizadas por maestros y alumnos, de las discusiones, de las distintas formas de objetivación de la práctica, fue posible construir categorías de análisis que permitieron encontrar otros sentidos y hacer nuevas interpretaciones.

Por la anterior razón, el proceso investigativo se reveló como un proceso azaroso e incierto en el que hubo necesidad de estar atentos al más mínimo detalle, a una frase, a un gesto, a una actitud, pues poco a poco fuimos comprendiendo que era necesario superar la mirada fenoménica y que lo que aparecía como un hecho o como un fenómeno escondía algo mucho más esencial en relación con las conductas y los comportamientos de los maestros. No nos interesaba la sola descripción de las diversas formas de actuación de los docentes sino, por lo menos, construir argumentos para afirmar que la mirada fenoménica es insuficiente para comprender tal actuación.

Se trató entonces de "ir del centro a la periferia" en el sentido de Foucault, como una manera de empezar a entender dónde y cómo se producen los discursos y las prácticas de los maestros, para volver a mirar desde allí la forma como esas prácticas y esos discursos se

revelan, se presentan hacia el exterior, con lo cual se lograría una comprensión más profunda de su naturaleza.

El interés de los procesos investigativos en formación de docentes deberá centrarse en adelante en ir más allá de la inmediatez fenoménica superando con ello el carácter descriptivo de la mayoría de los informes, y abordar la discusión acerca de la naturaleza de eso que llamamos "realidad escolar", pero que precisamente se ubica en un plano de apariencia como un obstáculo para tomar en cuenta las múltiples determinaciones que complejizan la institución escolar y sus relaciones.

PRIMERA PARTE

FORMACIÓN CONTINUADA DE DOCENTES
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Propuesta del Anillo de Matemáticas

FORMACION DE MAESTROS PROBLEMA A INVESTIGAR

1.1. Importancia de este tema

Una de las labores más importantes de los docentes es el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este proceso se realiza en un contexto social y cultural, y es influenciado por los valores y actitudes de los docentes y de los estudiantes. En Colombia, la formación de maestros es un tema de gran importancia, ya que los maestros son los responsables de la formación de los estudiantes que serán los futuros líderes y profesionales del país.

En este sentido, es necesario que los docentes estén actualizados en los conocimientos y habilidades que les permitan enseñar de manera efectiva. La formación continua de docentes es un proceso que debe ser constante y que debe estar basado en la investigación y en la reflexión crítica sobre la práctica docente.

PRIMERA PARTE

FORMACION CONTINUADA DE DOCENTES EN EDUCACION MATEMATICA

Propuesta del Anillo de Matemáticas

1. FORMACION DE MAESTROS: PROBLEMA A INVESTIGAR

1.1. Importancia de esta tarea

Uno de los aspectos reconocidos como fundamentales en el proceso de cualificación del Sistema Educativo - en el que están empeñados muchos países entre los que se encuentra Colombia - , ha sido precisamente la FORMACION DE MAESTROS; en ese sentido, han sido variadas las propuestas y diversos los enfoques que se han puesto a prueba a fin de generar, entre los docentes, interés y compromiso en su actualización y desarrollo profesional.

Por otra parte, parece urgente la tarea de dinamizar el proceso de consolidación de la identidad del magisterio como Comunidad Académica, ya que hasta el momento ella ha mostrado su mayor fortaleza en los ámbitos gremial y político; el proceso de consolidación en referencia debe irse concretando en la formación de una tradición académica en lo pedagógico, manifestada en la obtención de registros y en la elaboración de documentos e informes por parte de los docentes de aula, a quienes consideramos actores importantes de este proceso. Para que ello suceda, la labor docente debe estar sustentada en un elemento investigativo y/o experimental que conduzca a la construcción de propuestas pedagógicas complementarias y/o alternativas al currículo tradicional, y que recupere para el maestro su identidad como intelectual.

1.2 El problema de la Educación Matemática

En particular, han sido también reiterados los intentos por solucionar las dificultades reconocidas en el ámbito de la Educación Matemática; a pesar de ello, esta área continúa apareciendo en primer plano cuando se trata de detectar deficiencias en el Sistema Educativo Colombiano; así se corroboró en el informe presentado por el Programa

Nacional de Evaluación de la Educación SABER, según el cual, el desempeño de los estudiantes de Educación Básica Primaria presenta fallas notables en cuanto a su formación en Matemáticas (MEN. Programa SABER. 1993. Pag. 61).

Una de las recomendaciones que aparecen en dicho informe se relaciona con el "fortalecimiento del sistema de formación de docentes" en el sentido de examinar el sistema vigente y diseñar nuevos procesos de formación y capacitación (Ibidem, Pag. 99).

Por otra parte, en cumplimiento de su Plan de Trabajo, el Anillo de Matemáticas realizó durante los años 1993 y 1994 un estudio sobre las condiciones de desarrollo de Pensamiento Lógico, Espacial y Numérico que han alcanzado los niños que ingresan al grado 6° de Educación Básica en instituciones oficiales de Santa Fe de Bogotá. El análisis de los resultados (Anillo de Matemáticas, 1995) permitió establecer, entre otras cosas, que las dificultades de los estudiantes provienen, en buena parte, de los enfoques inadecuados en que se sustentan algunas de las prácticas de aula en la Educación Básica; ello se refleja, por ejemplo, en la reducción del conocimiento matemático al manejo de algoritmos no relacionados entre sí, lo cual se deriva de la poca comprensión, por parte de los docentes, de la estructura interna de los Sistemas de Numeración. (Ibidem, Pags. 73 y siguientes).

Se trata de enfrentar, entonces, el problema particular de la Educación Matemática en lo que se refiere a los enfoques, las creencias o las concepciones que sirven actualmente como sustento de las prácticas de los docentes; con ello se estaría contribuyendo a garantizar la calidad de la formación de los estudiantes en esta área, lo que constituye factor fundamental para la generación de procesos que permitan el desarrollo social, científico, tecnológico y de todos los órdenes en nuestro país.

1.3 Una propuesta de formación permanente

Con el propósito de atender, al menos en parte, los elementos esbozados hasta aquí, el Anillo de Matemáticas ha diseñado una propuesta de Formación continuada de docentes en Educación Matemática, basada en la apropiación sistemática de la ESTRATEGIA DIDACTICA como una estructura capaz de generar, en proceso, el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes de Educación Básica así como la formación de actitudes necesarias para el crecimiento personal y la convivencia.

La Formación de maestros se asume aquí como un **proceso permanente**, ya que se intenta una reflexión sistemática sobre la propia práctica y la producción de documentos que den cuenta de la transformación de esa práctica; en este panorama, los **procesos investigativos** constituyen el elemento que posibilita el acceso a nuevas prácticas pedagógicas.

2. FORMACION DE MAESTROS: UN PROCESO DE TRANSFORMACION CULTURAL

2.1 Contenido del proceso

Para los propósitos de la presente propuesta, entendemos la Formación de Maestros como un proceso de profesionalización que permita al docente asumir su rol en el contexto institucional, en relación con la satisfacción de sus necesidades académicas. Consideramos válidos, entonces los planteamientos de Fortuny y Azcárate en su libro "Tendencias y Experiencias Innovadoras en la Formación del Profesorado de Matemáticas", en el cual expresan que una "ocupación profesional" es la que hace uso de un conocimiento práctico y específico, de manera juiciosa para llevar a cabo un trabajo; plantean, además, que como atributos profesionales pueden considerarse, tanto características estructurales (sentido de colectividad o colegiación y servicio público), como características actitudinales (autorregulación, vocación y autonomía) (Fortuny, Azcárate, 1992. Pag. 3).

De acuerdo con los autores mencionados, la formación de profesores de Matemáticas debe fundamentarse en dos grandes categorías:

- * El conocimiento profesional para enseñar Matemáticas, y
- * El marco de desarrollo de la organización colectiva o colegial.

Estas categorías se concretarían en los siguientes aspectos:

2.1.1 El CONOCIMIENTO PROFESIONAL, que incluye o involucra elementos como los siguientes:

- * Naturaleza del conocimiento matemático.
- * La **transposición Didáctica** entendida como la conversión de un "saber erudito" en un "saber enseñable".

-
- * La facultad o la capacidad para "pensar matemáticamente".
- 2.1.2 El CONOCIMIENTO PEDAGOGICO, como ámbito que comprende:
- * Enfoques con los que se oriente la **comunicación**, las **explicaciones** y el **razonamiento** propios o inherentes a la actividad pedagógica.
 - * Conceptos como **interacción social**, **contrato didáctico** y **evaluación de los conocimientos**.
 - * Teorías sobre **facilitación del aprendizaje** y **entornos de aprendizaje**.
- 2.1.3 El CONOCIMIENTO GERENCIAL, el cual aparece relacionado con:
- * Capacidad para la **toma de decisiones** y la implementación de **rutinas heurísticas**.
 - * Actividades de **planificación**.
 - * Capacidad de **gestión**.
- 2.1.4 El MARCO PROFESIONAL de la labor docente, que podría fortalecerse atendiendo a:
- * Desarrollo de aspiraciones colectivas y culturales en cooperación con los colegas.
 - * Condiciones académicas y administrativas de la Institución.
 - * Organización y consolidación de colectivos profesionales.
 - * Organización y consolidación de una Comunidad Científica en Didáctica de las Matemáticas. (Fortuny, Azcárate, Pag. 6)

Aparte de asumir como válidos los anteriores planteamientos, consideramos que el desarrollo de procesos investigativos en el aula y la producción de documentos e informes, son dos elementos que deben estar en la base de toda propuesta de Formación continuada de docentes,

aspecto que aparece explicitado en el numeral 3.2 del presente documento.

2.2 Las Comunidades Académicas en Pedagogía

Desde otro punto de vista, consideramos la PROFESION como un saber diferenciado (disciplina académica) practicado por un grupo social (comunidad disciplinaria) comprometido con el conocimiento en cuanto a su apropiación, difusión, aplicación, creación de nuevos conocimientos y control de calidad de la formación de sus miembros, donde es posible el ejercicio de la crítica.

En este aspecto acogemos los puntos de vista del profesor Jorge Charum quien considera que una **Comunidad Académica**, para su consolidación y desarrollo, requiere adelantar actividades en relación con:

- * Procesos investigativos (en el aula).
- * Organización de Centros de Formación. (Para el caso del Magisterio existen las Normales y las Facultades de Educación, pero los estudios han mostrado que no son suficientes para el propósito buscado).
- * Publicaciones (Revistas, artículos, módulos de trabajo, etc., que desarrollen temáticas pedagógicas y didácticas).
- * Realización de eventos (Congresos, coloquios, simposios, seminarios, etc) (Charum, 1991).

Ahora bien, la constitución de una Comunidad Académica con las características anotadas está precedida por una TRANSFORMACION CULTURAL de sus miembros, proceso que significa el acceso a una cierta forma de Autonomía basada en los siguientes principios:

-
-
- 2.2.1 Rechazo de los argumentos de autoridad, considerando, por principio, que toda aseveración es discutible.
 - 2.2.2 Exigencia permanente de formas racionales de argumentación, cuya validez puede, a su vez, ser objeto de discusión.
 - 2.2.3 Privilegio del lenguaje escrito como forma adecuada para explicitar y objetivar los argumentos y, al mismo tiempo, hacerlos susceptible de crítica racional.
 - 2.2.4 Predominio de significados y discursos que tienen una relación indirecta con la base material, los cuales no privilegian e inclusive contrarían las experiencias particulares de las personas.
 - 2.2.5 Vocación de articulación entre teoría y práctica, entre discurso y acción.
 - 2.2.6 Búsqueda permanente de un consenso voluntario mediante la argumentación racional.
 - 2.2.7 Privilegio de prácticas comunicativas especializadas. (Charum, 1991).

2.3 Por qué una transformación cultural

Al respecto de este tema, considerado esencial para el desarrollo de la presente propuesta, son diversas las teorías y, por lo tanto, los autores que aportan en su análisis y comprensión.

Para el profesor Jorge Charum, por ejemplo, "una limitada Transformación Cultural que no lleve a la apropiación de los principios que regulan las interacciones entre los miembros de la comunidad, los modos de operar y la comunicación en el interior del mundo académico, puede llegar a constituirse en obstáculo insalvable para la comprensión de la vida académica. El progreso en la

adquisición del conocimiento, la búsqueda autónoma de éste, que es base para todo proceso investigativo, se ve así limitado". (Charum, 1991, Pag. 4).

Por su parte Rodolfo de Roux, en el artículo CULTURA Y FORMACION DOCENTE publicado en el número 3 de la Revista FORO, afirma que una transformación cultural implica "capacidad de utilizar como instrumento, y gozar como juego, un conocimiento interiorizado, convertido en parte integrante de la persona", lo cual, según el autor puede ser alcanzado "por reflexión de segundo grado del individuo sobre el conocimiento adquirido". En este sentido la transformación cultural se asume como vida intelectual consciente lo cual requiere, por lo tanto, de un enorme esfuerzo, de un "gran coraje de lo nuevo, de lo inesperado, de la búsqueda" (De Roux, 1990, Pag. 41).

Pero, cómo es posible esta TRANSFORMACION CULTURAL?. Para responder a esta cuestión parece pertinente partir de aquellas cosas que dan la idea de Cultura. De acuerdo con Michel Foucault, algunas de esas cosas están presentes en los códigos que rigen los lenguajes, los esquemas perceptivos, las técnicas, los valores y las jerarquizaciones de las prácticas, todo lo cual, en últimas, constituye una red de posibilidades de donde emerge una manera de pensar, sentir y actuar (Foucault M., 1991).

La constitución de esa red de posibilidades ha sido también analizada por distintos autores. Una opción muy interesante es la que se plantea a partir de la interrelación NECESIDAD - SATISFACTOR tangencialmente abordada por M. Max-Neef en DESARROLLO A ESCALA HUMANA, por cuanto permite ver el desarrollo humano como un proceso de realización de necesidades mediante la creación de satisfactores. (Max-Neef M., Pag. 42).

Dentro del conjunto de necesidades llama especialmente la atención la de ENTENDIMIENTO, cuya realización produce soluciones a problemas específicos, en tiempos y espacios

determinados, soluciones que se van haciendo invisibles y de alguna manera obvias, hasta el punto de ser asumidas con suficiente naturalidad, pasando de esta manera a la categoría de PRESUNCIONES BASICAS, al decir de Edgar H. Schein. (Schein E., 1988)

Acerca de la manera como algunas realizaciones de necesidades se convierten en cultura nos parecen pertinentes las siguientes observaciones:

* Inicialmente la realización de necesidades exige soluciones a problemas determinados, las cuales se planean desde un grupo líder. Posteriormente, las soluciones, en caso de resultar exitosas, son aplicadas cada vez que dicho problema haya de ser solucionado, hasta el punto de ser mecánica su aplicación; en este proceso, las soluciones van siendo objeto de apropiación cultural a través de instituciones de diversa índole.

* En síntesis una transformación cultural se produce cuando aparecen problemas que no se pueden resolver dentro de los esquemas tradicionales, que es, en últimas, lo que está sucediendo actualmente en el sistema escolar. Como consecuencia de ello, aparecen nuevos problemas e incluso nuevas necesidades cuya solución o realización no está en la cultura vigente; es necesario, entonces, acudir a nuevos códigos que implican nuevos lenguajes, nuevos esquemas perceptivos, nuevas técnicas, nuevas jerarquizaciones, que según Foucault se sintetizarían en el hecho de que "en unos cuantos años quizá, una cultura deje de pensar como lo había hecho hasta entonces y se ponga a pensar en otra cosa y de manera diferente". (Foucault M. Pag. 57).

* Todas las consideraciones anteriores adquieren validez a la luz del análisis de la problemática educativa y pedagógica, razón por la cual consideramos que un proceso de Formación de Maestros implica una RUPTURA CULTURAL. Ello le da al proceso un grado tal de complejidad, que su abordaje solo es posible a partir de POLITICAS EDUCATIVAS OFICIALES

que otorguen a este aspecto su importancia esencial y, en consecuencia, propongan y desarrollen planes a largo plazo que tengan en cuenta, entre otros, elementos como los siguientes:

* En su fase inicial, la Formación de Maestros a cargo de las Universidades, debe darse en relación directa con el análisis de la problemática de una Institución escolar específica. Es decir, las llamadas "Prácticas" deben tener carácter permanente durante el tiempo que dure el proceso, y deben apuntar a la solución de problemas concretos.

* Los proyectos innovadores, basados en procesos de investigación en el aula, deben permitir que a los docentes comprometidos en ellos se les otorguen títulos en Licenciatura o Postgrado, según sea el nivel académico que posean.

* En lo que se refiere a la capacitación y actualización de los docentes en ejercicio, el proceso debe apuntar a convertir la propia Institución escolar en Centro de Formación permanente, en la medida en que las prácticas cotidianas sean las que se asuman como objeto de estudio y reflexión, con el fin de lograr su transformación.

Por otra parte, y en consonancia con lo anterior, los procesos de Formación de Maestros deben constituirse en acciones dinámicas que formen parte de la vida misma de la Institución Escolar, de modo que no continúen apareciendo como eventos o coyunturas "adheridos superficialmente" a la actividad escolar, pero que no la afectan en su esencia; dicho de otra manera, la Formación de Maestros debería constituirse en uno de los proyectos pedagógicos del Proyecto Educativo Institucional.

Objetivos de la Propuesta:

La idea de asumir la ESTRATEGIA DIDACTICA como el espacio donde se desarrolla el proceso de Formación de Matemática en Educación Matemática, se ubica dentro de la perspectiva de generar los primeros elementos de una actitud favorable hacia los procesos investigativos en el aula.

Dichos elementos se reflejarían en logros como los siguientes:

Objetivar la práctica de aula, convirtiéndola sistemáticamente en objeto de investigación y reflexión.

Explorar la incidencia de la interacción entre actividades, estrategias cognitivas y sistemas conceptuales, en el desarrollo intelectual y motivacional de los estudiantes.

Permitir que los estudiantes accedan al conocimiento de forma individual y autónoma, convirtiéndose paulatinamente en sujetos responsables de su propio desarrollo.

Propiciar en los estudiantes el desarrollo de estrategias cognitivas, como posibilitadoras de la formación de sistemas conceptuales y de procesos de pensamiento.

Acceder gradualmente a métodos de observación y registro de los niveles de comprensión que van logrando los alumnos.

Iniciar el proceso de lectura, reflexión y análisis de los registros.

apropian de las estrategias cognitivas propuestas o elaboran otras, y la construcción autónoma de los sistemas conceptuales de la Matemática. Esta situación motiva en el maestro el deseo de conservar, mediante los registros, tanto su propia vivencia como las expresiones del desarrollo de los estudiantes; a partir de allí se posibilita el intercambio de resultados con otros docentes y aparece la disposición para analizar los registros obtenidos.

3.2 Enfoque Investigativo

Durante el desarrollo de la propuesta se asume un enfoque que establece correspondencia entre teorías, métodos y procedimientos; es decir, la investigación se constituye en un proceso de construcción en el que la TEORIA aparece como punto tanto de partida como de llegada. Además, el proceso se orienta hacia la reflexión y conceptualización en torno a la relación que establecen los estudiantes de 1° a 5° de Educación Básica, con la TAREA ESCOLAR.

En este sentido, para la presente propuesta, los referentes teóricos son considerados como:

- Elementos que permiten conceptualizar las acciones realizadas por los estudiantes, en vez de asumirlas como lugar de comprobación de la teoría.
- Apertura de los horizontes de comprensión de lo esencial de la tarea escolar, en lo que tiene que ver con las conexiones lógicas internas y las condiciones de su realización.
- Herramientas esenciales en la construcción de categorías de análisis durante el proceso de investigación; a partir de las tareas realizadas por los estudiantes, debe ser posible encontrar otros sentidos, hacer nuevas interpretaciones.

Por esta razón optamos por un enfoque de INVESTIGACION-ACCION que permita convertir el proceso en una especie de "espiral autorreflexiva formada por ciclos sucesivos de planificación, acción, observación y reflexión". (Carr y Kemis, Pag. 174).

En consecuencia, los siguientes son los principios y premisas orientadoras del trabajo:

- 3.2.1 Se asume un enfoque dialéctico de la realidad desde el cual las prácticas educativas de los maestros se toman como punto de partida para generar nuevas prácticas, a la luz de la discusión teórica.
- 3.2.2 Las categorías interpretativas de los maestros, son la base a partir de la cual ellos exploran y desarrollan su propia teorización. Tales categorías permiten relacionar conocimiento personal, práctica y praxis.
- 3.2.3 Los autoentendimientos se superan en la medida en que se comprenda que las prácticas y entendimientos están configurados por condiciones ideológicas más amplias.
- 3.2.4 La reflexión-acción posibilita los medios para superar los aspectos del orden social que frustran los cambios racionales.
- 3.2.5 La investigación - acción permite formas organizativas en las que es posible identificar propósitos y áreas de estudio de interés común.

3.3 Instrumentos de registro

Dentro de la dinámica generada por la ESTRATEGIA DIDACTICA es posible recolectar la necesaria información a través de los siguientes canales:

-
-
- 3.3.1 INSTRUMENTO DE OBSERVACION DIRECTA con el fin de registrar los elementos constitutivos del trabajo de aula de los docentes participantes.
- 3.3.2 DOCUMENTOS o trabajos elaborados por los maestros participantes, en los cuales se espera que den cuenta de su nivel de apropiación de los SISTEMAS CONCEPTUALES referidos a la Estrategia Didáctica denominada el Juego del Abaco.
- 3.3.3 PROPUESTAS DE DESARROLLO CURRICULAR que recojan los avances logrados por los alumnos de cada uno de los cinco (5) grados de Educación Básica Primaria, en relación con el Juego del Abaco. Dichas propuestas deberán surgir del trabajo en equipo del grupo de docentes de cada grado.
- 3.3.4 REGISTRO de las observaciones a los trabajos de los alumnos, elaboradas a partir del análisis de esa actividad en relación con la formación y desarrollo de las Estrategias Cognitivas: reversibilidad, realización verbal de las acciones y manejo de niveles de representación.

3.4 Categorías de Análisis

- 3.4.1 Con respecto al instrumento de Observación directa (numeral 3.3.1), se tienen en cuenta aspectos como los siguientes:
- * Orientación pedagógica del proceso por parte del maestro
 - * Dominio de los elementos de la Estrategia Didáctica que vaya demostrando el maestro.
 - * Avance en el manejo de conceptos en los alumnos.
 - * Tipo de relaciones que se establecen al interior del aula: alumno-alumno; maestro-alumno, alumno-conocimiento; maestro-alumno-institución, etc.
- 3.4.2 En relación con los trabajos referidos al manejo de SISTEMAS CONCEPTUALES (Numeral 3.3.2), es necesario atender a lo siguiente:

-
- * Consistencia de las reglas de formación de las expresiones simbólicas (SINTAXIS).
 - * Explicitación de la estructura del Sistema Conceptual que se esté mirando (SEMANTICA).
 - * Usos o aplicaciones de ese Sistema Conceptual (PRAGMATICA).
 - * Formas de ARGUMENTACION presentadas o explicitadas.

3.4.3 Las PROPUESTAS DE DESARROLLO CURRICULAR por grado (Numeral 3.3.3) se analizan desde los siguientes puntos de vista:

- * Coherencia conceptual y lógica de la propuesta.
- * Relación entre la complejidad del sistema conceptual y el desarrollo intelectual de los niños.
- * Propuesta didáctica en relación con el desarrollo de la Estrategia.
- * Avances o desarrollos nuevos respecto de los elementos discutidos con el equipo orientador.

3.4.4 En los Registros que elaboren los maestros como resultado del análisis de los trabajos de sus alumnos, se miran aspectos como:

- * Nivel del discurso (cotidiano, pedagógico, psicológico,...) que el maestro emplea al referirse a las elaboraciones de sus estudiantes.
- * Aspectos en los cuales fija su atención.
- * Tipo de argumentos con los que explica el avance o las dificultades de los alumnos.

4. LA ESTRATEGIA DIDACTICA

Las prácticas de aula en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas han venido experimentando diversas transformaciones, algunas de las cuales logran, en mayor o menor medida, mejorar significativamente las condiciones de cumplimiento de la actividad correspondiente. Pero, si se ahonda un poco en esas nuevas prácticas, especialmente desde una perspectiva teórica, es posible otorgarles una ESTRUCTURA COHERENTE que ofrezca un amplio campo de posibilidades para la Acción pedagógica. A esa estructura le damos el nombre de ESTRATEGIA DIDACTICA - concepto que hemos venido elaborando durante el desarrollo de los proyectos curriculares aprobados y financiados por COLCIENCIAS; con los elementos y estructura que a continuación se explicitan.

4.1 Elementos de la Estrategia

La ESTRATEGIA DIDACTICA está constituida, por lo menos, por los siguientes elementos:

4.1.1 Objetos

La fase inicial del proceso se caracteriza por el manejo de un material o de unos objetos con una alta significación histórico - cultural, que posibiliten realmente la aparición y desarrollo de los conceptos matemáticos que se pretenden. Tal es el caso de la Tabla de calcular (Abaco), las fichas de los Bloques Lógicos, las fichas del Juego del Tangram o el papel que se emplea para el Plegado.

4.1.2 Ecología Comportamental

La significación histórico - cultural del material es la que suscita en los estudiantes impulsos a la interacción espontánea con dicho material, lo cual da lugar a un

entramado de relaciones que se manifiesta a través de actitudes y acciones específicas. Las fichas de los Bloques Lógicos, por ejemplo, invitan por sí solas a los niños a interactuar con el material configurándose la Acción Objetal manipulatoria en el sentido de la Pedagogía Soviética (Davidov, 1988), en la cual se privilegian los juegos, teselaciones, formación de grupos, coincidencias o congruencias, seriaciones, simetrías, etc.

4.1.3 Ambiente Relacional

Los objetos solos no producen una situación ideal para el aprendizaje; la intervención del maestro es indispensable para generar un ambiente de interacciones entre sujetos, conocimiento y entorno, óptimas para dicho proceso. Esas interacciones están referidas a cosas elementales como bañarse las manos antes de usar el material, y a comportamientos elaborados como la construcción de consenso.

Se trata además de establecer nuevas relaciones con las instancias jerárquicas, basadas en el conocimiento y comprensión de la naturaleza de las nuevas prácticas.

En ese Ambiente Relacional, además, es donde afloran o se construyen actitudes axiológicas de respeto, de solidaridad, de ayuda, de cuidado del entorno, etc., las cuales conducen a prácticas democráticas como la socialización de solución de problemas - caracterizadas por el respeto al uso de la palabra -, la consideración de las ideas de los demás y la permanente disposición a elaborar acuerdos.

4.1.4 Sistema Conceptual

La ESTRATEGIA DIDACTICA no resuelve entonces problemas de contenidos puntuales, sino que abre la posibilidad de acceder de manera progresiva y sistemática a un conjunto de conceptos que se interrelacionan y se implican mutuamente, constituyéndose en cuerpo de conocimientos

de manera casi natural. La estrategia del Juego del Abaco, por ejemplo, permite la apropiación de conceptos como base, valor posicional, suma, resta, multiplicación, división exacta, división inexacta, potenciación, radicación, múltiplo, divisor, sucesión aritmética, series, clases residuales y logaritmación, posibles de lograr a lo largo de la Educación Básica y Media.

Además, la ESTRATEGIA DIDACTICA constituye por sí misma un SISTEMA CONCEPTUAL en la medida en que da cuenta de los cuatro aspectos básicos a partir de los cuales es posible mirar el desarrollo del pensamiento matemático y, específicamente, captar el sentido y la referencia de una expresión matemática, dentro de lo cual el concepto mismo constituye el sentido de la expresión dada. (SERVICIO NACIONAL DE PRUEBAS, 1995, Pags. 14 a 20).

Los cuatro aspectos son los siguientes:

- SINTAXIS, como estudio de sistemas regulados de símbolos o signos. Se considera, entonces, que una secuencia finita de símbolos en un alfabeto tiene sentido o está bien formada si se obtiene aplicando reglas "a partir de las expresiones que se escogieron como iniciales - vale decir, como axiomas". Desde este punto de vista, la SINTAXIS es el fundamento del sentido en Matemáticas (SNP. Pag. 15).
- SEMANTICA, la cual hace relación a las estructuras que una teoría permite construir; es decir, la SEMANTICA constituye la referencia de la expresión matemática en cuestión.
- PRAGMATICA, referida a la manera como los sujetos construyen SISTEMAS CONCEPTUALES o utilizan los ya construidos.
- ARGUMENTACION, entendida como la capacidad para:
 - * Utilizar el lenguaje común y el lenguaje formal en la justificación o crítica de procedimientos, ejecutorias, etc.

* Evaluar el desempeño al interior de un SISTEMA CONCEPTUAL.

* Pasar de un SISTEMA CONCEPTUAL a otro.

* Explicitar las relaciones que se establecen dentro de un SISTEMA CONCEPTUAL o entre diferentes SISTEMAS CONCEPTUALES.

En cada uno de estos cuatro aspectos existen diferentes niveles de complejidad, desde lo cotidiano y concreto hasta lo abstracto y formal. El cuadro que aparece en la siguiente página, muestra los diferentes niveles a través de los cuales los estudiantes avanzan paulatinamente en el desarrollo de su pensamiento matemático.

4.1.5 Estrategias Cognitivas o Formas de Conocer

La ESTRATEGIA DIDACTICA permite dentro de su dinámica el desarrollo de diversas formas de conocer o Estrategias Cognitivas que el hombre emplea o ha empleado a lo largo de la historia para acercarse a su objeto de conocimiento; en ese sentido pueden mencionarse la Reversibilidad en el sentido de Piaget (Piaget, J., 1987), la Realización verbal de las acciones (Talizina, N., 1988) y el manejo de los distintos niveles de Representación (Pérez, H., 1992).

Se entiende aquí la reversibilidad como la capacidad que posee el sujeto para devolverse en una acción ya sea física o mental; la realización verbal como el proceso según el cual es posible poner en palabras todas las acciones (físicas o mentales) que se cumplen en un evento mediante la ejercitación de las cuatro funciones lingüísticas esenciales a saber: nominar, atribuir, articular y derivar; y el manejo de niveles de representación como el juego dialéctico de pérdida y ganancia que permite ir dejando de lado unos elementos y ganando otros, mientras se cumple la tarea de representar la acción en niveles cada vez más complejos, que van desde los objetos mismos hasta los símbolos y los signos.

CARACTERIZACION DE LOS NIVELES DE COMPLEJIDAD DE LOS ASPECTOS DE UN SISTEMA CONCEPTUAL EN CONSTRUCCION (1)

ASPECTOS				
NIVELES DE COMPLEJIDAD	SINTACTICO	SEMANTICO	PRAGMATICO	ARGUMENTATIVO
I	Expresiones en lenguaje común.	Manejo de estructuras básicas (2).	Contextos rutinarios (3).	Hay justificaciones de orden retórico.
II	Traducciones del lenguaje común a otros lenguajes (dibujos, gráficos-icónicos, gráficos-matemáticos), y viceversa.	Las componentes de la nueva estructura se empiezan a mirar como individualidades y a relacionarse con las componentes de las otras estructuras.	Contextos no rutinarios.	Se comparan y comprueban resultados.
III	Expresiones que combinan diferentes lenguajes (dibujos, gráficos-icónicos, gráficos-matemáticos, común)	Se identifican algunas propiedades de las operaciones y de las relaciones que conforman la nueva estructura.	Contextos hipotéticos.	Se dan razones o explicaciones no necesariamente formales sobre procedimientos o resultados.
IV	Expresiones que utilizan lenguaje formal.	Se manifiesta una aproximación a la estructura como objeto matemático.	Contextos generalizados.	Se justifican procedimientos y resultados de manera formal.

(1) Cada sistema conceptual en construcción presupone uno o más sistemas como previamente conocidos.

(2) Significa conocimiento de los objetos, de las operaciones y de las relaciones de las estructuras previas para la nueva estructura.

(3) Son los que tienen como referente situaciones cotidianas o matemáticas sencillas. (SNP pág. 27)

A través de la ESTRATEGIA DIDACTICA, los diferentes pasajes o pasos a niveles de representación más elaborados se cumplen colocando al sujeto en Zona de Desarrollo próximo (Wertsch, J., 1988), es decir, no a través de "enseñarle" la siguiente fase del proceso sino creando las condiciones que le permitan acercarse a ella en forma gradual y autónoma.

Los cinco elementos de la ESTRATEGIA DIDACTICA presentados, a saber: objetos, ecología comportamental, ambiente relacional, sistema conceptual y estrategias cognitivas se ubican de manera muy clara en las dos dimensiones constitutivas del desarrollo psíquico de los sujetos: la intelectual y la motivacional (o ético-moral). Los objetos, los sistemas conceptuales y las estrategias cognitivas se orientan en forma más específica al desarrollo cognitivo (intelectual) de los alumnos, mientras que el ambiente relacional y la ecología comportamental están referidas a la creación de condiciones que permitan el surgimiento y fortalecimiento de comportamientos convivenciales y éticos de nivel superior.

4.2 Dinámica de la Estrategia

4.2.1 Génesis

Una Estrategia Didáctica se genera o hace su aparición en el contexto del aula a partir de la identificación de los preconceptos o concepciones extraescolares que pretenden mejorarse o modificarse; en este último caso se podrían citar, como algunas de las que más frecuentemente hacen presencia en la escuela, la confusión entre número y grafía y la asignación de propiedades de sustancialidad (peso, posición, color) a los conceptos geométricos.

Este conocimiento de la situación sirve entonces de punto de partida de un proceso que permite superar dichas concepciones, no solamente como expresiones académicas sino en su carácter de manifestaciones culturales.

4.2.2 Relaciones entre los elementos

Poner en relación los elementos de la estrategia, o mejor, llevar una ESTRATEGIA DIDACTICA al aula, implica explicitar de la mejor manera una concepción sobre el desarrollo de los estudiantes. Hasta ahora parece generalizada la concepción según la cual el desarrollo es el resultado de la asimilación acumulativa de una serie de contenidos; en oposición a esa concepción la ESTRATEGIA DIDACTICA se propone inducir o estimular un conjunto de procesos articulados, en la perspectiva del desarrollo del pensamiento. Es decir, el acceso a las distintas maneras de conocer, actuar y pensar posibilitado por la ESTRATEGIA DIDACTICA, significa el logro de niveles cada vez más elevados en ese desarrollo lo cual se manifiesta en la capacidad para adelantar procesos de socialización y de consenso en la perspectiva de identificar regularidades en los eventos matemáticos en particular y culturales en general.

Sin embargo, la concreción de las ideas anteriores solo es posible mediante la acción de los sujetos; en consecuencia, el hecho de llevar la ESTRATEGIA DIDACTICA al aula está precedido de la explicitación de una concepción de Acción fundamentada teóricamente que, en el caso de la presente propuesta, recoge las elaboraciones teóricas de la escuela de Ginebra y de la escuela soviética. La primera considera la acción como de carácter externo, con un proceso de interiorización que la convierte en una operación con tres propiedades: la composición, la reversibilidad y la asociatividad (Piaget, J., 1987). La segunda, por su parte, la asume como un proceso constituido por una parte orientadora, una parte ejecutora y una parte de control, interactuando en una trama de relaciones de gran complejidad. (Talizina, N., 1988).

De lo que se trata, entonces, es de poner de manifiesto la necesidad de permitir la actividad de los sujetos, a fin de que los avances previstos por la estrategia didáctica se logren efectivamente. Sin embargo, habría que enfatizar que debe

tratarse de una actividad que garantice el desarrollo psíquico de los sujetos, en la medida en que esté orientada por la realización de sus necesidades.

4.2.3 Transformaciones

La dinámica interna de los elementos permite la transformación de la estrategia misma y de las relaciones que con ella se establecen en el ámbito escolar:

- El currículo no aparece ahora centrado en contenidos o en actividades, sino como un conjunto de relaciones de constitución permanente imbricado en los procesos de apropiación y producción culturales.

- Las interacciones entre sujetos y elementos involucrados (alumno-alumno, alumno-maestro, maestro-alumno-conocimiento, maestro-institución, alumno-institución, etc.) adquieren en forma natural características que, desde otras perspectivas, se presentan como algo artificial; se hace referencia aquí a las relaciones democráticas, de argumentación, de participación, de solidaridad, etc., constitutivas de la esencialidad de los procesos generados en la estrategia didáctica.

- Como resultado de la dinámica que a nivel conceptual genera la estrategia didáctica, se producen procesos de pensamiento nuevos expresados en la capacidad para proponer diferentes sistemas regulados como modelos, estructuras, lenguajes simbólicos y sistemas formales, elementos constitutivos del pensamiento matemático.

Como se ve, la estrategia didáctica se convierte en el centro de un proceso a través del cual el esquema global del trabajo escolar cambia de manera significativa, dando lugar a una mayor posibilidad de pensar la escuela como un eje de transformación cultural.

OBJETIVACION DE LA PRÁCTICA DE AULA

El propósito de convertir la propia práctica en objeto de reflexión y transformación, condujo a reflexiones y debates de los docentes asistentes por una parte de los maestros participantes en el proceso cumplido durante los años 1994 y 1995, cuando se convocó dicho proceso a nivel de la Dirección de Planeación del Sistema de Maestrías, a la convocatoria de cualificación y desarrollo profesional de docentes de grados 1º, 2º y 3º convocada por la Secretaría de Educación del Distrito Capital, y culminado con el control de las regulaciones 11, 12, 16 y 17 de Nueva Fe de Bogotá.

La transformación de la práctica pedagógica requiere de formas de recuperación de la memoria, que permitan a los docentes la recuperación de ella, para así en la dimensión de cualificación. En ese sentido, el proyecto propuso que la recuperación de los maestros comenzara a través de procesos significativos con el fin de lograr un entendimiento colectivo como investigadores.

SEGUNDA PARTE

La forma en que se desarrolló la segunda parte de la propuesta de análisis se dio en los docentes hablando sobre su propia práctica, lo que generó la discusión, así, en relación con lo que habían hecho tradicionalmente como con lo que deberían hacer en función de la propuesta que se les presentaba.

EVIDENCIAS RECOPIADAS EN UNA PRIMERA ETAPA DE DESARROLLO DE LA PROPUESTA

1994 - 1995

La primera etapa de desarrollo de la propuesta consistió en la recuperación de la memoria de los docentes, lo que se logró a través de la realización de una serie de actividades que permitieron a los docentes recuperar su propia práctica y reflexionar sobre ella.

El objetivo de esta etapa fue generar un entendimiento colectivo de la práctica pedagógica y reflexionar sobre ella.

5. OBJETIVACION DE LA PRACTICA DE AULA

El propósito de convertir la propia práctica en objeto de reflexión y transformación, comenzó a evidenciarse a través de las actitudes asumidas por una parte de los maestros participantes en el proceso cumplido durante los años 1994 y 1995; como ya se anotó, dicho proceso tuvo lugar durante la vinculación del Anillo de Matemáticas a la propuesta de **Cualificación y Desarrollo Profesional de docentes de grados 1º, 2º y 3º**, orientado por la Secretaría de Educación del Distrito Capital, y adelantado con maestros de las localidades 11, 17, 18 y 19 de Santa Fe de Bogotá.

La transformación de la práctica pedagógica requiere de formas de objetivación de la misma, que permitan o posibiliten la reflexión sobre ella, base sobre la cual es posible su cualificación. En ese sentido, el proyecto permitió que la mayoría de los maestros comenzaran a asumir de manera significativa esta actitud, la cual se vió reflejada en acciones como las siguientes:

* Puesta en común de la práctica de aula durante las jornadas de asesoría; es decir, los maestros **hablaban sobre su propia práctica**, la cuestionaban, la comunicaban, en relación tanto con lo que habían hecho tradicionalmente, como con lo que intentaban hacer en términos de la propuesta nueva que se les presentaba.

* En oposición a la actitud corriente de **cerrar la puerta del aula** a fin de evitar las intromisiones, algunos docentes permitieron la entrada a su salón de clase, tanto de los asesores como de otros compañeros de su misma escuela; es decir, de alguna manera **hicieron pública su práctica**, configurándose así otra forma de expresión de su capacidad para tomar distancia frente a su quehacer pedagógico.

* Diligenciamiento del **Diario del Maestro**, comentando las dificultades y los logros del propio proceso.

* **Reflexiones escritas** sobre el desempeño personal en el aula y sobre los avances y dificultades presentadas por los niños.

5.1 Hablando sobre la propia práctica

La actitud de hablar sobre la manera como orientaban el proceso pedagógico fué asumida de manera natural por un buen número de docentes durante las asesorías. La dinámica de esas jornadas de trabajo fué propuesta de manera que se estimulaba el hablar de la propia experiencia. Como es natural, las intervenciones reflejaban distintas concepciones y formas diversas de comprender los procesos:

5.1.1 Algunos Ejemplos

5.1.1.1

"Estábamos jugando a hacer grupos de dos, pero los niños no pudieron pasar de la segunda casilla. Los niños retomaron las fichas que habían sacado y las colocaron en la segunda casilla. Entonces pensé que eso era muy difícil para los niños, por lo cual decidí no continuar con el trabajo del ábaco. Creo que los niños solo pueden jugar de la primera a la segunda casilla. Creo que hay que trabajar el ábaco cuando no haya problemas".

La maestra manifiesta su sentir, su forma de pensar, ante la dificultad encontrada; aquí se revela una particular actitud ante el problema, pues no aparece la intención de enfrentar la situación, de buscar ayuda, de tratar de comprender el origen y la naturaleza de la dificultad encontrada.

Sin embargo, esta manera de atender las dificultades resulta de difícil comprensión para los docentes, ya que contradice algo considerado obligatorio por la mayoría de ellos, cual

es evitarles dificultades y problemas a los niños. No se revela entonces la búsqueda del sentido del problema, que sí indica el verdadero espíritu científico, al decir de Gastón Bachelard, ni se toma conciencia de la situación que se presenta al tratar de eludir una dificultad: se tropieza uno con un nuevo obstáculo (Bachelard, Pag. 23).

5.1.1.2

"Para el concepto de decena los niños primero forman montones con elementos diversos (tapitas, palos, cajas, etc.) de acuerdo a su clase, color o forma. Luego se cuentan los elementos de cada grupo; después se forman grupos de diez elementos. Se dibuja el símbolo y se les explica a los niños que los grupos de diez elementos se llaman decena. Finalmente se dibujan varias decenas en el cuaderno".

La mayoría de los docentes describieron un proceso parecido a éste cuando se les preguntaba por la forma como enseñaban el concepto de decena; algo similar se presentó en lo referente a la manera como enseñaban a los niños la escritura de cantidades, lo cual lleva implícito el concepto de número que maneja el maestro. Los siguientes textos plantean también ese proceso:

5.1.1.3

"Para enseñar el número uno, primero se forman conjuntos de varios elementos; se van quitando los elementos uno por uno y cuando queda un solo elemento se escribe el símbolo".

5.1.1.4

"a) Se trabaja el concepto de conjunto y la idea de pocos, muchos.

b) Se dibujan conjuntos de diferentes elementos y el conjunto unitario; aquí se

refuerzan color, forma, tamaño y también lateralidad.

c) Cuando se llega al conjunto unitario, un elemento, hay algún niño que conoce el garabato y lo dice. Los demás niños lo identifican; empieza el proceso de mecanización para que todos los niños lo representen".

5.1.1.5

"Para llegar al concepto de número, a la escritura del símbolo, los niños primero manipulan los objetos, arman conjuntos, los dibujan y luego se les dice que a cada conjunto corresponde un símbolo; se les dice que si no hay elementos, se representa con 0; que el conjunto de un elemento se representa con 1; que el conjunto de dos elementos se representa con este garabato: 2, etc."

Todas estas manifestaciones, que asumimos como descripción veraz de lo que ocurre en el aula cuando se trabajan con los niños los conceptos básicos de las Matemáticas, fueron presentadas por los docentes durante las asesorías, en algunos casos con gran seguridad, pero en otros con duda, con cierto temor sobre lo que pensarían las demás personas del grupo. Por esta razón, algunos docentes se resistieron a contar su experiencia; pero, de todas maneras, los comentarios y reflexiones que se suscitaron fueron acogidos con interés y atención.

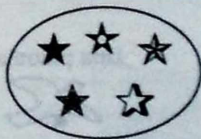
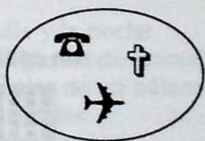
Los planteamientos que siguen recogen lo fundamental de la reflexión que fué propuesta, en este aspecto, a los docentes durante el desarrollo del proyecto, tanto en los encuentros del grupo como en las visitas a las diferentes aulas:

5.1.2 El desarrollo del pensamiento numérico*

El pensamiento numérico se desarrolla a partir de tres ideas fundamentales: el sentido numérico, el concepto de número y el conteo. Cuando el niño ingresa a la escuela, se encuentra precisamente con estas tres ideas como proceso inicial del estudio de la matemática escolar.

- 5.1.2.1 El sentido numérico es la facultad mediante la cual el ser humano se da cuenta de que algo ha sucedido en una pequeña colección cuando, sin un conocimiento directo, un objeto ha sido agregado o retirado de la colección. Esta facultad no es exclusiva del ser humano, ya que también la poseen algunas especies animales y es muy limitada, pues no permite ir más allá de tres o cuatro.

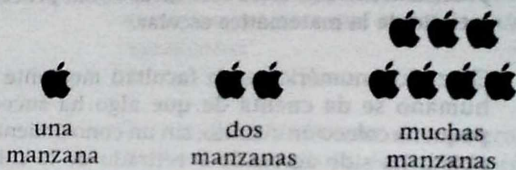
A partir de la noción de sentido numérico se pueden desarrollar actividades relacionadas con AGREGAR y QUITAR, las cuales facilitarán la formación de la idea o noción de cantidad.



- a) Si quito un objeto, ahora hay más, menos o igual cantidad de objetos? b) Si agrego un objeto, ahora hay más, menos o igual cantidad que antes?
- c) Es posible quitar todos los objetos que se quiera?
- d) De qué manera se pueden quitar todos los objetos?
- e) Si se quitan todos, al final qué queda?

* ANILLO DE MATEMATICAS. Un enfoque pedagógico de la numeración y medición desde el punto de vista histórico. Preimpreso. Santa Fé de Bogotá D.C. Agosto de 1994.

5.1.2.2 El **concepto de número** se forma a partir de las nociones de cantidad, tamaño y forma. En principio, estas nociones se relacionan de manera cualitativa más que cuantitativa, más por contraste que por sus semejanzas, al diferenciar claramente uno, dos y muchos.

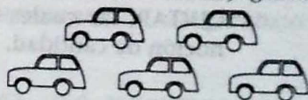


Se observan las diferencias, por ejemplo, entre:

Un carrito de juguete



Muchos carritos de juguete



Una paloma



Un edificio



Un balón






Un lápiz



Se observa el contraste entre:

- * Un carrito de juguete y muchos
- * Una paloma y un edificio
- * Un balón y un lápiz

Pero se puede pensar que un carrito de juguete, una palabra y un balón tienen algo en común. ¿Qué es?

	Diferencias	Semejanzas
Carrito 	_____ _____ _____	_____ _____ _____
Paloma 	_____ _____ _____	_____ _____ _____
Balón 	_____ _____ _____	_____ _____ _____

SON UNO

De manera análoga, ciertos grupos de objetos se pueden poner en correspondencia uno a a uno:

- El día y la noche
- Una pareja de animales
- Las alas de un pájaro
- Las manos
- Las orejas
- Los brazos
- Las piernas

Todos ellos tienen una característica común: "son dos".

A esta propiedad abstracta de los objetos o grupos de objetos se le llama "Número".

De acuerdo con las experiencias presentadas por los maestros se puede decir que realizan actividades relacionadas con el concepto de número. A través de ellas diferencian tamaño, forma, cantidad, color, etc.; sin embargo

se nota que estas actividades no están orientadas intencionalmente a la construcción del concepto de número. El reconocimiento de algunas características de los objetos, sus diferencias y semejanzas, no conduce a nada más que a eso: a identificar características, a nombrarlas (lo cual no tiene nada reprochable, solo que no se utiliza para deducir el concepto en cuestión).

Se pasa luego a identificar conjuntos de uno, dos, etc. elementos y a decir a los niños el número que se asigna al conjunto.

Luego se trabajan ejercicios, cuentos y distintas actividades a través, de las cuales los niños mecanizan la escritura de los símbolos numéricos; una de las más usadas son las planas de los números. Consideramos que aquí se produce una discontinuidad del proceso, pues se pasa abruptamente al empleo de las grafías conocidas (0,1,2,3,...), con lo cual se refuerza la idea de que el número es el garabato.

5.1.2.3 **Conteo:** el ser humano pudo superar su limitado sentido numérico con un artificio llamado "conteo".

A partir del concepto de número y por la correspondencia uno a uno, los objetos pueden ser representados o comparados con otros objetos (símbolos arbitrarios) independientes de la naturaleza de los objetos mismos; por ejemplo, conchas, nudos, muescas, piedrecillas, etc., y especialmente partes del cuerpo como los dedos de las manos y de los pies. Por esta razón, el cuerpo constituye para el conteo un Conjunto Modelo Natural.

De acuerdo con los datos históricos se puede afirmar que los nombres de los números (palabras numéricas) corresponden a los nombres del conjunto modelo con el que se comparan los objetos que se quieren contar. En el uso del cuerpo como conjunto modelo, se originaron los sistemas de numeración (bases dos, tres, cinco, diez, veinte, sesenta, etc.). Por ejemplo:

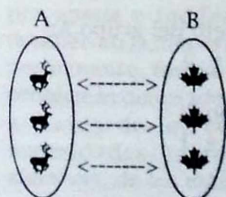
	palabra	significado
1	tai	
2	lua	
3	tolu	
4	vari	
5	luna	una mano
<hr/>		
6	otai	otro uno
7	olua	otro dos
8	otolu	otro tres
9	ovari	otro cuatro
10	lua luna	dos manos

5.1.3 Implicaciones pedagógicas

La elección de un conjunto modelo (palabras, garabatos, símbolos) podría dar continuidad al proceso pedagógico evitando la imposición de los símbolos 1, 2, 3, ... sin sentido ni lógica para los niños. Estos símbolos culturales pueden ser asumidos posteriormente a través de un proceso de comparación con los construidos por los mismos niños.

Al establecer correspondencia uno a uno entre los elementos de dos grupos de objetos, es posible observar que el número de elementos de un grupo es igual, menor o mayor que el del otro grupo. Por ejemplo, si m y n representan la cantidad de objetos de los grupos A y B respectivamente, puede presentarse una de las situaciones siguientes:

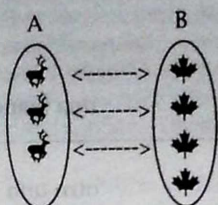
a) $m = n$



Puesto que no queda ningún objeto libre, la cantidad de objetos del grupo A es igual a la cantidad de objetos del grupo B:

$$\begin{aligned} \text{tres es igual a } 3 \\ 3 = 3 \end{aligned}$$

b) $m < n$

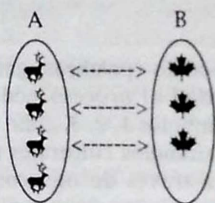


Puesto que queda un objeto libre en el grupo B, y ninguno en el grupo A, la cantidad de objetos del grupo A es menor que la cantidad de objetos del grupo B:

tres es menor que 4

$$3 < 4$$

c) $m > n$



Puesto que queda un objeto libre en el grupo A, y ninguno en el grupo B, la cantidad de objetos del grupo A es mayor que la cantidad de objetos del grupo B:

cuatro es mayor que 3

$$4 > 3$$

En consonancia con los planteamientos anteriores se realizaron discusiones del siguiente tipo:

¿De qué manera se puede lograr que la cantidad de objetos del grupo A sea igual a la cantidad de objetos del grupo B?

* Quitando o retirando un objeto del grupo A:

$$4 - 1 = 3$$

* Agregando un objeto al grupo B:

$$4 = 3 + 1$$

Esta actividad posibilita:

- Descomposición de cantidades
- Reversibilidad del proceso
- Operaciones aritméticas articuladas unas con las otras, ya que la suma y la resta aparecen ligadas de una forma natural.

Además, con los niños se pueden organizar actividades análogas como establecer correspondencia entre:

- a) niños y niñas
- b) niños(as) y pupitres
- c) niños y canicas
- d) canicas y juguetes
- e) cuadernos y lápices

De esta manera se posibilitan los procesos de establecer correspondencia uno a uno, sustituir unos objetos por otros, y optar por unos símbolos que permitan acceder a los que ya pertenecen a nuestra cultura matemática.

5.1.4 Deficiencias que se revelan

"Solo cuando jugué en el ábaco entendí como era el cuento de la decena. Uno comete muchos errores cuando enseña".

Dramática expresión del abandono secular de los maestros de Primaria en lo que se refiere a su formación académica; se repiten por años los mismos esquemas, se insiste en las mismas prácticas, se acude a los mismos recursos, no siempre por apatía o indiferencia de los docentes. La razón está también en la inoperancia de la formación tanto inicial como permanente, formación que no aparece como respuesta a problemas detectados con auténticos procesos investigativos, a través de los cuales sea posible ubicar las reales necesidades, tanto intelectuales como emocionales y afectivas, de los maestros.

Lo que se configura como resultado de esta situación son prácticas de aula que no se sustentan, de ninguna manera, en la comprensión del origen y la naturaleza de los contenidos programáticos, ni en la apropiación de lo esencial del conocimiento matemático; lo que se asume como importante, como lo que interesa es la apariencia, la forma del concepto. En el caso de la decena, por ejemplo, en lo que se enfatiza es en que el niño repita que "diez elementos son una decena y que se escribe 10".

La significación profunda del hecho se elude porque se desconoce su esencia. No existe casi ninguna posibilidad de abordar el hecho según el cual 10 (uno cero) no siempre representa diez elementos; puede representar dos elementos (en base dos), o tres elementos (en base tres), o quince elementos (en base quince) ... O que 11 (uno, uno) puede representar cinco elementos (en base cuatro) o veinte elementos (en base diecinueve)...

Así pues, el conocimiento matemático se manifiesta, dentro de la escuela, en un discurso meramente fenoménico que, además, no permite que se asuma el riesgo de enfrentar cosas nuevas, pues afianza diariamente aquello que ya se sabe (uno cero es diez, uno uno es once ...), y de lo que se debe dar cuenta ante el sistema mismo y ante los padres de familia. Si acaso llegan cosas nuevas, ellas se asumen como agregados que no tocan la estructura de lo viejo, que lo dejan intacto, pero sí pueden representar una relación con lo que está de moda.

Algunas manifestaciones de este estado de cosas:

** "El Abaco es muy bueno para despertar la inteligencia al niño; pero uno no puede despertar la inteligencia todo el tiempo... toca trabajar sólo una hora semanal. Además con el ábaco no se puede hacer todo, por ejemplo cómo se va a trabajar Historia o Lenguaje con el ábaco.*

cómo se van a hacer operaciones como el producto y la división. Yo no veo cómo".

** "Yo utilizo el ábaco cuando los niños están indisciplinados; eso los aplaca y se ponen a trabajar".*

5.2 Haciendo pública la práctica

El proceso permitió también que algunos de los docentes participantes se decidieran a abrir la puerta de su aula de clase, para que sus mismos compañeros de escuela y los asesores observaran su trabajo permitiendo, en algunos casos, que se les registrara en videos.

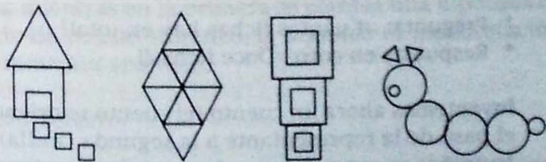
La actitud fué casi siempre la de someterse luego a los comentarios de los visitantes, respecto de la forma como estaban orientando el proceso con su grupo de estudiantes.

5.2.1 Registro de algunas visitas al aula

5.2.1.1 Grado Primero:

La actividad con bloques lógicos se ubica en la temática de juegos libres. Los niños hacen representaciones de cosas que no parecen tener significado en conjunto, no se articulan en un todo del que formen parte tales cosas .

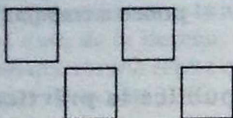
Ejemplos:



La situación anterior permite establecer un diálogo con la maestra sobre una posible interpretación acerca de la razón por la cual los niños proceden de esa manera: es una

manifestación de su pensamiento sincrético, pues no se hace explícita la relación entre un objeto y otro del conjunto.

Otro niño ha organizado un grupo de fichas de la siguiente manera:



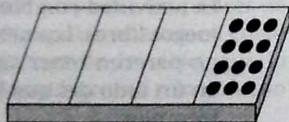
La maestra dialoga con el niño así:

- * Pregunta: ¿Por qué agrupaste las fichas de esa manera?
- * Respuesta: Porque todos son grandes.
- * Pregunta: ¿Y por qué ésta no está allí? (le muestra una ficha triangular grande).
- * Respuesta: Porque esa no es cuadrículada.

Nuevamente se observa el pensamiento sincrético, pero ahora se manifiesta un estadio distinto.

En seguida, la maestra les comunica a los niños que van a jugar en el ábaco y orienta la actividad de la siguiente manera:

Coloquemos cuatro grupos de tres fichas en la primera casilla.



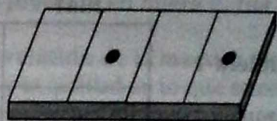
- * Pregunta: ¿Cuántas fichas hay en total?
- * Respuesta en coro: Doce fichas!!

Inventemos ahora un cuento (el cuento se orienta a recrear el paso de la representante a la segunda casilla).

Los niños se concentran en la tarea de inventar su cuento y al finalizar se observa una dispersión con respecto al objeto de la acción, es decir, el cuento no tiene nada que ver con la actividad de jugar a formar grupos de tres.

5.2.1.2 Grado Segundo

La actividad en el ábaco es orientada de la siguiente manera: Supongamos que estábamos jugando a formar grupos de dos y al terminar el juego el ábaco quedó así:



* Pregunta: ¿Con cuántas fichas empezó el juego?

Los niños dan dos tipos de respuestas.

* Respuesta 1: Con número impar.

* Pregunta: ¿Por qué?

* Respuesta: Porque si el número de fichas hubiera sido par, no hubiera sobrado ninguna ficha en la primera casilla.

* Respuesta 2: Con cinco fichas.

* Pregunta: ¿Por qué con cinco fichas?

* Respuesta: Porque al hacer la reversa se obtienen cinco fichas.

Se hace la realización verbal; en seguida los niños plantean otras situaciones, formulando ellos mismos una serie de preguntas y haciendo la correspondiente realización verbal oral. Obsérvese la diferencia entre los dos tipos de respuesta y el tipo de pensamiento que se expresa en cada una de ellas: mientras en la primera se plantea una hipótesis como modo de pensar sintético, la segunda es manifestación de pensamiento analítico.

5.2.1.3 Grado Tercero.

Los niños trabajan con bloques lógicos. La actividad consiste en armar cajas de doble entrada (la actividad se proponía por primera vez). La maestra explica brevemente en qué consiste la actividad y pregunta si algún niño quiere

proponer una caja. Pasa una niña al tablero y dibuja una caja. La maestra pregunta: ¿Qué hacemos para diferenciar los cuadros de la caja?. Los niños proponen diferenciar los cuadros llamándolos hileras y filas, de la siguiente manera:

	fila 1	fila 2
hilera 1		
hilera 2		

Los niños van completando la caja; dibujan tarjetas y ahora la caja queda de la siguiente forma:

	G	Am
Az		
P		

Como puede verse, la caja presenta algunas inconsistencias pero la orientación de la maestra permite que la caja se vaya convirtiendo poco a poco, con la actividad exclusiva de los niños, en una caja consistente.

La maestra pregunta: ¿Qué fichas van en hilera 1, fila 2?

Algunos niños muestran fichas azules, otros muestran fichas amarillas. Algunos, un buen número de ellos, no levantan ninguna ficha; entonces la maestra pregunta:

Algunos niños no levantaron ninguna ficha. Alguien quiere decirme por qué? Un niño explica: porque no hay ninguna ficha que sea azul y amarilla al mismo tiempo. La maestra pregunta de nuevo:

¿Cómo se puede reorganizar la caja para solucionar esa dificultad?

A partir de la dinámica de los niños, poco a poco la caja se va volviendo consistente. De la misma manera se observa la situación que se presenta en hilera 2, fila 1.

Cabe destacar la relación de la maestra con los niños y con el conocimiento, y la actitud en lo que se refiere a la manera como los niños construyen el conocimiento: mientras se han observado profesores que se angustian, quieren que los alumnos contesten en forma inmediata, les dicen lo que tienen que responder, no les permiten reflexionar, etc., esta maestra trabaja, incluso, con el silencio de los niños posibilitándoles la actividad mental. Por otra parte, la situación en general permitió hablar con ella y con los alumnos sobre clases de proposiciones y su negación, de proposiciones indecidibles, de paradojas, etc.

En otra situación registrada los niños guardaban silencio cuando algún compañero describía lo que había hecho. Sin embargo, hablaba para la maestra y ésta se ubicaba al lado del niño, le preguntaba por lo que había hecho y luego lo repetía en voz alta para todos los demás niños: John hizo un gusano,...

Obsérvese en esta situación la manera como se induce una relación particular tanto con el conocimiento como con los otros: el alumno no trabaja para la discusión con sus compañeros, para argumentar con ellos, sino para satisfacer a su maestra; habla con ella mientras se aísla de los demás, aún estando en el mismo salón de clase.

5.2.3 Algunas observaciones:

Cada maestro trabaja en forma aislada; no hay mucha comunicación entre maestros del mismo grado. Las escuelas donde los docentes han logrado formar equipo han avanzado en forma significativa.

El desarrollo de la atención voluntaria de los niños no depende de la actividad que se esté realizando; se acude a una actividad externa para retomar la concentración perdida (canciones, palmas, manos arriba, al lado, etc.)

En muchos casos se observa en los cuadernos de los alumnos ejercicios de operaciones de suma, resta, multiplicación, división, resueltos de manera tradicional. ¿Qué relación asumen, entonces, con la propuesta del juego del ábaco? ¿Por qué razón a pesar de asistir a las asesorías y a los talleres donde se discuten estos temas, ellos continúan haciendo lo mismo? Algunas razones podrían ser:

- No se sienten seguros ante los nuevos conocimientos
- Son contenidos que están presentados de manera distinta en relación con los libros de texto y con el currículo.
- Hay temor frente a los padres de familia quienes exigen que se continúe enseñando de la manera tradicional.
- Se trata de una relación burocrática con el conocimiento matemático.
- Frustración en la formación del maestro frente a la matemática; no le gusta e incluso le tiene fastidio; hay docentes que evitan enseñar matemáticas en algunos grados; evitan enseñar determinados temas. Una determinada relación del maestro con el conocimiento potencia o inhibe una relación productiva de sus alumnos con ese conocimiento. En algunos casos encontramos que el maestro trabaja la estrategia con sus alumnos solo cuando se portan bien o para calmar la indisciplina. Si se portan mal se les castiga no permitiéndoles trabajar con el material.

En algunos casos se observó que las preguntas no eran formuladas por el maestro sino por los mismos alumnos. Esta situación es interesante ya que generalmente quien presenta la pregunta es el maestro. Hacer preguntas a una situación determinada permite poner en movimiento no solo las estructuras mentales sino también los referentes culturales de cada sujeto, ya que la pregunta refleja la manera como el sujeto está comprendiendo.

5.3 Elaboración del Diario del Maestro

5.3.1 Su significado en la labor pedagógica

El Diario del Maestro fué propuesto durante el proceso como una posibilidad de plasmar o de registrar, los elementos más relevantes que se presentan dentro de la dinámica del aula, referidos al desempeño de los niños, a la actuación del propio maestro y a las relaciones que se configuran dentro de esa dinámica.

En su libro "El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula", los profesores Rafael Porlán y José Martín destacan la importancia de esta herramienta y, de acuerdo con su experiencia, la ubican como un recurso metodológico, nucleador de los procesos investigativos de aula. Expresan que "su utilización periódica permite reflejar el punto de vista del autor sobre los procesos más significativos de la dinámica en la que está inmerso. Es una guía para la reflexión sobre la práctica, favoreciendo la toma de conciencia del profesor sobre su proceso de evolución y sobre sus modelos de referencia" (Porlán y otro, 1993, Pag. 19)

Cuando se deciden a diligenciar su Diario, los maestros recogen fundamentalmente el accionar en el aula; sus anotaciones reflejan la preocupación por la manera como los niños responden al trabajo propuesto, el tipo de respuestas que dan y los recursos a los que se debe acudir para "facilitar el aprendizaje".

También se destaca en el Diario, con algún énfasis, la actitud de los niños: "unos son más ágiles que otros", "algunos demuestran alegría y seguridad en el proceso", "los niños fueron ubicándose poco a poco", etc.

5.3.2 Algunos Ejemplos

5.3.2.1

"Agosto 14 de 1995.

Les pregunté cuántos elementos necesitamos para que en la primera casilla no quede nada.

Diego inmediatamente dijo 20; luego los demás 10, 6, 8, 2, 4, 14, 12...

Bueno, perfecto; ahora cuántos elementos necesitamos para que sobre un elemento en la primera casilla? 7, 9, 13, 11, 5...

Diego: 21 en el país del dos

Luego trabajamos en el cuaderno el número mayor, el número menor; cuando les dije que lo organizaran de acuerdo al más pequeño y viceversa fué muy rápido, con gran agilidad.

John es un chico lento; en un momento aparte trabajamos juntos; él respondió a la actividad y cuando fué el trabajo del número mayor y el número menor participó con más agilidad.

Igual Camilo T que fué de visita al Director por busca-problemas.

De los 35 alumnos hay dos o tres despistados pero es porque no han estado en clase.

Hay 11 chicos que no decodifican nuestro alfabeto pero cuando hablamos de Abaco tienen gran agilidad en sus respuestas.

En la actividad para la casa de número mayor y número menor, la copiaban y de inmediato la resolvían. Camilo T dijo: ay, eso tan fácil. Otros: déjenos más, si?"

5.3.2.2

"Para la reversibilidad se orientó al grupo con preguntas: Qué entienden por reversa, regreso, retorno, aclarando el significado en el diccionario; se realizaron ejercicios físicos

y verbales. Por ejemplo: Un niño va al baño y regresa, es recorrer el mismo camino que se utilizó para ir.

Como hicimos un juego en el ábaco, lo terminamos así: $1111(2) = 15$

Al trabajar la reversibilidad algunos niños permanecían callados; otros no podían trabajar en el cuaderno en forma simbólica; se acudió al ábaco se orientó con preguntas:

- ¿En cuál casilla terminó el juego?
- ¿Para regresarnos de la cuarta casilla a la tercera, qué se necesita?
- ¿Cuántas fichas entran?
- ¿Cuántas habían en esta casilla?
- ¿Cuántas fichas tenemos en total?

Con el manejo de las anteriores preguntas, los niños van ubicándose tanto en el ábaco, como en el cuaderno los que ya trabajan simbólicamente".

5.3.2.3

"Juguemos a formar grupos de a dos (parejas), con las tres fichas.

Preguntas:

- ¿Con cuántas fichas estamos jugando? - Con tres.
- ¿En qué casilla? - En la primera
- ¿Cuántos grupos de a dos se formaron con las tres fichas? - Un grupito de a dos.
- ¿Cuántas fichas sobraron? - Una.
- ¿Por qué sobraron? - Faltó una para formar la pareja, no alcanzaron para formar otra pareja.
- ¿De qué otra forma se puede decir? - amiga, compañera.

Se inicia el juego.

Se toma la pareja en la mano, se elige una representante de las dos que pasa a la segunda casilla y la otra sale fuera del ábaco.

Así termina el juego cuando ya no se pueden formar más grupos de a dos. Se explica que para leer como queda el resultado se hace de izquierda a derecha. Termina el juego con una ficha en la segunda casilla y una en la primera casilla. Qué número es para el país del dos? - Uno uno (11)

Debemos nombrar cada dígito por separado: uno uno en el país del dos y para nosotros (país del diez) tres.

Registrando en el tablero el resultado así

3 -----> 11 (2) "

5.3.3 La dificultad para sistematizar

La elaboración del Diario del Maestro fué la actividad que generó más resistencia dentro de la serie de instrumentos de registro propuestos; es decir, fueron muy pocos los docentes que aceptaron la sugerencia de registrar en su diario, de una manera medianamente rigurosa, los aspectos o momentos que consideraran más relevantes dentro de la clase.

Esta actitud se debe probablemente al esfuerzo de síntesis y sistematicidad que requiere el diligenciamiento de los registros periódicos. Además, porque significaría romper de una manera bastante notoria con la concepción según la cual lo que importa es la "práctica", lo que se haga en el aula; escribir sobre ello o hablar de ello, pareciera que no contribuye a cambiar o a mejorar las cosas.

Es decir, para que el maestro sea un elemento mediador del proceso de aprendizaje del alumno, es necesario que acuda a una serie de instrumentos o recursos, entre los que se cuenta el Diario del Maestro, que le permitan superar la actitud de sujeto pasivo que aplica mecánicamente el currículo establecido.

Según los autores Porlán y Martín se trataría de "... un sujeto que, teniendo en cuenta las características y necesidades del contexto donde tiene lugar su actividad, y las orientaciones, prescripciones y aportaciones teóricas que considera significativas, planifica, diseña y evalúa su intervención". (Porlán y otro 1993. Pag. 17)

Desde otro punto de vista, la negativa de los docentes para llevar el Diario podría explicarse por razones como las siguientes:

La toma de registros no es un proceso espontáneo; por el contrario, se trata de una actividad consciente dirigida a dar cuenta de una situación determinada, prevista o no, dentro de las relaciones de aula. Ello debería involucrar, si no a la totalidad de la escuela, por lo menos a un equipo de docentes interesados en la solución de un determinado problema, o en mirar los procesos de aula; es decir, es necesario que haya una intencionalidad, un propósito común para la tarea.

Pero como en la escuela no existen ni los espacios, ni los tiempos, ni la organización educativa-pedagógica propicios para la interlocución alrededor de las situaciones plasmadas en el Diario, los maestros tendrían que desarrollar este trabajo fuera de su jornada, hecho que, unido por una parte a una concepción de identidad profesional íntimamente ligada al horario laboral y, por otra, a la falta de estímulos, se convierte en un obstáculo o en una talanquera para que arraiguen este tipo de propuestas.

No obstante toda esta difícil situación sí existen algunos maestros que acuden a estos instrumentos como medio para transformar su práctica, según aparece en los ejemplos transcritos.

5.4 Reflexiones escritas sobre la labor pedagógica

5.4.1 Apropiándose del discurso

El proceso de construcción de un discurso personal acerca de la propia práctica presentado además en forma escrita, fué quizá uno de los indicadores más reveladores del comienzo de una nueva forma de ejercer como maestros.

Quizá porque se trataba de abordar, de una forma general y de algún modo esquemática, la percepción que se tenía sobre la práctica individual, un buen número de los docentes participantes en el proceso aceptaron elaborar reflexiones escritas en ese sentido.

Una muestra de ese esfuerzo es la siguiente:

5.4.1.1

"La enseñanza es una actividad que merece toda la atención del maestro; en ella están reflejadas las creencias, valores y formas de actuar de la comunidad educativa, en un proceso de socialización donde se interrelacionan el niño, el maestro y el medio ambiente; las prácticas pedagógicas deben ser un intercambio de experiencias enriquecedoras, que ayuden a desarrollar íntegramente al educando.

La Estrategia didáctica propuesta por el Anillo de Matemáticas permite al alumno plantear varias alternativas de solución de un problema, bien sea empleando el Abaco o los Bloques Lógicos.

La Estrategia didáctica permite abordar los desarrollos motivacionales y lingüísticos como un todo articulado en el que los conceptos se relacionan de manera dinámica.

Además es importante destacar la expectativa, del interés y logros que se han obtenido en los alumnos de los cursos 1° C y 2° B del Colegio Nuestra Señora de Fátima, Jornada Tarde, con los cuales se han trabajado las estrategias didácticas del Abaco y los Bloques lógicos desarrollando el pensamiento lógico".

5.4.1.2

"En lo personal, nos sentimos motivadas e iniciadas en el "cambio" y con el deseo de continuar trabajando con las propuestas didácticas del Anillo de Matemáticas. Consideramos que logramos mucho a pesar de las fallas y desaciertos que se fueron corrigiendo con las experiencias, con el apoyo del trabajo en equipo y con las orientaciones de los profesores capacitadores.

Nos parece que lo más importante fué el haber vencido el temor que sentimos al empezar el trabajo del juego del Abaco con los alumnos. ¿Cómo lo haremos? ¿Cómo nos saldrá? Lograremos manejar esta propuesta? Observamos que es una estrategia donde el docente tiene autonomía al planear qué actividades hacer.

Otra transformación importante fué permitir abrir nuestras aulas para que observadores del Anillo de Matemáticas nos guiaran en el trabajo con los niños y el ofrecimiento de nuestro colegio para que se tenga en cuenta como Centro de experimentación de esta innovación educativa.

Nos permitió apartarnos mucho del uso del tablero, para centrar la actividad en el juego del Abaco. Nos hemos separado completamente del texto de Matemáticas que venden las editoriales y que encasilla tanto al niño como al docente".

5.4.1.3

"El mismo proceso del juego del Abaco conduce al desarrollo de habilidades matemáticas en forma lógica sistemática y simultánea. La pericia del maestro es la encargada de adaptar el ábaco al currículo y conducir este proceso según los temas requeridos; este proceso integra todos los contenidos del currículo en forma coherente, además existe correlación directa con otras áreas (Español) en forma agradable.

Mientras que el currículo tradicional presenta los contenidos en forma aislada, faltando coherencia entre temas, y se presentan los temas elaborados para que el niño los repita y mecanice, lo cual genera falta de comprensión, angustia y fobia a la materia. Es preferible adaptar el currículo a la estrategia y no la estrategia al currículo".

5.4.2 Relación con el documento escrito

La problemática encontrada en este sentido es de una gran complejidad. Ha sido necesario, durante el proceso, superar paulatinamente el **carácter funcional** que tradicionalmente ha tenido la relación de los docentes con el texto escrito; es decir, lo que se vislumbra es que el docente actúa como un **funcionario** frente al texto, en la medida en que asume los contenidos o tareas que en él se plantean,

sin que medie un análisis crítico y sin que haya un enriquecimiento del conocimiento en cuestión como resultado de la relación con lo escrito.

Por otra parte, parece que lo más común es relacionar la práctica del saber con una forma de comunicación oral que da cuenta de lo que se debe hacer y cómo hacerlo, lo cual significa:

* Refuerzo de la heteronomía, pues se hace indispensable la presencia del "capacitador" en forma permanente para que resuelva los problemas que surgen y diga qué hacer después de terminar el tema respectivo.

* En consecuencia, es una forma de evitar el esfuerzo de la búsqueda, del entendimiento y la comprensión propios; es más fácil si me cuentan ... y así lo hago.

Sin embargo, la dinámica generada por la Estrategia Didáctica condujo a los docentes que aún no lo habían hecho, a reconocer la importancia de la discusión en torno al texto escrito y, sobre todo, a entender la necesidad de estudiar en forma concienzuda los módulos que habían recibido como apoyo al trabajo; como resultado de ello, la escritura del propio discurso resultó un poco más accesible.

6. FORMACION DE ACTITUD INVESTIGATIVA EN LOS DOCENTES

6.1 La situación actual: una problemática que debe atenderse

Los estudios encontrados en relación con la temática del presente proyecto, enfatizan en la **ausencia de procesos investigativos** dentro del currículo de los diferentes programas de Formación de Maestros, no solo en Colombia sino en otros países de América. Por esta razón, una propuesta que incluya la investigación de procesos de aula como elemento fundamental de su formación, resulta de difícil comprensión y aceptación para un buen número de docentes, pues, de entrada, surgen entre ellos una serie de interrogantes:

¿Por qué debemos involucrarnos en discusiones teóricas?

¿Por qué no realizamos solamente los talleres?

¿Qué sentido tiene llevar registros del trabajo de los estudiantes?

¿De qué manera estas actividades pueden transformar mi práctica?

¿Para qué cambiar, si he realizado siempre mi trabajo de la misma manera y me ha resultado bien?

¿No es suficiente con que los estudiantes aprendan a defenderse en la vida?

De la serie de inquietudes, dudas y observaciones, etc. que los maestros plantearon durante el proceso de estos dos años, fué posible clarificar los elementos referidos a las tres temáticas que aparecieron en forma más reiterada:

* Matemáticas para la "realidad"

* El temor a innovar

* La actitud ante la lectura

6.1.1 Matemáticas para la "realidad"

La pertinencia o validez de la propuesta fué cuestionada por algunos docentes en el siguiente sentido: este tipo de enfoques no apunta concretamente a enseñarle a los niños a "defenderse en la vida" que es lo que, en últimas, le debe interesar a la escuela.

Las siguientes citas de intervenciones de maestros en las reuniones de trabajo, son una muestra de esta forma de pensar:

6.1.1.1

"Una madre de familia exigió en forma airada que se suspendiera la ejecución de la propuesta del Abaco porque los niños no estaban aprendiendo nada; dijo que prefería retirar al niño de la escuela, porque esas cosas deberían enseñarse en el bachillerato o en la universidad; que como uno no entiende esas cosas, no puede ayudar a los hijos y que además con lo que les están enseñando ellos no pueden hacer cuentas cuando van a la tienda. (el reclamo fué hecho por tres padres de familia del curso). Ante esta situación, la directora decidió que se suspenda el desarrollo de la propuesta; dijo que mejor se utilizara para reforzar la propuesta del programa tradicional y agregó que de ahí en adelante es mejor que cada una trabaje sola en su salón (las profesoras se habían constituido en equipo con el fin de apoyarse en el desarrollo de la propuesta) pues los padres reclaman que una trabaja por las otras, dicen que el maestro es para que trabaje en su salón."

6.1.1.2

"Cómo se aplica eso de las bases en la vida real, si en la realidad por ejemplo en la tienda y en el bus, las cuentas se hacen en base diez? Los niños necesitan salir de la escuela sabiendo bien las cuatro operaciones".

6.1.1.3

"La mayoría de los niños abandonan la escuela antes de terminar la primaria; entonces lo que uno debe hacer es enseñarles pronto lo que de verdad les va a servir en la vida. Además, qué pasa con los niños que están con esta propuesta y se cambian de escuela? Cuando se encuentren otra vez con la clase tradicional, van a tener problemas".

La concepción que aparece es la de unas "matemáticas clasistas" que parecen estar determinadas por el nivel socio-económico del grupo de estudiantes al que van dirigidas. La preocupación por unas Matemáticas "**para defenderse en la vida**" se expresa de esta manera en las instituciones de las clases populares, o habría que preguntarse si un padre de familia de clase alta pediría que a su hijo se le enseñen unas Matemáticas que le sirvan para comprar en la tienda o para que no lo engañen cuando le den el cambio en la buseta.

Se revela también, de alguna manera, la creencia de que los niños de clases baja y media-baja no merecen o no necesitan una educación que les permita el **acceso a niveles altos en el desarrollo del conocimiento**; basta con que aprendan los contenidos elementales. Por esa razón, el aprendizaje de los algoritmos, entendidos como la mecanización de los procedimientos, se convierte en la expresión fundamental del conocimiento matemático en la escuela.

6.1.2 El temor a innovar

Un sentimiento de inseguridad e indecisión ante la posibilidad de desarrollar una propuesta distinta, se manifestó también en algunos docentes; en este caso se defendía la forma tradicional de trabajar, actitud que se explica por la seguridad que brinda una práctica de muchos años, que además cuenta con el beneplácito social expresado por la misma institución escolar y por los padres de familia:

6.1.2.1

"No he trabajado el Abaco porque no lo entendí muy bien en el primer taller. Pienso dejarlo para el refuerzo, cuando hayan entendido las operaciones de suma, resta y multiplicación; trabajarlo como mecanización o repaso".

6.1.2.2

*"... El problema es que uno no conoce completamente la propuesta. Nos da miedo trabajarla con los niños. **Los padres de familia no la ven funcional.** A mí me ha funcionado lo de las casillas. Les digo a mis niños: éstas son las unidades, éstas son las decenas, éstas son las centenas ... y así mis niños salen sabiendo a la perfección".*

6.1.2.3

"No hemos trabajado porque en la primera asesoría no entendimos, nos desmotivamos y entonces decidimos no poner en práctica la propuesta. Antes de trabajar la propuesta hay que enseñarle primero a los niños a contar, hay que enseñarles a diferenciar cantidad, mayor que, menor que, etc."

6.1.2.4

“Los niños tienen mucha dificultad para la realización verbal porque no saben leer y escribir bien; hay que esperar a que aprendan a leer y escribir para que puedan hacer la realización verbal”.

Se evidencia una falta de comprensión de la significación de lo nuevo con respecto a lo viejo, a pesar del reconocimiento que se hace, espontáneamente, de las ventajas del primero sobre el segundo.

Es como si estos docentes estuvieran reclamando que los niños tienen que aprender primero para luego sí enseñarles; es decir, primero tienen que saber leer y luego sí podrán comprender lo que leen; primero tienen que entender el sistema decimal y luego sí se les puede proponer lo relativo a otras bases. Se trataría de un punto de vista que no reconoce los procesos constructivos o comprensivos en el aprendizaje.

Parte de la dificultad se explicaría en términos de Gastón Bachelard, por la forma como la mente accede al conocimiento nuevo. Nuestro espíritu tiene una tendencia irresistible a considerar más claras las ideas que le son útiles más frecuentemente; cuando una idea científica se torna demasiado familiar porque, por ejemplo, circula libremente en términos cotidianos — que es lo que sucede con los contenidos de la matemática escolar —, esa idea adquiere una carga psicológica demasiado pesada, se amasa con un número excesivo de analogías y metáforas, y pierde poco a poco su vector de abstracción. Posteriormente, el espíritu científico no encuentra impedimento para variar las condiciones, para salir de la contemplación de lo mismo, para buscar lo nuevo dialectizando la experiencia.

6.1.3 Actitud ante la lectura

La propuesta presentada a los docentes incluía, como

elemento básico, la lectura y discusión de algunos módulos de trabajo referidos a la temática desarrollada, con lo cual se pretendía proporcionar una herramienta de apoyo a la actividad en el aula.

La actitud ante esta tarea se configuró, en varios casos, en términos de una relación con el saber basada en formas de comunicación oral. Según dicha relación lo que se privilegia es lo que se le escucha a alguien, en este caso al capacitador; algo así como "yo hago lo que me digan, lo que me expliquen".

6.1.3.1

"Se me presentó un problema con la reversibilidad y no supe qué hacer; por eso pasé a hacer otra cosa".

Pregunta del asesor: "Usted leyó el documento que se distribuyó en la asesoría pasada?"

Respuesta: "No, no ..."

Comentario del asesor "En el documento están planteadas las orientaciones sobre ese tema. Leamos ..."

6.1.3.2

"En el último taller perdimos el tiempo; nos pusieron fué a leer y no estamos aprendiendo nada. Para ir a leer allá, mejor lo hacemos en la escuela. Necesitamos avanzar y lo que hicimos fué discutir sobre las cosas que ya habíamos visto; necesitamos avanzar en el programa porque qué tal que el niño se traslade a otra escuela".

6.1.3.3

"Uno no tiene tiempo de estudiar los módulos; en el taller debería disminuirse el tiempo para la teoría, para que quede más tiempo para el taller, para lo práctico".

La solución de esta problemática, bastante evidente en el presente proceso, requiere de cambios que constituyan una transformación cultural trascendental.

Es decir, es necesario que los procesos de formación permanente involucren, dentro de sus propuestas, actividades que permitan el acceso al texto escrito de parte de los docentes, con lo cual se comenzarían a superar situaciones como las siguientes, presentes en la institución escolar de hoy:

- * La vida tiene un carácter comunal, parroquial, y transcurre sin muchos cambios.
- * Se sabe solo sobre lo que **se ve** y sobre lo que **dicen** los otros.
- * Las experiencias son de carácter individual, personal.
- * Los horizontes o perspectivas son limitados, reducidos.
- * La comunidad es introspectiva: del mundo exterior solo se sabe de oídas (Gates, 1995)

De una manera bastante significativa, el acceso al texto escrito, pero sobre todo la reflexión y discusión en torno a las teorías y planteamientos estudiados, cambian todo ese panorama, pues se amplían las perspectivas, se cambian los referentes y se conoce en relación con una globalidad que necesariamente transforma los esquemas de comprensión que se posean. Precisamente la relación directa del discurso con la base material es una de las características del accionar de los grupos humanos que aún no aceptan las reglas de las **Comunidades académicas**; en éstas predominan los significados y discursos que no privilegian e incluso contrarían las experiencias particulares de las personas (Charum, pag. 4)

6.2 Algunas perspectivas alentadoras

El hecho de iniciarse en el proceso de lectura y reflexión de documentos en relación directa con la práctica de aula, dió

lugar, en algunos docentes, a elaboraciones como las que a continuación se transcriben, en las cuales se perciben los primeros indicios de la formación de una **actitud investigativa** reflejada, principalmente, en el interés por las transformaciones que se van generando en los niños gracias a la actividad pedagógica, y en la identificación de las dificultades que es necesario atender y superar.

6.2.1

"Al iniciar el trabajo algunos padres no estaban de acuerdo con la enseñanza de las Matemáticas aplicando la estrategia didáctica del ábaco por lo que fué necesario reunirlos y explicarles el procedimiento y las ventajas que tenía para desarrollar el pensamiento matemático del niño.

La estrategia didáctica es una propuesta que permite al niño el desarrollo del pensamiento matemático en forma natural, utilizando el material para solucionar problemas de diversas formas hasta llegar a descubrir por medio del juego los algoritmos de las operaciones, sin emplear reglas que le impidan desplegar toda su creatividad encasillando su pensamiento y desligándolo de la realidad en la que está inserto".

6.2.2

"El conteo resulta difícil para las personas que no han tenido este proceso. Los niños lo realizan con facilidad al plantear ejercicios como por ejemplo, contar en el ábaco equis cantidad de elementos en determinadas bases; los niños encuentran formas diferentes de contar elementos teniendo en cuenta las diferentes bases; se abren muchas posibilidades, no solo la base diez a la que estamos acostumbrados".

6.2.3

"Al trabajar individualmente con fichas y ábaco, este juego exige la atención del niño, porque si se distrae, no podrá entender y continuar el juego. En el juego del ábaco, el niño se motiva a participar trabajando directamente con las fichas; no se da oportunidad para que su atención vuele a otras cosas. El material le va ayudando en la realización del trabajo.

En los casos de niños retraídos o muy tímidos, cuando trabajan en parejas adquieren seguridad al compartir el trabajo, fomentando la amistad entre ellos y a veces peleas y discusiones.

El manejo del lenguaje permitió que los niños escriban describiendo y narrando, no solo la actividad del ábaco, sino en otras áreas: parábolas, cuentos, anécdotas y películas; no en párrafos cortos, sino hasta 3 y 4 hojas de oficio; lógicamente presentando deficiencias en ortografía, concordancia, que irán superando más adelante".

6.2.4

"La actividad en el ábaco es divertida para los alumnos, aunque no han podido interiorizar que no se debe nombrar ni escribir el número de la base en que se juega, porque al formarse grupo pasa una representante a la siguiente casilla.

Para realizar el conteo en las diferentes bases, iniciamos con juegos acompañados de representación verbal, sustentaciones, inquietudes, propuestas, búsqueda de

soluciones, aclaraciones por ellos mismos, construcción de esquemas lógicos para que comprendan cada tipo de situación que se presentó.

La escritura del conteo la hacen en 3 formas:

** Una, sobre la representación gráfica de cada ábaco.*

** Otra, registrando el número de fichas que se van utilizando y el resultado del conteo.*

** Y algunos escriben paso por paso lo que van haciendo hasta llegar al resultado.*

Consideramos esta manera ideal, pero los alumnos se cansan muy rápido y terminan abreviando. En todos los casos se soportan en el juego. Aún no hay interiorización".

Los comentarios anteriores, en los cuales se manifiestan niveles de comprensión disímiles con respecto a la naturaleza de la propuesta representan, desde el espíritu de dicha propuesta, un **avance en la formación de actividad investigativa** en los docentes, principalmente por las siguientes razones:

* Las elaboraciones escritas son resultado del análisis de los **registros** del trabajo de los estudiantes.

* Las docentes autoras de los comentarios participaron activamente en la lectura de los módulos de trabajo y en la reflexión que se propuso durante las jornadas de asesoría; es decir, no se trata de comentarios espontáneos, sino de aportes en los que ya aparece, como mediación, cierto grado de apropiación de una teoría.

* De la misma manera, los docentes que se inician en este proceso de reflexión escrita, asumen simultáneamente y de una manera espontánea, una actitud en el sentido de tomar distancia de su propia práctica, a fin de convertirla en objeto de análisis por parte de los demás integrantes del grupo.

En esa forma las articulaciones entre teoría y práctica, entre discurso y acción, comienza a adquirir en el grupo de docentes, matices de vocación, entendida como disposición racional y consciente hacia un nuevo quehacer pedagógico.

7. DESARROLLO DE ESTRATEGIAS COGNITIVAS EN LOS ESTUDIANTES

Uno de los componentes de la Estrategia Didáctica se refiere a las **distintas formas de conocer, o estrategias cognitivas**, que es posible que los estudiantes desarrollen, a partir de la dinámica de relaciones que la estrategia genera. En particular, en la estrategia didáctica del Juego del Abaco aparecen en los estudiantes elementos de su desarrollo intelectual relacionados, entre otros, con el **pensamiento reversible**, el manejo de **distintos niveles de representación** y la **realización verbal** de las acciones de aprendizaje (numeral 4.1.5).

Como parte de las actividades de investigación, se propuso a los docentes participantes, la observación, registro y posterior análisis del proceso cumplido por su grupo de alumnos (o por algunos de ellos), durante la apropiación de las tres estrategias cognitivas mencionadas.

En lo que sigue, se transcriben las consideraciones que algunas maestras hicieron acerca del trabajo de sus estudiantes, las cuales aparecen acompañadas, en la mayoría de los casos, del correspondiente registro.

7.1 El Proceso de Reversibilidad

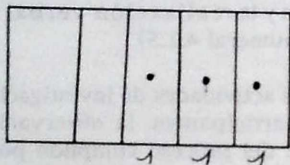
En este aspecto, la actividad investigativa apuntó a observar, registrar y analizar la forma como los niños accedían al "juego de devuelta" en el Abaco, o juego de izquierda a derecha, una vez conocidas y practicadas las reglas del "juego directo" o de derecha a izquierda* :

* Ver "EL JUEGO DEL ABACO: Una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento numérico. Documento de trabajo N° 1". Preimpreso. Anillo de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá D.C. 1995.

7.1.1 "Análisis del registro de Reversibilidad"

"La mayoría de los alumnos hacen la reversa enseguida de cada juego para comprobar si el resultado es igual al número de fichas con que se inició. Registran una sola gráfica (la final) para toda la realización verbal escrita de la reversa.

La Reversa en el país del 3

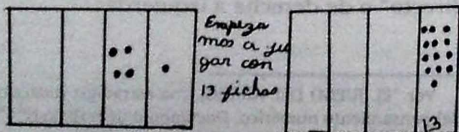


¿Cuanto vale la ficha de la primera casilla? 1

¿Cuanto vale la ficha de la segunda casilla? 3
porque vale por sus dos 2 compañeros

¿Cuanto vale la ficha de la tercera casilla? 9
Porque vale por todas sus compañeras

¿Como hago la reversa? La de la tercera casilla va por sus 2 compañeros y se pasan a la segunda casilla va por sus 2 compañeros y se pasan a la primera casilla cojo la otra ficha y va por sus dos compañeros.



Unos 12 alumnos de cada curso, los más dedicados e interesados, parten del resultado que se obtuvo en cada casilla, intentan comprender el valor posicional de las fichas, ellos saben expresar sus pensamientos en el juego, en forma verbal, la dificultad se presenta cuando van a escribir lo que hacen y lo que piensan. El grupo mayoritario, todavía no se siente comprometido con el juego, inician y no terminan, o escriben sin pensar el orden de la acción, sin analizar; prefieren hacer actividades bien diferentes.

Según los últimos juegos y registros en la realización verbal escrita de la reversibilidad aún hay confusiones como:

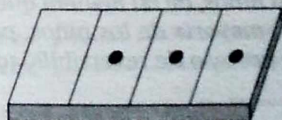
- Valor de cada ficha a partir de la tercera casilla.
- Cambio de cantidad de fichas que esperan a la otra para entrar de nuevo al juego.
- Omisión de que una ficha "va por sus (X) compañeras" para pasar a la casilla anterior.
- Omisión en la gráfica de las fichas que quedan en cada casilla.

Un solo grupo de cada curso (4 alumnos) generalizaron el paso de las fichas de la segunda casilla a la primera casilla teniendo en cuenta a sus respectivas compañeras. Esto nos indica que hay un avance en la interiorización".

7.1.2 "Reversibilidad"

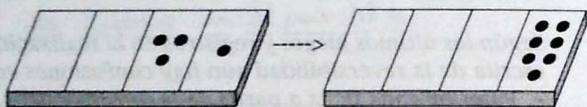
"Cuando los niños han jugado muchas veces de derecha a izquierda (hacia adelante), y teniendo en cuenta afianzar este proceso en aquellos niños nuevos que no habían tenido esta experiencia en años anteriores, se invita a los alumnos a la reversibilidad (devolverse) utilizando la pregunta:

Con cuántas fichas comenzó el juego en el país del dos (por ejemplo), si el ábaco quedó así?



"Los alumnos antiguos" resuelven el problema con agilidad, pues recuerdan el procedimiento, pero los demás son más lentos y se han venido ensayando nuevas formas de manejar el grupo, pues se presenta algo de indisciplina.

Como son pocos los alumnos nuevos, se ha posibilitado un seguimiento casi individual hacia este tema, pero aún algunos de ellos requieren de más dedicación.



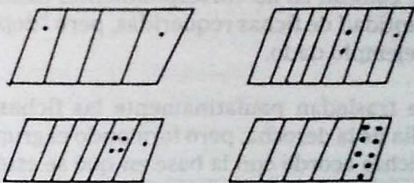
El ejercicio de la realización verbal, en un principio es muy incompleto y se tiende a omitir el lugar del ábaco donde sucede la operación, pero mediante preguntas el alumno lo ha ido incluyendo en su explicación (tanto en forma oral como en forma escrita). Es muy dispendioso para el maestro este paso, pero es necesario puesto que el alumno, cuando despliega la acción a través del lenguaje puede acceder más fácilmente a la reversibilidad".

7.1.3 "Reversibilidad"

"Esta operación permite al alumno interiorizar el proceso, porque teniendo un punto de llegada, debe encontrarse un punto de partida. La reversibilidad permite comprender el proceso como un todo en función de los elementos, relaciones y operaciones que lo constituyen: a partir de un punto de llegada encontrar un punto de partida. Al iniciar el proceso se encontró un poco de dificultad que poco a poco se fue superando, hasta tener una actitud positiva por parte de los niños, de tal manera que al realizar un juego en el ábaco, la mayoría de los niños, por su propia iniciativa, realizan el proceso de reversibilidad".

El Proceso de Reversibilidad

Supongamos que estábamos jugando en el ábaco a formar grupos de 2 fichas y al terminar de jugar en el ábaco quedó en la siguiente forma: una ficha en la cuarta casilla y ninguna ficha en la tercera casilla ninguna ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla ¿con cuántas fichas habíamos empezado el juego?



Representación Gráfica del juego

Realización verbal del juego

como se estaba jugando a formar grupos de 2 fichas cojo la ficha de la cuarta casilla y sale por su compañero y paso a la tercera casilla y luego cojo una ficha de la tercera casilla sale por su compañero y paso a la segunda casilla, cojo otra ficha de la tercera casilla, sale por su compañero y pasan a la segunda casilla. Luego cojo una ficha de la segunda casilla sale por su compañero y pasan a la primera casilla y las otras hacen lo mismo. Enonces a la primera casilla pasaron ocho fichas y como habia una ficha se completaron a fichas. El juego habia comenzado con 9 fichas

COMENTARIOS

En relación con la **reversibilidad**, el tipo de registros esperado estaba relacionado con la actividad que los estudiantes propusieran en el momento en el que se les planteara el juego "en sentido contrario"; se trataba, a través de dichos registros, de allegar algunos indicios o evidencias de los siguientes **posibles comportamientos**:

- * Procedimiento de ensayo y error, en el cual los alumnos colocan en la primera casilla un número indeterminado de fichas y realizan el juego hasta obtener el resultado propuesto.
- * Se colocan en las correspondientes casillas de la derecha la cantidad de fichas requeridas, pero "dejando quietas" las del ejemplo dado.
- * Se trasladan paulatinamente las fichas a la respectiva casilla de la derecha, pero formando el grupo con el número de fichas acorde con la base en que se esté jugando.
- * Otras formas sugeridas por los estudiantes.

Sin embargo, este no fué el tipo de registros que se obtuvo, debido quizá a que se trata de una actividad que requiere de mucha atención y que definitivamente no puede ser cumplida por una sola persona; para el registro de la mayoría de las situaciones que se configuran durante un proceso de investigación de aula, se requiere del concurso de, por lo menos, dos personas: una que proponga y oriente la actividad con los niños, y otra que esté atenta a observar y registrar lo más relevante del desempeño logrado.

Por la anterior razón, no fué posible clarificar si los maestros "enseñaron" el proceso o si permitieron, como se esperaba, que los niños descubrieran la forma de devolverse en el juego, como resultado de la interiorización que hubieran logrado del juego de derecha a izquierda. De la misma

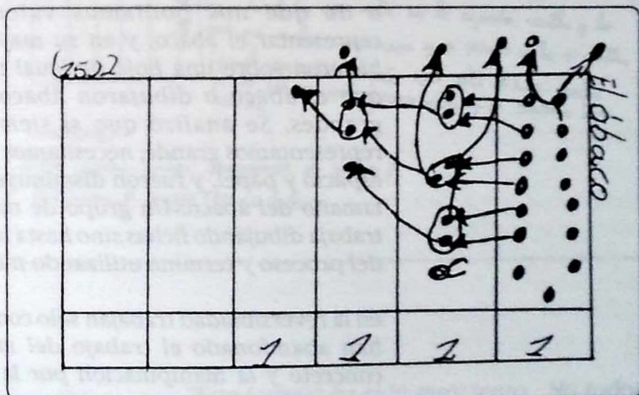
manera, tampoco ha sido posible establecer aún la tendencia predominante, dentro del grupo de estudiantes involucrado, en lo que se refiere a buscar el punto de partida de un ejercicio, del cual se conoce la situación final.

7.2 Los diferentes niveles de representación

En forma parecida a lo propuesto para la reversibilidad, en esta oportunidad se trataba de observar y registrar los elementos y argumentos empleados por los niños para representar en el papel ("aplanar") el juego del Abaco.

Se transcriben a continuación algunos registros obtenidos, con el el análisis realizado por el mismo docente:

7.2.1



Expresión

Tengo 16 fichas Formo grupos de 2 y me

Salen 7 grupos de 2 del 1 grupo saca 1
para 1 a la 2 casilla del 2 grupo saca 2
para 1 a la 2 casilla del 3 grupo saca 3
para 1 a la 2 casilla del 4 grupo saca 4
para 1 a la 2 casilla del 5 grupo saca 5
para 1 a la 2 casilla del 6 grupo saca 6
para 1 a la 2 casilla del 7 grupo saca 7
para 1 a la 2 casilla del 8 grupo saca 8

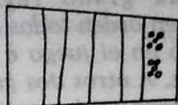
7 para 1 a la 2 casilla y vuelvo a formar
grupos de 2 y me sale un grupo de 2 de
ese grupo saca 2 para 1 a la 2 casilla y el
resultado es este 1111.

"Niveles de representación: El grupo representa el ábaco y las fichas sobre el papel y el tablero; se hizo consenso con el grupo de niños nuevos: cómo sería la forma o de qué nos podíamos valer para representar el ábaco, y en su mayoría lo hicieron sobre una hoja de igual tamaño que el ábaco o dibujaron ábacos muy grandes. Se analizó que si siempre lo representamos grande, necesitamos mucho espacio y papel, y fueron disminuyendo el tamaño del ábaco. Un grupo de niños no trabaja dibujando fichas sino hasta la mitad del proceso y termina utilizando números.

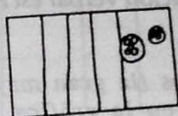
En la reversibilidad trabajan sólo con cifras; han abandonado el trabajo del material concreto y la manipulación por la representación. Cada expresión verbal es diferente en cada niño, de acuerdo a su observación, su potencialidad y características personales".

7.2.2 "Análisis del registro de representación gráfica"

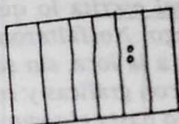
Juguemos con 10 fichas a hacer grupitos de a 5



Coloco 10 fichas en la primera casilla.

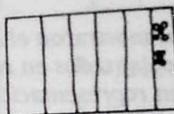


Hago grupitos de a 5 y quedaron 2 grupitos de a 5 y no me sobró nada.



Quiso el primer grupito y pasó una representación a la 2. casilla.

Quiso el segundo grupito y pasó una representación a la 2. casilla.



Comprobó por medio de ensayo

Quiso la ficha que está en la segunda casilla y lo pasó una a la cuarta casilla y se pasó a la 1. casilla.

Quiso el segundo grupito que está en la 2. casilla y lo pasó una a la cuarta casilla y se pasó a la 1. casilla.

Analicemos

¿con cuántas fichas iniciamos el juego?

iniciamos el juego con 10 fichas.

"Este trabajo ha sido muy lento. No todos los alumnos que verbalmente saben hacer el juego, pueden explicarlo en el papel.

Por acuerdo del grupo ellos registran la gráfica y la realización verbal de cada paso. Inicialmente juegan de a tres o cuatro por grupo, pero al hacer el registro se organizan de a dos. Hacia mediados de año solo dos grupos de cada grado registraron correctamente y en orden todos los pasos que habían dado en el juego e hicieron pequeños análisis. A otros dos grupos les faltó registrar fichas en las gráficas aún cuando la realización verbal escrita estaba correcta.

Los demás niños (la gran mayoría) no registraron ni en la gráfica, ni en la realización verbal escrita lo que habían hecho en el juego. No faltaron quienes hicieron gráficas a la loca, sin realización verbal escrita, o con gráficas y realización verbal escrita solo hasta el segundo paso.

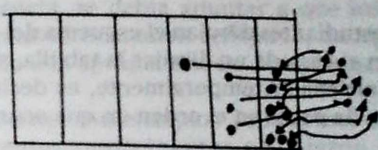
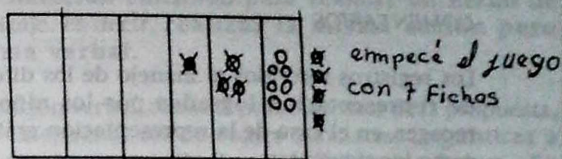
Los últimos juegos mostraron el avance de los grupos más adelantados en realización verbal escrita y en representación gráfica, aunque falta el análisis de los resultados de cada consulta antes de hacer la reversa y en las respuestas a las preguntas hechas. Siguen fallando en el conteo de fichas, formación de grupos, colocación en la casilla correspondiente y escritura de la realización verbal".

7.2.3 "Representación gráfica":

Se les entregó una hoja, y se les pidió que con dibujos mostraran lo que hicieron en el juego

Problema de reversa

- En el país del 2 Juliana Tiene 111 muñecas.
Cuántas muñecas son para nosotros?



Respuesta. Para nosotros son 7 muñecas
y para Juliana 111 muñecas

"Se observó que el niño maneja los niveles de representación en forma rápida y fácil.

En el primer ábaco el niño fué tachando las representantes y las amigas que iba dibujando fuera del ábaco y luego las fué ubicando en la primera casilla.

En el segundo ábaco, hace la representación con flechas, llevando la representante fuera del ábaco a buscar la compañera; ésto lo

hace con una flecha y traza otra flecha para indicar que regresa el grupo de a dos a su respectiva casilla.

Nota: El niño no necesitó orientación para su trabajo, lo mismo que la gran mayoría de sus compañeros. En la respuesta también se nota comprensión del juego".

COMENTARIOS

Los registros referidos al manejo de los diferentes niveles de representación logrados por los niños, pretendían recoger, en el caso de la representación gráfica, elementos como los siguientes:

- * Si los estudiantes dibujan el esquema del ábaco o si no lo hacen; en el caso de no dibujar la tablilla, si se trata de un proceso ordenado temporalmente, es decir, si dibujan la secuencia de pasos en el orden en que ocurrieron.
- * Si dibujan solamente un ábaco resumiendo en él todo el juego, si dibujan varios, o si representan uno por cada paso del proceso.
- * Si fué posible un acuerdo o consenso como resultado de la **SOCIALIZACION** de las diferentes **formas de Representación gráfica propuestas por el grupo de estudiantes**, y cuál fué ese acuerdo que se logró.

En los ejemplos que aquí se relacionan el énfasis estuvo orientado a registrar algunos elementos del desarrollo motivacional de los estudiantes, en lo que tiene que ver tanto con su actitud ante el trabajo, como con la relación que se establece entre compañeros. De igual manera, los registros dan cuenta del tipo de dificultades que se manifiestan en algunos niños y los procedimientos empleados para tratar de superarlos.

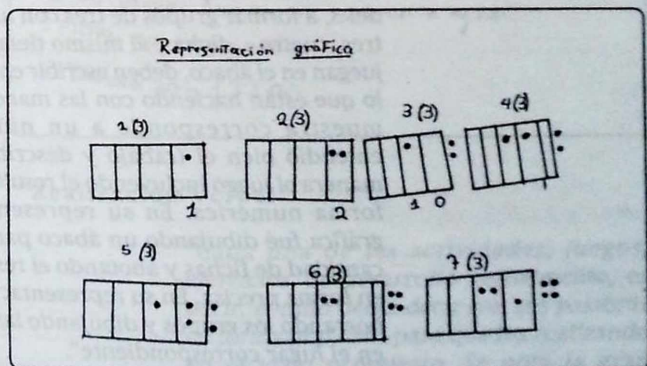
7.3 La realización verbal de las acciones de aprendizaje

En relación con esta estrategia cognitiva, la propuesta estaba dirigida a motivar o animar a los estudiantes para que **pusieran en las palabras** ya fuera en forma oral o en forma escrita todas las acciones (físicas o mentales, según el nivel de representación en el que se estuviera trabajando) que se hubieran cumplido para realizar un hecho de aprendizaje. Es decir, **realizar la misma acción pero en forma verbal**.

La realización verbal, desde el punto de vista de la propuesta, supone la ejercitación de cuatro funciones lingüísticas a saber: **nominar, atribuir, articular y derivar**. En consecuencia, se debía apuntar a que los registros y los correspondientes análisis reflejaran, de alguna manera, el desarrollo o la apropiación de dichas funciones.

Los siguientes son ejemplos de la forma como algunos de los docentes participantes asumieron esta labor: (se transcribe el análisis realizado por el docente, precedido por uno de los trabajos de un alumno).

7.3.1



Juego en el país del 3

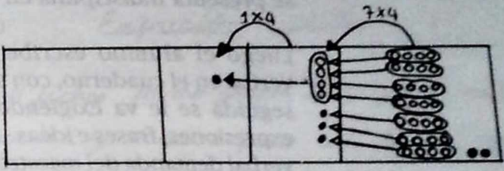
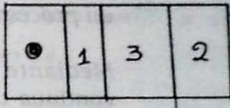
- Coloco una ficha en la primera casilla y no puedo jugar. 1
Coloco 2 fichas en la primera casilla y no puedo jugar. 2
Coloco 3 fichas en la primera casilla. Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen. 10
Coloco 4 fichas en la primera casilla y sobra 1. Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen. 11
Coloco 5 fichas en la primera casilla y sobran dos. Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen. 12
Coloco 6 fichas en la primera casilla. Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen.
Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen. 20
Coloco 7 fichas en la primera casilla y sobra una. Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen.
Nombro un representante que pasa a la segunda casilla y las amigas salen. 21

"Resultados de la Realización Verbal y Escrita".

"Como observamos en la muestra, el niño no trabajó la hoja en forma vertical, la trabajó en forma horizontal; según nuestra apreciación al ver el renglón tan largo trazó los renglones sin emplear regla. Para esta actividad se les planteó el juego en el país del 3, a formar grupos de tres con uno, dos tres, cuatro ... fichas; al mismo tiempo que juegan en el ábaco, deben escribir en la hoja lo que están haciendo con las manos. Esta muestra corresponde a un niño que entendió bien el trabajo y describe a su manera el juego incluyendo el resultado en forma numérica. En su representación gráfica fué dibujando un ábaco para cada cantidad de fichas y anotando el resultado en forma precisa. En su representación fué borrando los grupos y dibujando las fichas en el lugar correspondiente".

7.3.2

Viajamos con 20 Fichas
en base 4

Tengo 20 Fichas en la \hat{A} hago 7 grupos de 4 porque $7 \times 4 = 28$ y sobran 2. Pongo las 7 representativas a la casilla \hat{B} hago 1 grupito de 4 porque $1 \times 4 = 4$ me sobran 3 y con 1 Ficha no hago nada.
Entonces $30 = 132 (4)$

"Realización Verbal"

"Cada una de las actividades, juegos, ejercicios, se desarrolló verbalmente, es decir, el niño debía decir con sus palabras en forma oral cada paso que iba realizando en el viaje propuesto. Se nota la gran

dificultad que tienen la mayoría de los niños para contar lo que se está haciendo. Este trabajo fué muy lento debido a la necesidad de escuchar a todos los niños, lo que exige de mucho tiempo, dedicación y pericia por parte del maestro, puesto que se presenta indisciplina en los alumnos.

Luego el alumno escribe la realización verbal en el cuaderno, con sus palabras, en seguida se le va exigiendo que complete expresiones, frases e ideas. Esta realización verbal demanda del maestro tiempo, puesto que debe ir leyendo y corrigiendo lo escrito por cada alumno; al alumno le demanda un proceso mental más exigente.

Mediante la utilización permanente y continua de preguntas y orientación por parte del maestro, el niño logra a través de muchos ejercicios diarios , mejorar su realización verbal oral y escrita, perdiendo ese temor a hablar y escribir.

La realización verbal oral y escrita ha permitido que el alumno tenga una mejor ubicación espacio temporal, una mejor redacción, lógica, una ampliación de su vocabulario, una mejor comunicación con sus compañeros, más colaboración e integración, puesto que la estrategia del ábaco es lúdica, lo cual es muy motivante para ellos".

7.3.3 "Realización verbal :

Con la realización verbal experimenté mucha dificultad, porque el trabajo se estaba dando muy personal, pero con la asesoría del Centro de Diagnóstico el año anterior, se entró

a manejar la pregunta y a trabajar con el grupo, lo que permitió enganchar un modelo de expresión y que luego cada niño lo trabajara individualmente. Los siguientes son modelos de algunos ejercicios realizados en clase, de expresiones escritas"

9C2)

Expresión escrita

Tengo 9 fichas formo grupos de 2 y me salen
4 grupos de 2 y saco 4 paso 4 a la 2 casilla
y vuelvo a formar grupos de 2 y salen 2 grupos
vuelvo a formar grupos de 2 y me sale 1 grupo de
2 y saco 1 paso uno a la 3 casilla y así me
queda el juego: 1001

17C3)

Expresión escrita

Tengo 17 fichas formo grupos de 3 y me salen
5 grupo saco 10 paso 5 y vuelvo a formar grupos
de 3 en la tercera casilla y me salen 3 y me salen 3
grupos saco 4 paso 2 y el juego me queda así: 221.

COMENTARIOS

Nuevamente el énfasis se hace sobre las dificultades, los correctivos y la actitud de los niños ante el trabajo. Sin embargo, aparecen también algunos intentos por comprender la actividad mental que los niños cumplen cuando realizan este tipo de tareas, lo cual constituye, precisamente, el propósito de la actividad investigativa.

La profundización en dicho proceso investigativo deberá permitir, más adelante, un avance en la identificación de elementos relacionados con el desarrollo de las funciones lingüísticas propuestas:

* Nominación: Observar si la actividad en el ábaco permite que los niños reemplacen expresiones como "esa", "aquí", "allá", "este" por el nombre que corresponda: *ficha, casilla, ábaco, grupo* ... Es decir, si ejercitan la función nominadora como muestra de una mejor comprensión de la naturaleza del juego.

* Atribución: Se trataría de seguir el proceso que cumplen los niños para apropiarse de la función de atribuir, ya sea calificando o determinando el respectivo nombre: "*segunda casilla*", "*grupos iguales*", "*el siguiente grupo*", etc.

* Articulación: Mirar el progreso de los niños en su disposición y habilidad para emplear conjunciones, preposiciones, adverbios, etc, a través de lo cual puedan construir paulatinamente párrafos más largos, superando la modalidad de frases cortas. Ello significa orientar la realización verbal hacia el empleo de expresiones como *entonces, y, sin embargo, luego, debido a, por consiguiente*, etc.

* Derivación: Observar si se desarrolla la capacidad para emplear términos propios, es decir, que sean diferentes a los que hubieren surgido en el proceso de aula: *columna* en lugar de *casilla*, *adyacente* en lugar de *siguiente* etc.

Este aspecto de la propuesta es considerado de vital importancia por el equipo de trabajo y se ha constituido, de hecho, en tema de investigación de uno de sus grupos¹.

¹ Ver proyecto ANILLITO: "La periodización de la realización verbal". Asociación Anillo de Matemáticas AMA. Preimpreso. Santa Fe de Bogotá D.C. 1995.

8. CONSTRUCCION DE NUEVAS RELACIONES EN EL CONTRATO ESCOLAR

8.1. Relaciones con el conocimiento matemático

Los elementos que he sido posible identificar en el campo del proceso investigativo, referidos a la forma como un grupo número de docentes accionan a construir el conocimiento matemático son, entre otros, los siguientes:

8.1.1. Análisis de la dificultad

Se observaron algunas relaciones que permiten establecer una especie de "transferencia" de la dificultad — que se manifiesta en el campo del conocimiento a los niños, algo así como que lo que es difícil para el docente, lo es a una mayor escala para los alumnos.

La siguiente es una descripción registrada durante varias sesiones de observación:

TERCERA PARTE

Cuando el profesor plantea una pregunta, algunos docentes expresaban un poco de duda. Pero con una mirada al ser del alumno a observar, como una especie de

Un rato después, cuando en la discusión se plantea el tema

AVANCES Y POSIBILIDADES DEL PROCESO

Porque tratarse de una necesidad de controlar el desarrollo negativo de los niños, como un de los puntos de "interacción" entre maestro y alumno se revela una especie de punto de vista la interacción que los niños pudieran sentir en sus procesos de aprendizaje.

8. CONSTRUCCION DE NUEVAS RELACIONES EN EL CONTEXTO ESCOLAR

8.1 Relaciones con el conocimiento matemático

Los elementos que ha sido posible ir clarificando en el curso del proceso investigativo, referidos a la forma como un buen número de docentes asumen o conciben el conocimiento matemático son, entre otros, los siguientes:

8.1.1 Acerca de la dificultad

Se observaron algunas situaciones que permiten vislumbrar una especie de "transferencia" de la dificultad o de la inseguridad en el campo del conocimiento, a los niños; algo así como que lo que es difícil para el docente, lo es y con mayor razón para los alumnos.

La siguiente fué una situación registrada durante varias sesiones de asesoría:

Cuando la actividad se presentaba poco clara, algunos docentes expresaban con preocupación: "Esto está muy difícil: si se nos dificulta a nosotros, cómo será para los niños..."

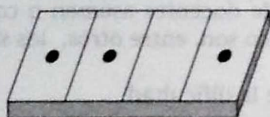
Un rato después, cuando ya la discusión permitía aclarar las dudas y precisar parte de los múltiples sentidos y significados de la estrategia, se escuchaban expresiones como: "Esto ya es otra cosa; de esta manera sí los niños entienden".

Parece tratarse de una necesidad de controlar el desarrollo cognitivo de los niños, con el fin de no perder la "autoridad" como maestro; es decir, se revela una especie de temor hacia la autonomía que los niños pudieran ejercer en sus procesos hacia el conocimiento.

8.1.2 El problema del cero. La columna vacía

Afirmaciones expresadas por algunos docentes:

- * "El cero no es nada; el cero no vale nada; el cero no es un número".
- * "No es posible que el ábaco quede en esa forma:



porque, si no había nada en la segunda casilla, cómo se puede llegar a la tercera?"

- * "Yo ya enseñé suma y resta en el ábaco; quiero aprender a multiplicar porque no he podido empezar con los niños ese tema".

- * Situación presentada al trabajar el algoritmo de la suma:

- Asesor: *¿Por qué se comienza a sumar por la derecha?*
- Docente: *Porque siempre se debe comenzar por las unidades.*
- Asesor: *No es posible comenzar por otra columna, por ejemplo por las decenas o las centenas?*
- Docente: *No!!*

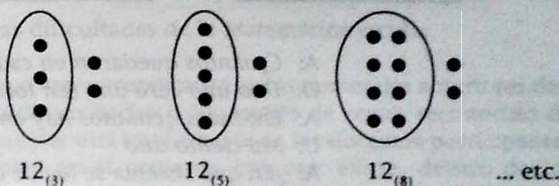
Luego, al desplegar la acción de sumar y restar en el Abaco, la docente expresa que lo que hacía antes era "repetir en forma mecánica ante los niños el algoritmo conocido de la suma", pero sin tener conciencia de la estructura del Sistema Decimal de Numeración.

8.1.3 Sobre Resignificación del Sistema Decimal de Numeración

La actividad en el Abaco genera un proceso de resignificación del Sistema Decimal de Numeración ya que aparecen

cantidades para cuya escritura se acude a garabatos o símbolos ya conocidos y que, sin embargo, representan grupos diferentes de objetos.

Por ejemplo el par de símbolos 12 representan "doce elementos", en una apreciación que aparentemente no tiene discusión; sin embargo en el transcurso del juego se observa que, dependiendo de la base, 12 puede representar grupos diferentes de objetos:



Por esta razón, se acude a diversos recursos para tratar de resolver el supuesto sin sentido que se enfrenta.

El siguiente ejemplo, tomado de una de las sesiones de asesoría, puede servir de ilustración a la situación planteada:

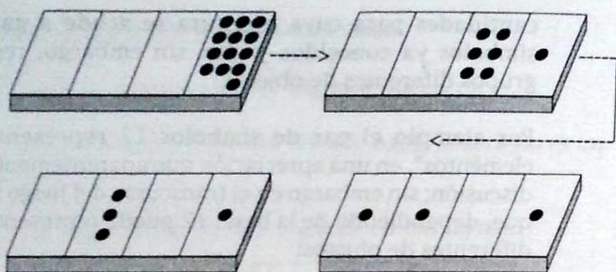
"Contemos los siguientes objetos:



Asesor: *¿Cuántos objetos hay en total?*

Docente: *Hay trece en total*

A: *¿Cuántos hay en base dos? Utilicemos el ábaco para contarlos:*



A: ¿Cuántos quedaron en cada casilla?

D: Uno uno cero uno (en forma verbal)

A: Entonces, ¿cuántos hay en total?

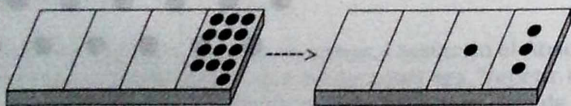
D: Mil ciento uno

A: ¿En qué sistema se lee de esa manera?

D: En el sistema decimal.

(Cuando se aclara que en el sistema binario no se dispone de palabras numéricas para nombrar esta cantidad, por lo que es necesario leer el resultado dígito por dígito, en este caso, uno uno cero uno, de todas maneras cuando se intenta su escritura la docente propone la siguiente forma: 1, 1, 0, 1).

A: Contemos ahora la misma cantidad pero en base diez:



A: ¿Cuántas fichas hay en total?

D: Hay uno tres (en forma oral). En forma simbólica sería 1,3

A: ¿Cómo se lee ese número en el sistema decimal?

D: "trece".

Es decir, lo que plantean algunos docentes es que las cantidades pertenecientes al sistema decimal se leen y escriben en la forma conocida (10 \rightarrow diez; 13 \rightarrow trece; 15 \rightarrow quince, etc.); pero si esas mismas cantidades pertenecen a otro sistema, su escritura debe diferenciarse de la base diez empleando comas.

10 en base diez

1,0 en otra base cualquiera

8.1.4 Algunas dificultades de la Matemática Escolar

Las situaciones presentadas en los numerales anteriores dan cuenta de un hecho o un estado de cosas, reconocido de viva voz por una buena parte de los docentes participantes presentes en el presente proceso: existe, dentro de los docentes de Educación Básica, una gran deficiencia en relación con la comprensión de lo esencial del conocimiento matemático, es decir, con sus estructuras, con los sistemas regulados en que está organizado, con la articulación entre el lenguaje común y el lenguaje formal de la matemática, en fin, con el conocimiento profundo de su naturaleza.

En lo que tiene que ver con la estructura del Sistema Decimal de Numeración, la dificultad se expresa principalmente en el hecho de asumir las cantidades como si estuvieran formadas por objetos (cifras) autónomos e independientes entre sí. Por lo tanto, el Sistema Decimal se enseña como un sistema no posicional; de aquí que los algoritmos solo se puedan aplicar de derecha a izquierda.

Además, la necesidad de emplear "comas" revelaría que los números se escriben aisladamente:

0, 1, 2, 3 ... 10, 11, 12 ...

Es decir, pareciera que cada número es una cantidad autónoma, una totalidad.

Se configura, de esta manera, una compleja situación en la que el concepto de REPRESENTACION que se maneje juega un importante papel; en efecto, las formas de pensar y actuar aquí registradas, revelarían que no existe una idea de REPRESENTACION acorde con el nivel de desarrollo de los docentes, pues aparece todavía muy vinculada a lo inmediato, al campo perceptivo.

Al respecto, resulta pertinente citar a Piaget en su libro: "La formación del símbolo en el niño":

"Entre la inteligencia sensorio-motora y la inteligencia median cuatro diferencias fundamentales, las cuales marcan claramente lo que falta a la primera para constituir un pensamiento lógico:

1. Las conexiones establecidas por la inteligencia sensorio-motora, no llegan a enlazar sino percepciones y movimientos sucesivos sin una representación de conjunto que domine los estados, distintos en el tiempo, de las acciones así organizadas y que las refleja en un cuadro total y simultáneo.

2. La inteligencia sensorio-motora tiende al éxito y no a la verdad: encuentra su satisfacción en la llegada a la meta práctica perseguida y no en la comprobación (clasificación y seriación), o en la explicación. Es una inteligencia puramente vivida y no pensada.

3. Como su dominio está limitado por el empleo de los instrumentos perceptivos y motores, no trabaja sino sobre las realidades mismas, sus indicios perceptivos y las señales motoras, y no sobre los signos, los símbolos y los esquemas que se relacionan (conceptos y esquemas representativos).

4. Es esencialmente individual, por oposición a los enriquecimientos sociales adquiridos gracias al empleo de los signos". (Piaget, 1987 , 326)

Para este caso particular, la ruptura entre la inteligencia sensorio-motora y la inteligencia, se manifiesta en la dificultad para establecer conexiones entre la escritura de cantidades en el sistema decimal y la escritura de las mismas cantidades en un sistema distinto.

8.1.5 Una perspectiva diferente

Como parte del resultado obtenido por algunos docentes que aplicaron en su aula las Estrategias Didácticas: El juego del Abaco y los Bloques Lógicos, se lograron reflexiones como las que se recogen a continuación, en las cuales se expresa una concepción diferente en torno a la naturaleza del conocimiento matemático:

8.1.5.1

"El conocimiento matemático adquirido por los niños durante el año académico 1995, fué más enfocado a un razonamiento que al conocimiento. Cuando los niños realizan reversibilidades, esta actividad les exige clarificación en su expresión, y sentido tanto en su verbalización como en su escritura. El grupo que trabajó más lentamente, porque suspendía su trabajo, se fué incorporando a los demás con la orientación y confrontación de los demás compañeros. No es fácil para un niño de 9 años oír a su compañero que le corrija su tarea, pero cuando éste le da razones y le demuestra su error, no tiene otra opción que aceptarlo. Además, se están convenciendo de que no solo el profesor puede corregir las tareas, sino que existen formas para que ellos mismos comprueben.

En un grupo de 33 alumnos, con el juego del ábaco se ven claramente cualidades y en cada niño se ve cómo aparecen la persistencia, la serenidad, la rapidez, la capacidad de compartir y la crítica mutua cuando resuelven ejercicios".

8.1.5.2

"ANALISIS DEL CONTEO EN BASE 10: Inicialmente se organizaron grupos de 4 o 5 alumnos donde cada uno aportaba 100 fichas, pero ante la dificultad que se presentó por la cantidad de fichas y la pérdida del control en el conteo y en la formación de grupos, los alumnos presentaron varias propuestas de solución.

La propuesta que tuvo más acogida fue la de José Luis, quien propuso elaborar diez fichas de un color que representen "1" ficha, cada una con su respectiva gráfica; diez fichas de otro color que representen "10" fichas, cada una con su respectiva gráfica; y diez fichas de otro color que representen "100" fichas, cada una con su respectiva gráfica. Esta propuesta fue aprobada por la mayoría de los alumnos, de ambos cursos y las fichas han sido de gran utilidad para:

- * La descomposición de cantidades
- * La interiorización de los conceptos de unidades, decenas, centenas y equivalencias.
- * En las sumas llevando.
- * En las restas prestando.
- * En los algoritmos con descomposición, donde el resultado obtenido en cada casilla forma uno o varios grupos de la casilla siguiente".

8.1.5.3

"ANÁLISIS DEL REGISTRO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS: Esta estrategia parte de situaciones concretas y está ligada con el desarrollo psicológico-lingüístico-matemático; el juego se orienta a que los alumnos:

** Reconozcan e identifiquen las partes del problema, tanto los datos como la pregunta o preguntas.*

** Ubiquen las posibles respuestas y soluciones, las grafiquen y sustenten.*

** Constaten la respuesta, si es razonable con las condiciones del problema.*

** También para que ellos mismos completen datos y formulen nuevos problemas.*

Los niños analizan con facilidad los problemas con cantidades muy pequeñas. La dificultad se les presenta en cantidades mayores, pues hay inseguridad tanto en el planteamiento como en el reconocimiento de sus partes. Siguen presentándose las situaciones de los juegos anteriores".

8.2 Relaciones con los padres de familia

8.2.1 Una forma de control externo

Uno de los aspectos más traumáticos de nuestra realidad escolar, detectado a través del presente proceso, está relacionado con la forma como los padres de familia influyen o intervienen en el proceso escolar.

El argumento empleado con más fuerza por la mayoría de los docentes que se resistían a transformar su práctica,

desarrollando en su aula la ESTRATEGIA DIDACTICA, se refería precisamente a la oposición que encontraban en los Padres de familia, los cuales exigirían para sus hijos resultados rápidos en lo que tiene que ver, principalmente, con el aprendizaje de los algoritmos.

El diálogo y la reflexión en torno a esta importante temática, fueron planteados reiteradamente durante las jornadas de asesoría, con el fin de avanzar en la comprensión de la naturaleza del aparente conflicto. Ese ejercicio permitió establecer, en primera instancia, los siguientes tópicos de reflexión:

- 8.2.1.1 En muchas instituciones educativas, los padres de familia "no solo dicen a los maestros qué enseñar, sino que también exigen que el maestro no salga de la escuela a capacitarse, pues consideran que su obligación es la de permanecer con los niños todo el tiempo". Esto fué un planteamiento presentado por varios de los docentes (participantes en el presente proceso).
- 8.2.1.2 A pesar del desconocimiento de los padres de familia sobre las teorías pedagógicas y didácticas, y del bajo nivel de escolaridad que poseen en la mayoría de los casos, se advierte de parte de algunos de ellos una inusitada intención de imponer una, determinada forma de trabajo en la escuela, articulada al desarrollo de unos contenidos determinados. Por el contrario los docentes, poseedores del saber pedagógico, en muchos casos aceptan ese tipo de imposición, en una actitud cuyas causas están inmersas en la respuesta al control social que enfrentan los maestros y el sistema educativo.
- 8.2.1.3 Otro elemento que parece formar parte de esta compleja situación, es el de considerar el conocimiento propio de la Escuela Primaria como algo **muy simple o muy fácil**: se trata, al fin y al cabo, de un conocimiento para niños pequeños que cualquiera puede atender; entonces basta con que alguien sepa "leer", "escribir" y "hacer cuentas" y tendrá

autoridad para enseñar o para juzgar y evaluar lo que otro haga en ese sentido.

8.2.1.4 La preocupación de los padres de familia sobre el contenido de la enseñanza de las Matemáticas puede ubicarse, entonces, en relación con lo que ellos mismos conocen y en relación con el éxito o fracaso escolar de sus hijos. De hecho, los padres de familia estarían poniendo en cuestión los métodos, las formas, la concepción y los criterios de **promoción y evaluación** del conocimiento escolar; de esa manera, exigen que los contenidos que se enseñan sean accesibles a ellos, porque con ello garantizan, a través de su ayuda, el éxito académico de sus hijos en cuanto a **promoción** se refiere, ya que si los contenidos les son desconocidos, tal éxito se convierte en algo incierto.

8.2.1.5 Por la razón anterior, el rechazo a una propuesta que aborda el conocimiento matemático desde una perspectiva especializada, en lo que tiene que ver con el conocimiento mismo y con el saber pedagógico y por tanto no accesible al padre de familia no especialista, estaría asociado a la posibilidad de fracaso de los hijos, es decir, a los **procesos de evaluación**. En este caso, para los padres de familia, el conocimiento escolar no estaría relacionado con el desarrollo pleno de sus hijos, ni con el conocimiento mismo al más alto nivel y, entonces, el conocimiento escolar que se considera importante es aquel que garantiza pasar el año, con lo que se asegura de antemano el éxito. En otras palabras, lo que se expresa es la idea según la cual la experiencia cotidiana es la que ha permitido a los sujetos sobrevivir; por esa razón se confía más en ella que en el conocimiento escolar, el cual parece no servir de nada si no resuelve problemas relacionados con la experiencia inmediata.

8.2.1.6 Cuando las formas de trabajo del docente cambian, y se transforman los contenidos y la organización escolar, si todo ello no coincide con la estructura mental del padre de familia, se produce un **rechazo** por parte de éste; se trata de una especie de temor ante lo desconocido, ante lo nuevo,

en relación con la seguridad que el padre quiere brindar a su hijo, por lo que el rechazo sería una forma de protección al menor.

En este sentido, si la escuela no trabaja sobre la concepción de éxito-fracaso sino, por ejemplo, en la perspectiva del desarrollo humano, es posible construir una relación más productiva con el padre de familia, entendida ésta como el desarrollo autónomo de la vida escolar; ello tiene que expresarse en productos concretos del conocimiento, a partir de los cuales los padres tengan un nuevo referente del éxito escolar.

8.2.2 Una forma de participación productiva

A partir de la invitación a los padres de familia a conocer de cerca la naturaleza del trabajo que los niños estaban adelantando, como resultado de lo cual fué posible la vinculación directa y productiva de algunos de ellos al proceso, se lograron las siguientes evidencias interesantes, registradas por los mismos docentes:

8.2.2.1

"ACTIVIDAD CON PADRES: Se llevó a cabo una reunión con los papás y mamás para explicarles cómo se iban a trabajar las Matemáticas en el presente año, con el fin de hacerlas más prácticas concretas y conscientes y así evitar las dificultades que los alumnos tienen cuando reciben una matemática abstracta y memorística.

Los padres de familia mostraron entusiasmo, y se ofrecieron a elaborar ellos mismos el material que sus hijos iban a utilizar durante el año para el desarrollo de la clase de Matemáticas (Abaco y Bloques lógicos)".

8.2.2.2

"TALLER No. 1. Una vez que los docentes decidimos aplicar la estrategia del Abaco con nuestros alumnos, se hizo necesario un primer taller con los Padres de familia con el fin de:

- Informar sobre los cambios en el área de matemáticas y explicar un poco a los papás sobre las actividades que realizarán sus hijos.
- Explicarles que el trabajo sería más práctico que teórico y por tanto dejaríamos un poco el cuaderno tradicional.

El objetivo central fué el de elaborar el material para sus hijos y para ello se les había pedido con anticipación una carpeta, pegante boxer y palitos de madera. En esta oportunidad notamos curiosidad en los padres para saber cómo se manejaba el material y se acordó realizar un taller para ello.

TALLER No. 2. En este encuentro se trabajó con los padres el manejo del Abaco y se lograron resolver algunos ejercicios de conteo. También fué posible iniciar el proceso de elaboración de los Bloques lógicos y cuatro personas se comprometieron a terminar todo el trabajo".

8.2.2.3

"ACTIVIDADES CON LOS PADRES DE FAMILIA: Los padres que venían desde 1994 vinculados al proceso, siguieron participando presencialmente en el aula. Los padres de los niños nuevos tuvieron

necesidad de solicitar explicaciones constantes y participar en las clases con el fin de asesorar y ayudar a sus hijos, posteriormente, en esta nueva forma de trabajar las Matemáticas".

8.3 Relaciones con el Currículo

8.3.1 El currículo como sojuzgamiento

Cuando en el diálogo con los docentes se plantea lo referente a los "programas de Matemáticas", lo que se revela en la mayoría de ellos es la que nos atrevemos a caracterizar como una relación **que sojuzga, que domina**, en vez de ser liberadora en el sentido en que el currículo sea un espacio de realización de necesidades -- al menos de entendimiento -- del docente.

Un ejemplo de que se trata de una relación de dominación y no liberadora o productiva, es el siguiente: no obstante reconocer, en la práctica de aula, la diferencia cualitativa entre la nueva propuesta y la propuesta tradicional, resuelta a favor de la primera, varios docentes no la asumieron en forma decidida porque, según ellos, no respondía en forma categórica, casi lineal, a los contenidos programáticos. Para ese grupo de docentes lo indispensable era poder responder, ante la sociedad y la institución escolar, por las temáticas que les habían sido encomendadas, independientemente de la calidad del proceso que para ello se estuviera gestando.

Esa relación, improductiva y acrítica, se presenta de igual manera con respecto a los textos escolares que, como productos salvadores, ofrecen las distintas editoriales a niños y a docentes todos los años.

Un estudio realizado en España, en torno a esta misma temática, por el profesor Luis Rico Romero, permitió al autor plantearse reflexiones como la siguiente:

"... El papel del Profesor en el aula consiste en transmitir a sus alumnos aquella maestría en cuya posesión él se encuentra. Hay un conocimiento establecido mediante unos programas y desarrollado mediante unos libros de texto. El Profesor tiene que facilitar a sus alumnos la tarea de asimilar el conocimiento que aparece en el libro de la materia correspondiente, ya que éste es el conocimiento oficialmente prescrito en un programa que se articula dentro de un plan de estudios, y que toma su coherencia como parte de un todo. El Profesor no tiene por qué cuestionar los conocimientos que debe transmitir, ya que no es asunto de su competencia la selección ni la graduación de los mismos; hay un programa que ejecutar y ésta es la función que él debe realizar.

Tarea del profesor es hacer la presentación suavizada, de una parte o de la totalidad de la información del libro, justificando con ejemplos el tratamiento abstracto ó bien el significado de los conceptos. Los ejercicios del libro de texto desarrollan los conceptos y refuerzan las destrezas. Los contenidos, dentro del mismo nivel, no varían de un curso para otro ..." (Rico, 1990, Pág. 22)

8.3.2 El currículo como espacio de Realización

Uno de los aspectos propuestos a los docentes como tópico de evaluación del proceso fué precisamente el referido al problema curricular; se les solicitaba comparar el programa tradicional de Matemáticas con la propuesta de Estrategia Didáctica, haciendo alusión a las ventajas y dificultades que cada uno ofrece y a la posibilidad de convertirlas en propuestas complementarias:

8.3.2.1

"El currículo propone unos contenidos para el curso segundo; el Juego del ábaco da libertad para el desarrollo de los temas hasta donde el niño lo permita. La estrategia didáctica del Abaco no se aísla del contenido del currículo; mejor aún lo amplía significativamente tanto en los contenidos, como en la función del maestro en la clase.

Nuestra inquietud con respecto a la evaluación, es cómo modificarla para que esté de acuerdo con la estrategia del Abaco y sin dar un valor cuantitativo".

8.3.2.2

"En la **forma tradicional** de enseñar Matemáticas se da la repetición de una serie de contenidos donde el maestro enseña los pasos a seguir y el alumno se limita a copiar, memorizar y repetir por medio de la realización de ejercicios que para ellos no tienen ningún sentido, siendo el maestro el poseedor del saber y el alumno su simple receptor.

Cuando se aplica la **Estrategia Didáctica**, el punto de partida del desarrollo lógico-matemático del alumno está en:

- * El juego concreto sobre el ábaco, los bloques lógicos y los problemas.
- * El análisis de cada nivel situacional y la realización verbal del mismo, que lleva al alumno a pensar en lo que hace, cómo lo hace y para qué lo hace, de donde extrae su propio conocimiento matemático: nociones, conceptos y esquemas mentales

que puede reconstruir más adelante en el momento en que los necesite.

* El maestro es un guía-moderador del trabajo y el alumno el productor de su conocimiento “.

8.3.2.3

"La actividad con el ábaco ha permitido elaborar los conceptos de las Matemáticas. Por medio del trabajo con la multiplicación, se ha encaminado el proceso hacia el concepto de múltiplo. Se aprovecha la agilidad con que los alumnos representan con dibujos esta operación, se les menciona la palabra múltiplo como el resultado de sumar varias veces la misma cantidad y luego se les pregunta:

Entonces, qué es múltiplo?

Se tienen varias respuestas que por lo general inician con la expresión "por ejemplo" y entre ellas la que dice "por ejemplo con doce fichitas puedo hacer cuatro grupitos de a tres y no me sobran fichas".

Así se llega entre todos a una sola definición. Se orienta a los niños a hacer grupos en el ábaco, de diferente tamaño, con una cantidad determinada de fichas, pero con la condición de que no sobre ninguna.

Los alumnos concluyen que con algunas cantidades se pueden hacer grupitos de diferente tamaño, de modo que no sobren fichas, es decir que un número puede ser múltiplo de varios al mismo tiempo".

La perspectiva del presente proyecto, a largo plazo, se ubica en el diseño y ejecución de Propuestas de desarrollo curricular basadas en la experimentación en el aula de la Estrategia didáctica del ábaco; los trabajos y reflexiones que se presentan en el presente informe constituyen un primer avance en la consecución de tal propósito.

9. REFLEXIONES SOBRE LAS EVIDENCIAS ENCONTRADAS

9.1 Algunas concepciones que circulan en la escuela

Acerca de las concepciones de los maestros sobre el trabajo pedagógico, ha sido posible hasta el momento el **planteamiento de algunas hipótesis**, cuya validez y veracidad continúan formando parte de los **objetivos de investigación** del proceso:

9.1.1 Concepción de escuela

En este sentido lo más relevante es la idea de escuela como una organización reticulada en el espacio y en el tiempo, ya que parece terminar y volver a comenzar en cada período escolar, en cada semestre, en cada año, en cada aula, en cada asignatura...

Se trata de una concepción de escuela que conduce a asumir la ocurrencia y la sucesión de hechos escolares, como entidades independientes no integrantes de un proceso único: " ... una cosa es segundo y otra es tercero..."; " ... una cosa es Sociales y otra Matemáticas..."; "... cada profesor tiene su forma de trabajar ..."; " ... lo que los alumnos estudiaron el año pasado, no es problema mío ..."; " ... la capacitación debería hacerse a comienzo de año; en Agosto, ya para qué?".

Además, en esta concepción de escuela, aparece implícita una concepción de evaluación que se manifiesta a través de las siguientes situaciones:

- 9.1.1.1 Las notas (cuantitativas o cualitativas) de fin de período se obtienen mirando el conocimiento en términos de unidades de tiempo y no en términos del proceso cumplido por los estudiantes; es como si se evaluara el período de tiempo y no el nivel de desarrollo de los alumnos.

9.1.1.2 No hay una relación clara entre la promoción escolar y la superación de dificultades por parte de los alumnos, en la medida en que las evaluaciones de períodos anteriores son inmodificables, no obstante que los conocimientos sean asimilados en tiempo ulterior. Si lo aprendido no se localiza en un tiempo determinado, ello no cuenta para la promoción escolar; se configura de esta manera un tipo de evaluación que "promedia el saber con el no saber", al decir del profesor Orlando Mesa, y que reafirma en la práctica la disposición de la escuela a esperar de los estudiantes desarrollos iguales en tiempos iguales.

9.1.1.3 De la misma manera, el texto escolar es asumido de manera segmentada, ya que para cada grado se pide un texto diferente, independientemente de que los contenidos del texto del año anterior hayan sido abordados completamente o no. El proceso de cada año no comienza en el punto en que quedó el año anterior, sino en la primera temática que proponga el nuevo texto.

9.1.2 Concepción de conocimiento

De manera análoga, el conocimiento se asume como acumulación de contenidos, logrados a través de hechos aislados y ubicados rígidamente en el tiempo escolar, con lo cual aparece una concepción que no posibilita una **relación esencial**, a partir de la cual los hechos de **conocimiento** puedan ser explicados. La evidencia más notoria de esta concepción radica en que a los alumnos se les enseña el resultado final de los procesos, ocultando de esta manera la dinámica de su construcción, su lógica interna y las relaciones o conexiones entre diferentes conceptos, como parte de una estructura que da cuenta de lo esencial de la disciplina y de la dinámica de su transformación. De esta manera, la relación con el conocimiento deviene en una **relación burocrática**, en la que tanto el maestro como el alumno se convierten en **funcionarios** del mismo.

9.1.3 Concepción de Actividad Escolar

Aparece la actividad escolar como **medio** a través del cual se resuelven los hechos de conocimiento y como **expresión puntual** de situaciones relacionadas con el desarrollo de los estudiantes.

Sin embargo, en esa concepción se revela una **falta de intencionalidad** de la actividad en la medida en que sus diferentes manifestaciones aparecen desligadas unas de otras. No existe un propósito común que las articule y las haga coherentes en lo que se refiere al desarrollo intelectual, ético, físico ... de los estudiantes. En dichas actividades no se vislumbra una perspectiva clara que permita transformar las prácticas cotidianas, lo que conduce a realizar las mismas cosas de la misma manera o a cambiar de actividad por motivaciones externas y de carácter espontáneo.

9.1.4 Concepción de Identidad Profesional

En consonancia con las concepciones de escuela, conocimiento y actividad escolar, se revela una concepción de identidad profesional determinada más por compromisos contractuales (cumplimiento de horario, atención de las clases, elaborar boletines, parceladores ...) que por competencias académicas.

Lo anterior implica una relación con el conocimiento y con la profesión, situada, localizada en el espacio y tiempo escolares, lo cual limita notoriamente la producción de saber, habida cuenta de la precariedad del ambiente académico en las instituciones escolares. Se renuncia de esta forma a una búsqueda autónoma del desarrollo personal, y se opta por otra condicionada, en el mejor de los casos, por factores externos más que por motivaciones internas derivadas del ejercicio profesional.

9.1.5 Sobre el aislamiento del Maestro y las relaciones de poder en la escuela

Además de las concepciones mencionadas, pero en estrecha relación con ellas, fué posible avanzar en la observación de la situación de soledad y aislamiento que caracteriza el desempeño de muchos maestros, situación expresada en la falta de comunicación productiva con los colegas, con la administración, con los padres de familia, con la comunidad académica, con la sociedad.

Un ejemplo de ello, en relación con los colegas, es el hecho de que la responsabilidad sobre las deficiencias académicas de los alumnos se adjudica al maestro del año anterior, en una muestra evidente de la falta de un proyecto y un compromiso común en su desarrollo.

Paradójicamente, la situación de **soledad** del maestro se configura al interior de un mundo de **relaciones de poderes**, en lo que tiene que ver con el ejercicio de su profesión, relaciones que resultan ser de naturaleza diversa:

- * Relaciones de poder social
- * Relaciones de poder en lo administrativo
- * Relaciones de poder en cuanto al conocimiento

Con su trabajo, el maestro debe satisfacer a todos estos poderes, el más fuerte de los cuales parece ser el **social** representado en los colegas y en los padres de familia.

La relación con el **poder administrativo** puede resultar de fácil manejo, en la medida en que se trata de un poder con procedimientos no eficaces, o dilatados en el tiempo, o que se pueden neutralizar a través de la acción sindical.

Por lo anterior, la ayuda eficaz para el maestro parece ser aquella que le permite satisfacer al **poder social** y no al **poder de conocimiento**; es decir, la ayuda es relevante para el maestro no en la medida en que potencie su

desarrollo individual y colectivo, sino en la medida en que refuerce los mecanismos de satisfacción del poder social, el cual se expresa a través de una concepción muy particular de conocimiento matemático.

El proceso adelantado durante los años 1994 y 1995 permitió vislumbrar las concepciones expuestas, y asimismo permitió detectar algunos elementos de la red de relaciones a través de las cuales posiblemente se expresa la **identidad del maestro**. Profundizando un poco en el análisis se podría decir, en principio, que los nudos de red son:

- * El maestro mismo como sujeto individual y como sujeto específico,
- * los colegas,
- * el director,
- * la institución escolar,
- * el supervisor,
- * el conocimiento,
- * el currículo,
- * la administración,
- * la organización gremial,
- * los padres de familia,
- * la sociedad en general.

El peso de cada uno de estos aspectos en la conformación de la identidad del maestro, ha sido objeto de investigación en innumerables estudios realizados en distintos países. De la misma manera, se constituye para el Anillo de Matemáticas en permanente tema de interés en lo que tiene que ver con el desarrollo de procesos investigativos que permitan, en el futuro, avanzar en la comprensión de la naturaleza del SER MAESTRO, elementos de comprensión que, consideramos, deben estar en la base de sustentación de toda propuesta que apunte a la Formación de maestros.

9.2 Acerca de la Relación Matemáticas - Realidad

Según se anotó en 9.1.5, una de las formas como se manifiesta el **Poder social** en la escuela, es mediante una concepción muy particular del conocimiento matemático. Dicha concepción (planteada también en 8.2) se ubica en el ámbito de la discusión permanente acerca de la **realidad** y de la **naturaleza del conocimiento** de la realidad, ya que las matemáticas escolares parecen estar ancladas al mundo sensible, a la experiencia inmediata.

Comencemos esta reflexión citando nuevamente a Gastón Bachelard en "La formación del espíritu científico".

"...Puesto que lo concreto acepta la información geométrica, y es analizado correctamente por lo abstracto, ¿por qué no fijar la abstracción como el derrotero normal y fecundo del espíritu científico? La abstracción despeja al espíritu, lo aligera y lo dinamiza. Una experiencia científica es una experiencia que contradice a la experiencia común. La experiencia común permanece siendo un hecho, no puede dar una ley, no puede ser verificada. Confirmar científicamente la verdad, es verificarla desde varios puntos de vista diferentes".
(Bachelard, pág. 14)

Volvamos a la pregunta inicial: ¿Qué es la realidad?

La historia de la filosofía muestra que la respuesta a esta pregunta, ha sido una preocupación constante para la humanidad. Si dicha respuesta fuera sencilla, los grandes pensadores no habrían invertido tanto tiempo tratando de darle forma, ni se habrían generado a lo largo de la historia tal cantidad de polémicas, antagonismos, acuerdos, encuentros y desencuentros en torno a los distintos planteamientos.

Un breve recorrido histórico permite allegar algunas de las respuestas propuestas en diferentes épocas de la historia:

9.2.1 Los filósofos presocráticos abordaron el problema a partir de las siguientes cuestiones:

- Cuál es la materia prima de la naturaleza, de qué está hecha.
- Cómo son posibles los cambios en la naturaleza: cómo de esa materia prima es posible la enorme diversidad de la naturaleza.

Thales afirmó que la naturaleza obedece leyes: la matemática es parte de la naturaleza, por lo cual la semejanza, por ejemplo, es una ley de la naturaleza. ¿Es evidente esta ley? ¿Es visible en la naturaleza? ¿Cuál es su expresión matemática? ¿Está en la tienda o en Corabastos? Lo cierto es que Thales la utilizó para calcular la altura de una pirámide.

Parménides negó la posibilidad real del cambio, pero como de hecho observaba cambios en la naturaleza a través de los sentidos, concluyó que lo real era la RAZON puesto que los sentidos ofrecen una visión errónea del mundo.

Para Heráclito, el cambio es el rasgo básico de la naturaleza, lo que implica que el mundo se caracteriza por la contradicción, la cual es a su vez, el motor del cambio. El LOGOS es la ley natural por lo que todo debe guiarse.

Anaxágoras rechazó la idea de la sustancia primaria y propuso la tesis según la cual la naturaleza está hecha de piezas invisibles para el ojo; pero en las piezas más pequeñas hay algo del todo.

Demócrito suponía que todas las cosas estaban hechas de piezas invisibles, eternas e inalterables: los átomos. Ya que los átomos tenían diversas formas (redondos y lisos, irregulares y torcidos...) podían combinarse para formar diferentes cuerpos.

-
- 9.2.2 Con Sócrates, y en general en Atenas, el proyecto filosófico desplazó su énfasis, de la naturaleza al ser humano y al lugar que ocupa éste en la naturaleza.

Por esta razón, Protágoras afirmó que "el hombre es la medida de todas las cosas", con lo cual quiso dar a entender que la valoración de lo bueno, lo correcto, etc., debe hacerse en relación con las necesidades del hombre. Se trataba de diferenciar lo que está determinado por la naturaleza y lo que está construido por la sociedad.

Platón planteó que existe un contraste entre la situación fáctica de la sociedad y lo que es verdadero. Le interesaban las relaciones entre "lo eterno y lo inmutable, entre lo que permanece y lo que cambia". Lo que pertenece al mundo de los sentidos se desgasta; todo está hecho de un molde abstracto, eterno e inmutable. La realidad es el mundo de las ideas, mientras que el mundo material es su reflejo, y puesto que en el mundo material todo cambia constantemente, no podemos saber con seguridad sobre él: el conocimiento es conocimiento de lo estable.

Mientras que para Platón el mayor grado de realidad estaba en las ideas, para Aristóteles el mayor grado de realidad estaba en el mundo sensible: la idea de caballo, por ejemplo, es resultado de un proceso de abstracción en el sentido de que es algo que se forma después de haber visto, en el mundo sensible, muchos caballos.

- 9.2.3 Descartes proponía que no solo hay que observar la naturaleza; hay que interrogarla. La realidad exterior tiene algo que podemos reconocer con la razón, por ejemplo las relaciones matemáticas de la extensión de los cuerpos; cualidades como el olor y el sabor están relacionadas con los sentidos y no describen esa realidad exterior.

Para John Locke los sentidos permiten formar ideas simples y la conciencia desencadena un proceso de elaboración partiendo de estas ideas simples; el resultado de esta

actividad son las ideas de reflexión. Es decir, partiendo de las sensaciones (ideas simples) se elaboran conceptos (ideas de reflexión). Por tanto, lo que no pueda derivarse de las sensaciones es un conocimiento falso, el cual debe ser rechazado.

Podemos estar seguros — dice Locke — de que los sentidos reproducen fielmente las cualidades primarias de los objetos de la realidad (peso, forma, número, movimiento); hay otras cualidades (color, frío, caliente, dulce, agrio) que son subjetivas y por tanto no podemos fiarnos de ellas (Moreno, 1995 pag. 11)

9.2.4 Hasta aquí se pueden diferenciar dos posiciones:

- * EL MUNDO ES COMO SE PRESENTA A LA RAZON
- * EL MUNDO ES COMO SE PRESENTA A LOS SENTIDOS.

El conocimiento del mundo — afirma Kant — proviene, efectivamente, de nuestras percepciones, pero nuestra razón condiciona la forma de captar el mundo. Todo lo que percibimos se aparece ante nosotros como un fenómeno en el espacio y el tiempo, como formas de sensibilidad anteriores a cualquier experiencia.

Sin embargo, la creación de las geometrías no euclideanas y su adecuación al estudio del espacio físico falsea de alguna manera la idea del espacio y el tiempo como formas innatas anteriores a cualquier experiencia.

Como los fenómenos físicos — prosigue Kant — se adaptan a nuestra conciencia, no podemos saber cómo es el mundo en sí, sino sólo cómo es el mundo **para mí**. Por lo tanto, las leyes de la naturaleza son en realidad leyes para la cognición humana.

Lo anterior significa que la realidad **cambia a medida** que el sujeto se transforma cognoscitivamente; pero la transformación del sujeto es posible en relación con la

realidad que es de carácter histórico-social. Sujeto y objeto se transforman en el proceso de conocimiento. Para el niño la realidad es una; para el joven, esa misma realidad es otra cosa. Y para el adulto, la realidad del niño y la del joven es otra cosa. Cómo se realiza este fenómeno? De qué manera ocurren transformaciones en el sujeto tal que le permitan ver transformaciones en los objetos?

De manera esquemática, la explicación piagetiana presenta los siguientes elementos:

La inteligencia es ADAPTACION a situaciones nuevas. El organismo incorpora el medio a partir de los esquemas de ASIMILACION de que dispone, aplicándolos a situaciones particulares. Los esquemas de asimilación se modifican en función de tales situaciones, produciéndose entonces la ACOMODACION en forma de modificación consecuente del organismo por las influencias del medio; una teoría, por ejemplo, es un esquema de asimilación.

La adaptación se mueve entre la asimilación y la acomodación: la reorganización de los instrumentos asimiladores (sujeto) a través de los cuales se incorporan nuevas situaciones (objeto), posibilita la acomodación y ésta a su vez permite la equilibración cuyo papel fundamental es dar coherencia a las ideas. En este proceso, lo mismo aparece ahora como distinto.

Conocer la realidad es explicarla; el objeto es siempre el objeto representado e interpretado por la inteligencia, o dicho de otra manera, conocer la realidad es reconstituirla a partir de los conceptos del sujeto, en esfuerzos progresivos y de intercambios entre el organismo y el medio — desde un punto de vista biológico — y entre el pensamiento y el objeto — desde un punto de vista cognoscitivo —. El conocimiento no es, pues, una copia pasiva de lo real; es más bien la manera como se reconstruye lo real. En este proceso de reconstitución de lo real, la ACCION desempeña un papel fundamental:

"Un incremento en la objetividad depende de un incremento de la actividad por parte del sujeto".

Las generalizaciones y abstracciones, producto de las asimilaciones, constituyen los mecanismos de pasaje de un estado de equilibrio a otro (de un nivel de conocimiento a otro). La abstracción es de dos tipos: empírica y reflexiva.

La abstracción empírica consiste en la extracción de propiedades del objeto que se analiza propiciando el pasaje de leyes particulares a leyes generales.

La abstracción reflexiva, por su parte, se expresa a través del análisis de las propias acciones y operaciones. Aquí el conocimiento aparece en un nivel superior en el que adquiere una nueva significación reflejada en un plano semiótico.

En síntesis, la producción de conocimiento es resultado de la interacción del sujeto con el mundo real: del sujeto depende cómo se asimile el objeto; de la sociedad (y de la institución escolar) depende qué se asimila, pues es la sociedad (y la institución escolar) la que suministra el contexto de significación del objeto.

9.3 Una reflexión final

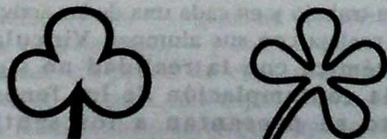
Los anteriores planteamientos pueden resultar particularmente importantes para el docente, en la medida en que aportan elementos para una perspectiva intencional en su trabajo y en cada una de las actividades académicas que realiza con sus alumnos. **Vincular la actividad académica con la realidad no significa quedarse en la contemplación de los fenómenos externos como se presentan a los sentidos en forma inmediata.** Significa ubicarse en las posibilidades de comprensión de los sujetos dado su nivel de desarrollo ya que para cada nivel la realidad es distinta.

Frecuentemente se escucha el planteamiento según el cual hay que vincular la escuela con el contexto o entorno escolar. Para el caso de disciplinas diferentes de las matemáticas parece que tal vinculación fuera relativamente sencilla. A pesar del acuerdo en el reconocimiento de la necesidad de relacionar las matemáticas con la realidad, no parece muy evidente de qué manera una propuesta pedagógica puede ir más allá de contar hojas, flores o palitos en un paseo por el campo, por ejemplo.

La actividad central en la educación básica primaria parece estar centrada en el desarrollo de habilidades estéticas, ya que a partir de allí se pueden desarrollar las capacidades cognitivas fundamentales del sujeto. Pero más allá de una simple declaración de intención no se encuentra una propuesta de vinculación efectiva de estas actividades con las matemáticas. Lo mismo puede afirmarse en relación con las demás disciplinas.

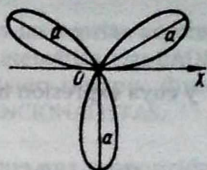
El planteamiento central en este aspecto es que si existiera una perspectiva clara en cuanto al conocimiento matemático, sería posible explicitar una serie de relaciones con otras actividades que permitieran generar expectativas, intereses, curiosidad, hacia el conocimiento matemático. Pero esto no será posible si el maestro no está preparado para ello, si estas actividades se desarrollan de manera espontánea.

Por ejemplo, es posible invitar a los niños a buscar tréboles en el césped y estimular la actividad con el reto de encontrar un trébol de cuatro hojas. Posteriormente se pueden dibujar las hojas:



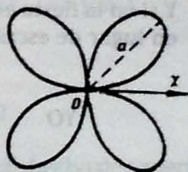
Es posible que estas curvas tengan una expresión matemática? Claro que sí. El trébol de tres hojas se conoce en matemáticas con el nombre de ROSA DE TRES PETALOS y su expresión matemática es:

$$r = a \operatorname{sen} 3\phi \quad (r \geq 0)$$

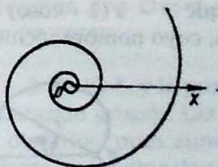


El trébol de cuatro hojas se conoce con el nombre de ROSA DE CUATRO PETALOS y su expresión matemática viene dada por:

$$r = a |\operatorname{sen} 2\phi|$$



Y si los niños quisieran internarse un poco más en el bosque, es posible que encuentren unas enredaderas que tienen la siguiente forma:



y cuya expresión matemática es:

$$r = e^{a\phi}$$

Pero si las salidas del campo los procesos poco divertidas,
puede organizar una fiesta con frac y corbata.



y cuya expresión matemática es:

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 \cos 2\varphi$$

Lemniscata de Bernoulli



Y si en la fiesta encuentra una chica-chico que le simpatice,
en lugar de escribir en la servilleta el popular mensaje

YO

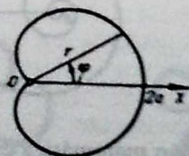


ERNESTO - LUCIA

puede hacerlos de manera un poco más académica,
escribiendo

$$r = a(1 + \cos\varphi) \quad \text{ERNESTO - LUCIA}$$

en razón a que $r = a(1 + \cos\varphi)$ es la expresión matemática
del corazón, cuyo nombre técnico es CARDIOIDE.



Si el chico - la chica no le entiende el mensaje, tenga cuidado pues lo más seguro es que él - ella esté acostumbrado (a) a cosas un poco más empíricas, por lo cual puede verse implicado (a) en situaciones embarazosas.

Douglas Gasking clasifica en dos las teorías acerca de la naturaleza de las proposiciones matemáticas: las RADICALES y las CONSERVADORAS. Al mismo tiempo, divide las radicales en EMPIRICAS y CONVENCIONALISTAS.

Las Teorías Empíricas "afirman que una proposición de la matemática es en realidad una generalización empírica de cierto tipo, particularmente bien fundamentada acerca de las propiedades y el comportamiento de objetos, obtenida mediante el examen de un gran número de casos y la comprobación de que todos se adaptan sin excepción a un solo esquema general" (Gasking, pag. 133 y ss.).

Así, por ejemplo, la proposición

$$7 + 5 = 12$$

expresaría exclusivamente el siguiente hecho de experiencia:

Si se cuentan 7 objetos de cualquier clase, luego 5 objetos más y luego se cuenta toda la colección, se obtiene siempre el número 12.

Es necesario diferenciar dos clases de proposiciones involucradas en este proceso:

La proposición " $7 + 5 = 12$ " y la proposición acerca de lo que se obtiene contando grupos. Las dos proposiciones tienen significados distintos, pues aunque es verdad que $7 + 5 = 12$, no es cierto que contando siete objetos y luego cinco, y contando luego todos, se obtenga siempre doce. La razón es que las personas se pueden equivocar al contar, los objetos contados se pueden fundir y desaparecer o se pueden confundir.

Puede responderse a las objeciones anteriores exigiendo algunas precisiones para el enunciado:

- Si se cuenta **cuidadosa y atentamente** se hallará que ...
- ...
- Si se cuenta **correctamente** se hallará que ...

La proposición " $7 + 5 = 12$ " es una tautología puesto que el criterio de corrección sería del siguiente tenor: "al sumar siete y cinco debe obtenerse doce". Contra estas precisiones se puede objetar que es posible equivocarse al contar números grandes; es posible contar correctamente siete objetos, luego cinco objetos y finalmente el total y hallar once, pues los objetos pueden desaparecer o fundirse con otro.

En este contexto, "corrección" no significa nada independiente de la proposición matemática.

"Si se cuentan objetos correctamente (o sea, de tal manera que se obtenga 12 al sumar 7 y 5), se obtendrá 12 al sumar 7 y 5".

Entre los dos tipos de proposiciones mencionados existen importantes relaciones, pero una proposición matemática no significa lo mismo que una proposición empírica. Esta es **CORREGIBLE** en cuanto que ciertos hechos, en caso de ocurrir, probarían que la proposición es falsa. La verdad o falsedad de una proposición corregible depende de la ocurrencia de ciertos hechos, dice qué cosas ocurren; esta clase de proposiciones dan alguna información acerca del mundo. Las proposiciones acerca de los resultados que se obtendrán habitualmente al contar son **INCORREGIBLES**, pues ningún hecho futuro de ninguna especie probaría jamás que la proposición " $7 + 5 = 12$ " es falsa ni obligaría a nadie a abandonarla. Si se obtuviera un resultado distinto, se atribuirían a razones de tipo psicológico o físico. Ocurra lo que ocurra, no se dirá nunca que " $7 + 5 = 12$ ", pues ella no predice la ocurrencia de ningún hecho, no dice nada acerca del mundo.

La proposición " $7 + 5 = 12$ " es, entonces, prescriptiva en el siguiente sentido:

- Al contar 7 y 5 no se hallará un resultado distinto a 12.
- Si al contar 7 y 5 se obtiene un resultado distinto de 12, debemos buscar explicaciones sobre lo ocurrido (me he equivocado al contar, alguien ha cogido alguno de los objetos, dos de los objetos se han fundido, uno de los objetos ha desaparecido...).

Las TEORIAS CONVENCIONALISTAS "reducen analíticamente las proposiciones matemáticas a proposiciones acerca del uso de símbolos: una proposición matemática es en realidad una proposición empírica que describe el modo como la gente instruída en este campo suele usar ciertos símbolos".

Si $7 + 5 = 12$ fuera realmente una afirmación acerca del uso común de símbolos, entonces $7 + 5$ no sería igual a doce con otra convención simbólica. Pero $7 + 5 = 12$ seguiría siendo verdadera. Al utilizar convenciones simbólicas diferentes, la equivalencia de $7 + 5 = 12$ debe significar lo mismo; por ejemplo,

$$\begin{array}{lll} 7 + 5 & = & 12 & \text{en base diez.} \\ 111 + 101 & = & 1100 & \text{en base dos} \\ 21 + 12 & = & 110 & \text{en base tres} \end{array}$$

Las dos últimas proposiciones, equivalentes a la primera, también son incorregible. Por tanto, $7 + 5 = 12$ y toda traducción correcta de ella a cualquier otra convención simbólica serán verdaderas ocurra lo que ocurra. Su verdad depende del hecho empírico del uso de símbolos de un modo determinado.

Por otra parte, estas teorías afirman que *las reglas simbólicas son arbitrarias esencialmente, mientras que las matemáticas dependen, por lo menos en alguna medida, no de nuestra elección de convenciones simbólicas sino de la naturaleza de la realidad, puesto que solo nuestro actual sistema da*

resultados útiles en la aplicación a las tareas prácticas del mundo.

Sin embargo, contrario a lo anterior, es posible usar cualesquiera reglas matemáticas en la solución de problemas cotidianos. Un ejemplo es el siguiente:

Supóngase que se quiere embaldosar una habitación que "mide" seis metros de largo y cuatro metros de ancho, con baldosas de un metro cuadrado. Según la tabla usual de multiplicación, se necesitarían seis por cuatro baldosas, o sea veinticuatro baldosas. Ahora bien, en lugar de utilizar esta tabla de multiplicar, se puede usar una aritmética en la cual seis por cuatro sea igual a doce, por ejemplo, medir y contar con ella y embaldosar la habitación con el número exacto de baldosas. Veamos:

La tabla de multiplicar en la nueva aritmética viene dada por la expresión

$$\frac{(a + 2)(b + 2)}{4}$$

es decir $2 \times 2 = 4$; $2 \times 4 = 6$; $2 \times 8 = 10$; $4 \times 4 = 9$; $4 \times 6 = 12$; etc.

Ahora se pasa a tomar las medidas de la habitación, para lo cual se utiliza el siguiente procedimiento:

- Se coloca el metro a lo largo del lado mayor, con el "0" en la esquina y el otro extremo en el lugar correspondiente sobre el lado. Al hacer esto se cuenta "UNO".

$$\frac{\quad}{0 \quad \quad \quad 100}$$

- Se hace girar el metro alrededor del punto "100 cm", de modo que describa dos ángulos rectos, hasta que se encuentre otra vez a lo largo del lado de la habitación con

la señal "100 cm." más cerca del rincón de donde se partió que de la señal "0". Al hacer esto se cuenta "DOS".

_____ _____
100 0

- La dirección del metro ha quedado invertida; convencionalmente las longitudes se miden siempre en la misma dirección; luego hay que hacer girar el metro alrededor de su centro hasta que la señal "100 cm" se encuentre donde estaba hace un momento la señal "0" y viceversa. Al hacer esto se cuenta "TRES".

_____ _____
100 0

0 100

- Se vuelve a hacer describir al metro dos ángulos rectos alrededor del punto "100 cm." y se cuenta "CUATRO".

_____ _____
0 100 0

- Se vuelve a invertir la dirección, como antes, y se cuenta "CINCO".

_____ _____
100 0

- Por último, se hace describir al metro dos ángulos rectos alrededor del punto "100 cm" y se cuenta "SEIS", de modo que la longitud del lado de la habitación es seis metros.

_____ _____
0 100 0

Con el mismo procedimiento se mide el otro lado de la habitación y se encuentra que tiene cuatro metros.

Se multiplica seis por cuatro según la tabla ($6 \times 4 = 12$), se cuentan las baldosas y la habitación queda completamente embaldosada.

Supóngase ahora que la tabla de multiplicar equivocada diera $3 \times 4 = 24$. Se miden los lados de la misma forma correcta como lo hacemos nosotros y se halla que los lados miden 3 y 4 metros respectivamente. Entonces se multiplica tres por cuatro y se obtiene 24; se "cuentan" 24 baldosas, se colocan en el suelo y con ellas se cubre el piso exactamente.

La clave del asunto radica en lo siguiente: "nuestra técnica para calcular áreas es relativa a una cierta técnica de medición y a una determinada técnica de contar". Si se emplea un método para hallar áreas, es porque se usa un determinado método para medir longitudes. (Gasking, 1974)

Finalmente, las TEORIAS CONSERVADORAS afirman que las matemáticas:

- son sui géneris,
- no pueden reducirse analíticamente a otra cosa,
- dan información acerca de un aspecto de la realidad completamente diferente de cualquier otro,
- formulan hechos muy generales de la estructura de la realidad, acerca de las relaciones necesarias y sintéticas entre los universales, número, forma, dimensión, etc.

¿Qué es entonces la REALIDAD?

Al respecto recogemos la posición de Stephen Hawking planteada en el libro "Agujeros Negros y Pequeños Universos".

"Lo que consideramos como realidad se halla condicionado por la teoría que suscribimos" (pag. 53).

Las nociones de espacio y tiempo anteriores a la formulación de la teoría de la relatividad "parecían corresponder al sentido común y a la realidad" (pag. 54), pero la teoría de la relatividad cambió la visión de espacio y tiempo.

Sin una teoría no es posible distinguir lo que es real acerca del universo; no es posible saber, con independencia de una teoría, qué es la realidad; de nada sirve apelar a la realidad si carecemos de un concepto de la realidad independiente de un modelo.

"Toda la cuestión de la mecánica cuántica estriba en que tiene una visión diferente de la realidad. En esta concepción, un objeto no posee simplemente una sola historia sino todas las historias posibles. En la mayoría de los casos, la probabilidad de poseer una determinada historia eliminará la probabilidad de tener una historia ligeramente diferente; pero en ciertos casos, las probabilidades de las historias próximas se refuerzan entre sí. Una de esas historias reforzadas es la que observamos como historia del objeto".

Finaliza Hawking esta discusión haciéndose la pregunta: "¿Cómo podemos conocer lo que es real, al margen de una teoría o de un modelo con qué interpretarlo ? (pag. 56).

La pregunta, por supuesto, continúa siendo vigente, como lo siguen siendo la multitud de interrogantes surgidos durante el presente proceso y que, como se dijo antes, se constituyen en objetivos de investigación de proyectos futuros.

BIBLIOGRAFIA

ARRIETA GALLEGUEGUI, J.J. **La resolución de problemas y la Educación Matemática: Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular.** Revista Enseñanza de las Ciencias. 1989.

ASOCIACION ANILLO DE MATEMATICAS. AMA. **El desarrollo del pensamiento matemático en la Educación Básica.** Santa Fe de Bogotá. 1995.

ASOCIACION DISTRITAL DE EDUCADORES. **Revista Tribuna Pedagógica.** No. 6. Propuesta de trabajo en matemática para grado sexto. Santa Fe de Bogotá. 1991.

BACHELARD, Gastón. **La formación del espíritu científico.** Siglo XXI Editores. México. 1978.

CARR W., Kemmis S. **Teoría Crítica de la Enseñanza.** Ediciones Martínez Roca. Barcelona. 1988.

CHARUM, Jorge. **Una aproximación al concepto de comunidad académica: su relación con las comunidades científicas.** Preimpreso. Universidad Nacional. Santa Fe de Bogotá. 1991.

DAVIDOV, Vasili. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico.** Editorial Progreso. Moscú. 1988.

DE GUZMAN, Miguel. **Tendencias innovadoras en Educación Matemática.** Proyecto IBERCIMA. Preimpreso. Madrid. 1989.

DEMIDOVICH, B. **Problemas y ejercicios de Análisis Matemático**. Editorial Mir. Moscú 1977. Sexta edición.

DE ROUX, Rodolfo. **Cultura y Formación Docente**. Revista Foro No. 3. Santa Fe de Bogotá. 1990.

DIRECCION DE INVESTIGACION EDUCATIVA DIE-CEP. **Investigando el currículo practicado**. Editora Guadalupe Ltda. Santa Fe de Bogotá. 1995.

FORTUNY, Josep M. y otro. **Tendencias y experiencias innovadoras en la formación del profesorado de Matemáticas**. OEL. Proyecto IBERCIMA. Preimpreso. Caracas. 1992.

FOUCAULT, Michel. **Las palabras y las cosas**. Siglo XXI Editores. México. 1991. Traducción de Elsa Cecilia Frost.

GARCIA M., Manuel. **Lecciones Preliminares de Filosofía**. Ediciones Nacionales. Santa Fe de Bogotá. 1991.

GASKING, Douglas. **La Matemática y el Mundo en Matemática, verdad y realidad**. James R. Newman. Antología. Editorial Grijalbo, Barcelona 1974.

GATES, Bill. **Camino al futuro**. Editorial Mc. Graw Hill, Santa Fe de Bogotá, 1995.

HAWKING, Stephen. **Agujeros Negros y Pequeños Universos**. Planeta Colombiana Editorial S.A. 1995.

KAMII, Constance. **El niño reinventa la Aritmética**. Implicaciones de la teoría de Piaget. Editorial Visor. Madrid. 1993.

IFRAH, Georges. **Las cifras: historia de una gran invención**. Alianza Editorial. Madrid. 1987.

KLINE, Morris. **El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días**. Tomo I. Alianza Editorial. Madrid. 1992.

KOSIK, Karel. **Dialéctica de lo concreto**. Editorial Grijalbo, México. 1988.

LE LIONNAIS, F. **Las grandes corrientes del Pensamiento Matemático**. Editorial Universitaria de Buenos Aires. Argentina 1976. Tercera edición.

LLINARES, Salvador. **La formación de profesores de Matemáticas**. Copyur S.L. Sevilla. 1991.

MAZA GOMEZ, Carlos. **Sumar y Restar. El proceso de enseñanza - aprendizaje de la suma y de la resta**. Editorial Visor. Madrid 1989.

MAZA GOMEZ, Carlos. **Multiplicar y Dividir a través de la Resolución de problemas**. Editorial Visor. Madrid. 1991.

MAX-NEEF, Manfred y otros. **Desarrollo a Escala Humana. Una opción para el futuro**. Capaur. Uppsala (Suecia). 1986.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. **Propuesta de Renovación Curricular para Grados 1° y 2°**. Santa Fe de Bogotá. 1987.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. **SISTEMA NACIONAL DE EVALUACION DE LA CALIDAD DE LA EDUCACION. SABER. Primeros Resultados: Matemáticas y Lenguaje en la Básica Primaria**. Editorial ABC. Santa Fe de Bogotá. 1992.

MISION CIENCIA EDUCACION Y DESARROLLO. **Colombia al filo de la oportunidad**. Presidencia de la República. COLCIENCIAS. Santa Fe de Bogotá. 1994.

MORENO, Luis. **Apuntes para el CURSO NACIONAL SOBRE DIDACTICA DE LA MATEMATICA**. Universidad del Valle. Manuscrito. 1995.

MURRAY, Alexander. **Razón y sociedad en la Edad Media**. Editorial Tamus. México. 1982.

ORGANIZACION DE ESTADOS IBEROAMERICANOS. OEL. Diagnóstico sobre la formación y capacitación docente del profesorado de Matemáticas y Ciencias en los países Iberoamericanos. Preimpreso. Santa Fe de Bogotá. 1992.

PEREZ, Jesús Hernando. Geometría euclideana y construcción de conocimiento. Preimpreso. Santa Fe de Bogotá. 1992.

PIAGET, Jean. Introducción a la Epistemología Genética. Pensamiento Matemático. Ediciones Paidós. México. 1987.

PIAGET, Jean. La formación del símbolo en el niño. Fondo de Cultura Económica. México. 1987.

PIAGET, Jean. La construcción de lo real en el niño. Editorial Crítica. Barcelona. 1989.

PORLAN, Rafael y otro. El Diario del Profesor. Un recurso para la investigación en el aula. Sevilla. 1993.

RICO, Luis y otros. Teoría y práctica en Educación Matemática. Ediciones Alfar y Sevilla. 1990.

SCHEIN, Edgar. La cultura empresarial y el liderazgo. Plaza y Janés Editores S.A. Barcelona. 1988.

SERVICIO NACIONAL DE PRUEBAS. SNP. MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Una propuesta para la valoración de los logros en Matemáticas. Preimpreso. Santa Fe de Bogotá. 1995.

SMITH, D.E. History of Mathematics. Dover Publications, Inc. New York. 1953.

TALIZINA N. Psicología de la Enseñanza. Editorial Progreso. Moscú. 1988.

VASCO, Carlos E. Conjuntos, Estructuras y Sistemas. Revista Academia Colombiana de la Ciencia. No. 18. Universidad Nacional de Colombia. Santa Fe de Bogotá. 1991.

VASCO, Carlos E. **El enfoque de sistemas para las Matemáticas de Preescolar y Primaria en Un nuevo enfoque para la Didáctica de las Matemáticas.** Volumen 1. Serie Pedagogía y Currículo. Ministerio de Educación Nacional. 1994.

VYGOTSKY, Lev S. **Pensamiento y Lenguaje.** Editorial La Pléyade. Buenos Aires. 1976.

WERTSCH, James. **Vygotsky y la formación social de la mente.** Ediciones Paidós. Barcelona. 1988.

WOOD, Larry E. **Estrategias de Pensamiento.** Editorial Labor S.A. Barcelona. 1988.

ZIEGLES, Theodor y otros. **Juegos de calcular.** Editorial Interduc S.A. Madrid. 1977.

Desde el año 1991 el Anillo de Matemáticas viene presentando propuestas de innovación e investigación en Educación Matemática a docentes de la capital y otras regiones del país.

La labor cumplida durante los años 1994 y 1995 originó, al interior del equipo de trabajo, una dinámica de reflexión y discusión que contribuyó a ubicar el que consideramos, por el momento, el problema más importante referente a la Formación continuada de docentes en Matemáticas, cual es la necesidad de avanzar en la comprensión de la naturaleza y forma de constitución de sus prácticas y discursos a fin de ubicar la posibilidad real de lograr la transformación que se pretende desde las diferentes propuestas.

Los resultados posibilitaron, además, esbozar algunas de las concepciones que circulan en la escuela en torno al conocimiento, la evaluación y el maestro mismo.



**ASOCIACION ANILLO
DE MATEMATICAS AMA**