

# ¿QUERER ES PODER?

La modelación matemática en el sueño de seguir estudiando

OSCAR ALEJANDRO BARRIOS CANDIL  
LESLY TATIANA GALVIS BEJARANO

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BOGOTÁ, D.C.  
2015

# ¿QUERER ES PODER?

La modelación matemática en el sueño de seguir estudiando

OSCAR ALEJANDRO BARRIOS CANDIL  
LESLY TATIANA GALVIS BEJARANO

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación

Director

JULIO HERNANDO ROMERO REY

Magister en docencia de la matemática

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BOGOTÁ, D.C.  
2015

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría. En aquellos casos en los cuales hemos recurrido al trabajo de otros autores o investigadores, ubicamos los respectivos créditos y referenciamos las obras consultadas.

## DEDICATORIA

A mi familia,  
apoyo incondicional y razón de ser  
en mi formación como persona y profesional día a día.

A Verónica, Alejandro y Tomás,  
antecedentes y porvenir, y por quienes  
toda acción tiene sentido.

## AGRADECIMIENTOS

A Dios, por propiciar la intersección de nuestros caminos y dotarnos de intenciones y disposiciones, ya que sin ellos nada habríamos logrado.

Al profesor Julio Hernando Romero Rey, quien fue a su vez el águila guía en esta travesía y la valkyria que con sus palabras alentó permanentemente nuestras incipientes conjeturas y arriesgadas disquisiciones.

Al grupo de investigación Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades, en especial a los profesores Francisco Camelo, Gabriel Mancera y Claudia Salazar, por sus acertados comentarios durante el sendero recorrido.

Al Colegio Divino Maestro I.E.D. por permitirnos explorar posibilidades para la educación matemática y brindarnos la oportunidad de generar el ambiente de modelación con los recursos disponibles.

A los estudiantes del curso 1003 del Colegio Divino Maestro I.E.D. durante el año 2014, porque sin sus invaluable subjetividades y su disposición para la permanente negociación en el ambiente de modelación no habría sido posible una sola palabra. Libaciones mil para todos y nuestros sinceros deseos porque sus ideas de porvenir sean una realidad.

A la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, el programa curricular de la Maestría en Educación y su cuerpo docente, en especial al profesor Rodolfo Vergel, por los múltiples espacios de encuentro y discusión que nos llevaban del limbo a la tierra media.

A nuestros compañeros y compañeras de formación académica, en especial a Leidy Camacho, amiga incondicional, aún desde la distancia.

## UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

## FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

## MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

## RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN

FICHA RAE N.º 1

<b>1. Información General</b>	
<b>Tipo de documento</b>	Trabajo de grado de maestría de investigación
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Distrital Francisco José de Caldas  Centro de documentación sede posgrados  Número Topográfico
<b>Título del documento</b>	¿QUERER ES PODER?. La modelación matemática en el sueño de seguir estudiando
<b>Autor(es)</b>	Barrios Candil, Oscar Alejandro; Galvis Bejarano, Lesly Tatiana
<b>Director</b>	Julio Hernando Romero Rey
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2015. 135 p.
<b>Unidad Patrocinante</b>	Universidad Distrital Francisco José de Caldas
<b>Palabras Claves</b>	Modelación matemática, discusiones, espacios de interacción, referencias al porvenir, subjetividad, educación matemática crítica

## 2. Descripción

El trabajo de grado de maestría de investigación que aquí narramos se basó en el montaje de un escenario de aprendizaje que permitió la generación de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, a través de la problematización para los estudiantes del curso 1003 del Colegio Divino Maestro IED de su sueño de continuar sus estudios una vez se graduaran de la educación media. En este ambiente, describimos las relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes y la producción de discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas. Para ello, enlazamos las categorías discusiones y referencias al porvenir a través de los espacios de interacción. Recurrimos a la grabación de video y de audio como técnicas para la recolección de la información. Realizamos interpretación sobre las relaciones y las negociamos con un grupo de estudiantes a través de la realización de una entrevista grupal (Kvale, 1996), con lo que encontramos que la subjetividad de los estudiantes es fundamental.

## 3. Fuentes

El documento cuenta con 59 referencias, dentro de las cuales se destacan como fundamentales las siguientes:

Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED*. Caxambu, Rio Janeiro: ANPED.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt Fur Didaktik der Mathematik*, Vol. 38, n.º 3; pp. 293 - 301.

García, G.; Valero, P. & Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En García, G.; Valero, P.; Salazar, C.; et al. (Eds). *Procesos de inclusión / exclusión, subjetividades en educación matemática*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Fondo Editorial.

Kvale, S. (1996). *InterViews—An introduction to qualitative research interviewing*. Thousand Oaks, CA: Sage.

- Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, Vol. 46; 87-113.
- Silva, C. da & Kato, L. A. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? *Bolema, Rio Claro*, Vol. 26, n.º 43; pp. 817-838.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. Dordrecht: Kluwer.
- Valero, P. (2012a): “La educación matemática como una red de prácticas sociales”. En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 299-326.
- Vithal, R. (2004). Methodological challenges for mathematics education research from a critical perspective. En Valero, P. & Zevenbergen, R. (Eds). *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology*. Dordrecht: Kluwer.

#### 4. Contenidos

El documento consta de cinco capítulos. En el capítulo 1, denominado “Encuentro de intenciones para la acción”, presentamos el inicio de la investigación, la forma en que establecimos los antecedentes relacionados con el tema, la problematización general del estudio y la selección de la metodología con la que lo realizamos. En el capítulo 2, titulado “Ojo en el camino y ojo en lo por venir”, iniciamos con la conformación de los objetivos generales del estudio con base en la exploración de intenciones de los estudiantes, y presentamos la narración acerca del ambiente de modelación, la información recolectada y los procedimientos y técnicas utilizados para ello. Por su parte, el capítulo 3, “Datos y sueños”, condensa la forma en que tratamos la información para obtener interpretaciones parciales acerca de las posibles relaciones

entre discusiones y referencias al porvenir de los estudiantes. El capítulo 4, “Negociando datos”, presenta la realización de la entre-vista grupal y la forma en que realizamos la construcción de los datos de investigación a partir de su negociación con los estudiantes, además de que presenta los hallazgos sobre las relaciones entre discusiones y referencias al porvenir de los estudiantes. Por último, el capítulo 5, “Concluyendo y de-batiendo”, incluye las conclusiones que obtuvimos acerca de las relaciones entre discusiones y referencias al porvenir y las implicaciones que tienen para el papel que juega la subjetividad en un ambiente de modelación matemática, además de poner en consideración algunas propuestas de investigación relacionadas con el concepto de discursos en la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática y el enfoque sociopolítico de la educación matemática.

### 5. Metodología

Como metodología para el estudio nos basamos en la propuesta de investigación crítica planteada por Skovsmose & Borba (2004), que plantea el establecimiento de tres tipos de situaciones —actual, imaginada y dispuesta—, por medio de las cuales pudimos establecer una investigación que cumpliera con los retos para la investigación en educación matemática crítica planteados por Vithal (2004). Así, enlazamos las categorías discusiones y referencias al porvenir a través de los espacios de interacción, entendidos como los momentos del ambiente en que los estudiantes conversan entre sí y con los docentes.

Como técnicas para la recolección de la información recurrimos a la grabación de video y de audio en cada una de las sesiones del ambiente de modelación matemática y en cada uno de los grupos de trabajo, así como a la realización de notas de clase por parte de Tatiana.

Redujimos esta información a 54 episodios, con los que realizamos la interpretación de posibles relaciones a través de la revisión de las grabaciones. Posteriormente, sometimos estas relaciones a revisión por parte de un grupo de estudiantes a través de la realización de una entre-vista grupal (Kvale, 1996) que permite el aseguramiento de la calidad de los datos obtenidos mediante su negociación (Vithal, 2004).

### 6. Conclusiones

A través del estudio pudimos establecer que condiciones como el formato de las interacciones, el tipo de tarea o la temática abordada en los ambientes de modelación matemática no eran

relevantes en la relación entre discusiones y referencias al porvenir, pero que la subjetividad de los estudiantes jugó un papel fundamental. Además, discutimos algunas implicaciones que esta idea plantea para el concepto de discurso y, más generalmente, para la aproximación entre la perspectiva sociopolítica de la educación matemática y la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, dado que revela distanciamientos entre estos dos caminos para el abordaje de la educación matemática crítica.

<b>Elaborado por:</b>	Barrios Candil, Oscar Alejandro; Galvis Bejarano, Lesly Tatiana
<b>Revisado por:</b>	Julio Hernando Romero Rey

<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	02	10	2015
--	----	----	------

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN EJECUTIVO .....	1
PRESENTACIÓN .....	2
CAPÍTULO 1. TODO EMPEZÓ EN LA SORPRESA, EN UN ENCUENTRO CASUAL .	4
Escena 1. Nosotros.....	4
Escena 2. Ellos .....	11
CAPÍTULO 2. OJO EN EL CAMINO Y OJO EN LO POR VENIR.....	23
Escena 1. Surgimiento de un sueño común .....	23
Versión final de los objetivos.....	30
Escena 2. Información para un sueño .....	30
Escena 3. Matemáticas para un sueño.....	38
El caso del grupo de manutención .....	64
El caso del grupo de transportes.....	69
El caso del grupo de financiación .....	75
CAPÍTULO 3. DATOS Y SUEÑOS.....	82
Escena 1. Explorando episodios .....	82
Escena 2. Sufrimos como condenados para poner a raya la causalidad .....	86
Escena 3. Construyendo posibles relaciones .....	88
CAPÍTULO 4. NEGOCIANDO DATOS .....	93
Escena 1. Preparando la entre-vista .....	93
Escena 2. La entre-vista .....	95
Sobre la relación entre espacios de interacción y la referencia al porvenir .....	101
Sobre la relación entre espacios de interacción y discusiones .....	105
Sobre la relación entre discusiones y la referencia al porvenir .....	117
CAPÍTULO 5. CONCLUYENDO Y DEBATIENDO .....	121
Escena 1. Y aquí concluimos .....	121
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	130

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Presentación de información sobre transportes .....	70
<b>Tabla 2.</b> Compilación de la presentación de información sobre transportes .....	70
<b>Tabla 3.</b> Datos presentados por el grupo de financiación con respecto a bancos .....	76
<b>Tabla 4.</b> Datos presentados por el grupo de financiación con respecto a créditos Icetex....	78
<b>Tabla 5.</b> Variables incluidas en cada columna de la matriz.....	86
<b>Tabla 6.</b> Cruce entre las variables tipos de discusiones y referencias al porvenir.....	87
<b>Tabla 7.</b> Guía de entrevista .....	97

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Resultados de las respuestas del curso 1003 a la primera pregunta.....	16
<b>Figura 2.</b> Respuesta de Sofía a la primera pregunta .....	16
<b>Figura 3.</b> Resultados de las respuestas del curso 1003 a la segunda pregunta .....	17
<b>Figura 4.</b> Respuesta de Santiago a las preguntas 3 y 4.....	18
<b>Figura 5.</b> Respuesta de Felipe a las preguntas 3 y 4.....	18
<b>Figura 6.</b> Respuesta de Diana a las preguntas 3 y 4 .....	18
<b>Figura 7.</b> Respuesta de Andrés a las preguntas 3 y 4 .....	19
<b>Figura 8.</b> Propuesta metodológica para la investigación crítica .....	20
<b>Figura 9.</b> Temas considerados en la discusión inicial .....	26
<b>Figura 10.</b> Diagrama circular presentado por el grupo de manutención .....	64

## RESUMEN EJECUTIVO

El trabajo de investigación que aquí narramos se basó en el montaje de un escenario de aprendizaje que permitió la generación de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, a través de la problematización para los estudiantes del curso 1003 del Colegio Divino Maestro IED de su sueño de continuar sus estudios una vez se graduaran de la educación media. En este ambiente, describimos las relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes —desde la concepción de Skovsmose (1999)— y la producción de discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas —tal y como han sido planteadas por Barbosa (2006)—. Para ello, enlazamos las categorías discusiones y referencias al porvenir a través de los espacios de interacción, entendidos como los momentos del ambiente en que los estudiantes conversan entre sí y con los docentes. Por tanto, recurrimos a la grabación de video y de audio como técnicas para la recolección de la información, así como a la realización de notas de clase por parte de Tatiana. Redujimos esta información a 54 episodios, con los que realizamos la interpretación de posibles relaciones a través de la revisión de las grabaciones. Posteriormente, sometimos estas relaciones a revisión por parte de un grupo de estudiantes a través de la realización de una entre- vista grupal (Kvale, 1996), en la que pudimos establecer que condiciones como el formato de las interacciones, el tipo de tarea o la temática abordada en los ambientes no eran relevantes en la relación entre discusiones y referencias al porvenir, pero que la subjetividad de los estudiantes jugó un papel fundamental. Por último, discutimos algunas implicaciones que esta idea plantea para el concepto de discurso y, más generalmente, para la aproximación entre la perspectiva sociopolítica de la educación matemática y la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica.

## PRESENTACIÓN

Estanislao Zuleta planteó en 1980 que nuestro problema como seres humanos es que en lugar de desear una filosofía llena de incógnitas y preguntas abiertas, queremos poseer una doctrina global, capaz de dar cuenta de todo, revelada por espíritus que nunca han existido o por caudillos que desgraciadamente sí han existido. Tal fue la doctrina con la cual tuvimos que batallar en todo momento durante el tiempo en que ocurrieron los sucesos que este documento pretende narrar. Bien por nuestras concepciones, bien por convicciones fuerte y profundamente arraigadas, nos resistíamos a lo incierto de una perspectiva en educación matemática que, si por algo se caracterizaba era, desde nuestra percepción, por la complejidad y la sensación de incertidumbre que nos generaba. A pesar de ello, decidimos iniciar un sendero lleno de incógnitas y preguntas abiertas, más por valentía que por certeza de que nos llevara a algún lugar.

Este sendero nos permitió construir una historia, que contó con muchos participantes y con gratas interacciones. Los estudiantes del curso 1003 del Colegio Divino Maestro I.E.D. fueron, de lejos, los principales protagonistas, ya que aportaron su participación en un ambiente de modelación que les resultaba tan extraño como a nosotros, e incluso nos apoyaron de manera decisiva en la labor de construcción e interpretación de datos, propuesta a través de la particular realización de una entre-vista grupal (Kvale, 1996). También contó con el profesor Julio Romero, quien desde su formación e intereses de investigación actuó como el astrolabio que nos guiaba, al menos eso pretendía, en el mar de incertidumbre en que nos encontrábamos. Por supuesto, nosotros completamos la enumeración de participantes, ya que nuestras intenciones nos llevaron a la interacción permanente con los estudiantes y con Julio.

La multiplicidad de intereses, intenciones y disposiciones que se colocó en juego en estas interacciones resultó en la generación de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica que indagaba por el sueño compartido (al menos de la mayoría) por los estudiantes, de continuar sus estudios una vez se graduaran del colegio. La investigación pretendió establecer las posibles relaciones entre la producción de discusiones y la referencia a los porvenires de los estudiantes. Sin embargo, el logro de estos objetivos

no estuvo exento de múltiples circunstancias imprevistas que, a cambio de constituir elementos para omitir en un reporte de investigación, se constituían en parte importante de la dinámica del ambiente y de la misma investigación.

Por tal razón, y alejándonos de la idea según la cual establecer distancia entre investigador y objeto investigado proporciona “objetividad” y disminuye la incertidumbre, nos inclinamos, junto con Lincoln & Guba (1985), por la idea de que investigador y objeto investigado interactúan influyéndose mutuamente, razón por la que presentar los sucesos que ocurrían y la participación dinámica de todos los intereses que entraban en juego en el ambiente de modelación y, por tanto, en el proceso de investigación, resultaba para nosotros una labor fundamental. En virtud de esta importancia, decidimos que realizar la labor de contar la historia del proceso de realización de esta investigación permitiría, de acuerdo con Jørgensen & Strand (2012), hacer evidentes las múltiples relaciones entre sujetos que se presentaban en el ambiente de modelación y en la investigación como tal, así como las ideas, pensamientos e imaginaciones que significaban para nosotros. Por esto, en ella abordamos los elementos teóricos, metodológicos, conceptuales, prácticos, inesperados y analíticos a medida que lo requería. A pesar de ello, decidimos plantear para nuestra historia cinco capítulos, correspondientes a los grandes momentos del proceso de investigación. Cada uno de ellos cuenta con diferentes escenas, entendidas estas desde Salcedo (2010) como estructuras narrativas compuestas por una unidad de tiempo, acción y lugar, con las que las narraciones hacen visibles a los personajes y los acercan a los lectores. Además, incluyen cambios en el narrador, que introdujimos con el fin de resaltar el punto de vista desde el cual ubicábamos cada parte de la historia.

Sin que se hagan necesarias más aclaraciones, dejamos que los hechos presenten, que la historia sea contada y que las incógnitas y preguntas abiertas afloren, para que de esa manera podamos elogiar la esperanza que conlleva la dificultad —o complejidad, si se quiere— antes que amedrentarnos ante la incertidumbre.

## CAPÍTULO 1. TODO EMPEZÓ EN LA SORPRESA, EN UN ENCUENTRO CASUAL

(..) Para adquirir cualquier cosa en el universo físico, debemos renunciar a nuestro apego a ella. Esto no significa que renunciemos a la intención de cumplir nuestro deseo. No renunciamos a la intención ni al deseo; renunciamos al interés por el resultado.

Deepak Chopra.

### Escena 1. Nosotros

Para Tatiana, la preocupación principal durante su formación como profesora de matemáticas fue el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como los contenidos matemáticos que hacen parte del currículo escolar colombiano. Al ingresar al magisterio, rápidamente se pudo percatar de que la escuela real dista de aquella que plantean los tratados teóricos de la pedagogía y la didáctica. Durante los cinco años que lleva trabajando como profesora, ha podido observar que la escuela clasifica a los estudiantes de acuerdo con las calificaciones de las tareas, la "normalidad" de los comportamientos, los ritmos de aprendizaje etc. En palabras de Valero, “estas clasificaciones se derivan de la adopción acrítica de marcos de referencia sobre el aprendizaje escolar, en el cual se define el aprendizaje como el ideal de estudiantes universales” (Valero, 2008; citada por García, Valero & Camelo, 2009; p.168). Al compartir esta visión global, asumió que los individuos sentados frente a ella en pupitres perfectamente organizados por filas —al menos al inicio de cada clase— llegaban con la disposición de aprender matemáticas, y que ella estaría allí para cumplir con sus intenciones, dado que “en estas teorías, el mundo material del que aprende, los estímulos e interacciones, y las condiciones para el pensamiento, son factores asumidos que deben estar disponibles o activarse por parte del que aprende” (García, Valero & Camelo, 2009; p. 168). Pero ni siquiera en un grupo de estudiantes como 1003, destacado en el colegio por su buena actitud en clase, podía dejar de encontrar resistencia a la clase de matemáticas. Pronto, y con mucha angustia, Tatiana descubriría lo equivocada que estaba.

Un día como los ya transcurridos durante los años que llevaba trabajando en el Colegio Divino Maestro IED, Tatiana se dispuso a comenzar la clase de matemáticas

(trigonometría) en el curso 1003. La única novedad del momento era cumplir con la atípica tarea de grabar la sesión en formato audiovisual para elaborar una descripción que tendría que entregar al profesor Julio Romero, director de su trabajo de grado en la maestría que cursaba.

Los estudiantes debieron desplazarse hasta un aula ubicada en el tercer piso de la edificación, espacio destinado únicamente para las clases de matemáticas, a cargo de Tatiana durante la jornada de la tarde. Los pupitres estaban ubicados en 7 filas de 6 puestos de trabajo cada una, y conformados por una silla y una mesa de plástico que, en algunos casos, aportaban a la sesión un ruido estridente que sonaba al compás del movimiento del ocupante de turno, muestra de la falta de mantenimiento adecuado.

Al llegar, los estudiantes peleaban con el poco espacio del aula para ubicarse en el lugar que la profesora les había asignado previamente, considerando dos criterios: el orden alfabético en alusión a la primera letra de su primer apellido y la separación de grupos de estudiantes que usualmente rompían la “normalidad” en el comportamiento de la clase. Luego del habitual saludo de pie, Tatiana inició la clase anhelando que no lloviera, o no fuera un día muy soleado; lo primero porque las goteras obligarían a desconfigurar la ubicación de los pupitres, y lo segundo porque el tablero brillaría tanto que sería imposible descifrar lo que se escribiría.

Lejos de allí, al otro lado de la ciudad, Oscar se tomaba un momento para abrirle la puerta a los recuerdos, mientras acompañaba en silencio el trabajo en la clase de lengua castellana de los niños de cuarto grado del colegio en donde trabajaba hace cinco años, los mismos que lleva laborando como docente. Con una sonrisa en el rostro recordaba que durante toda su formación como psicólogo siempre contempló la posibilidad de desempeñarse como docente, hasta que la ley se lo permitió y la vida le dio la oportunidad de hacerlo. Ahora se divertía en su trabajo, mientras reconocía que lo que había estudiado en su pregrado aportaba al conocimiento de la conducta de los niños, lo que le llenaba de seguridad para un buen desempeño en su labor.

Oscar se presentó a la convocatoria para ingreso a la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas con una propuesta que recogía dos preocupaciones fundamentales. La primera de ellas estaba relacionada con el mejoramiento de su quehacer como profesor de matemáticas ya que, aunque consideraba tener un nivel

aceptable de conocimientos en esta área, eran deficientes en la didáctica de esta ciencia. La segunda razón tenía que ver con una idea de investigación proveniente de su formación como psicólogo, centrada en el fortalecimiento de la “habilidad” para pensar críticamente, basada en autores como Leader & Middleton (2004).

Tatiana, por su parte, aún se preguntaba cómo fue que terminó en la extraña empresa del montaje de un escenario de aprendizaje bajo la perspectiva sociopolítica de la educación matemática. Su propuesta se derivaba del estudio de las concepciones y creencias de los estudiantes de último grado de educación media sobre la función derivada, a partir del estudio de su gráfica (Bell & Janvier, 1981; Cantoral & Montiel, 2003). Buscaba la configuración de un modelo de análisis respecto a los sentidos y usos del análisis gráfico de funciones, a partir de la articulación de distintos enfoques teóricos provenientes de la historia y la epistemología de las matemáticas, la didáctica de las matemáticas y de las propuestas curriculares vigentes en nuestro país.

Si bien, la confluencia entre análisis de gráficas de funciones y desarrollo de la habilidad para pensar críticamente resulta inusual, la situación se tornó compleja cuando el profesor Julio convocó a Tatiana y Oscar para acordar los asuntos relevantes del proceso de dirección del trabajo de grado. Allí, el docente comentó que en las investigaciones más recientes en la línea de investigación de Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades (Edumadis)<sup>1</sup> se había abordado el problema de configurar clases de matemáticas inclusivas desde el montaje de escenarios de aprendizaje en los que se generaran ambientes de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, buscando en particular identificar los diversos discursos<sup>2</sup> que constituyen las rutas de modelación (Barbosa, 2007). Dicha modelación, según Barbosa (2001), “es un ambiente de aprendizaje en el cual los estudiantes son invitados a indagar y/o investigar, por medio de la matemática, situaciones que surgen en otras áreas de la realidad” (2001; p. 6). Este ambiente de aprendizaje propicia la producción de discusiones que se constituyen como rutas de modelación, para lo cual “tomaremos la noción de rutas de modelación (...), ya que es la ruta discursiva, o sea, una

---

<sup>1</sup> Esta línea de investigación hace parte del grupo de Didáctica de la Matemática, conformado por profesores de las universidades Pedagógica Nacional y Distrital Francisco José de Caldas.

<sup>2</sup> Si bien en la producción del grupo se utiliza el término “discursos”, problematizaremos este concepto en relación con el de discusiones.

progresión de los discursos producidos por los estudiantes y/o el profesor en el ambiente social” (Barbosa & Santos, 2007; p. 5).

Dadas las condiciones de trabajo, Tatiana y Oscar tuvieron el primer contacto con las perspectivas en educación matemática crítica que, en palabras de Lerman (2000), forman parte del denominado viraje hacia lo social, lo que les implicaba la resignificación de su labor docente en tanto que inducía a “considerar el significado, el pensamiento y el razonamiento [matemáticos] como productos de la actividad social” (Lerman, 2000, p. 23). Este reconocimiento poseía unas implicaciones fundamentales para las concepciones que Tatiana y Oscar tenían acerca de la educación matemática, ya que colocaba en el escenario una alternativa a las corrientes tradicionales centradas en el funcionamiento cognitivo de los individuos, razón por la cual les implicó un reto que los dirigía hacia la transformación de creencias y concepciones sobre la educación, que ellos empezaron a asumir.

A partir de volver la mirada hacia el estudio de aspectos sociales, culturales y políticos de la educación matemática; Tatiana y Oscar coincidieron en plantear que el ambiente que ella encontraba en sus clases (expuesto al inicio de este apartado), aún con los grupos de estudiantes más “juiciosos”, planteaban un problema que podría ser abordado para su investigación. En particular, al ver la realidad de la escuela a través del estudio de los referentes teóricos, se percataron de que la exploración de las discusiones propuestas por Barbosa (2006) constituía una posible vía hacia el estudio de las interacciones en la clase de matemáticas a partir de la convocatoria de los intereses de los estudiantes, con el fin de lograr la participación de todos.

La intención conjunta que construirían Tatiana, Oscar y Julio fue la de demostrarse la existencia de lo que Valero (2002) denomina “el mito del principiante activo”, consistente en concebir al sujeto como “un agente cognitivo que actúa en lo referente a las matemáticas, (...) como aquel sujeto cuyo interés principal es el de aprender matemáticas y cuyas intenciones se ponen en acoplamiento a eso que aprende” (p.4). Es decir, que la problemática inicial que quisieron abordar fue la de crear las condiciones para la apertura de un espacio en la clase de matemáticas que se desligara de la idea de un estudiante como individuo cognitivo. En esta búsqueda, emprendieron el camino hacia el montaje de un escenario de aprendizaje, cuyo significado se especifica más adelante.

No les fue suficiente abordar una embarcación aún débil para navegar en mares turbulentos y emprendieron la búsqueda hacia la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, como un espacio para evidenciar la interacción y el diálogo en la clase. Los trabajos que habían revisado hasta este momento en relación con la modelación matemática provenían del grupo de investigación representado principalmente por Jhony Villa-Ochoa, el cual se ha ocupado de una manera importante en la modelación matemática desde una perspectiva cercana a la socio-crítica, con investigaciones desarrolladas en Colombia. Así, al revisar el documento de Villa-Ochoa & Ruíz (2009), observaron que los autores realizaban un análisis de la modelación matemática en relación con los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en matemáticas, por medio del cual mostraban que la modelación matemática podía ser ubicada como equivalente a la resolución de problemas únicamente en los casos en que se modelaban situaciones reales de contextos cotidianos, de la cultura o de otras ciencias (es decir, que provenían de un contexto extra-matemático), y en los que la modelación pretendía la (re)construcción de modelos a partir de variantes en las condiciones del fenómeno o problema, por lo que hacían un llamado a la reflexión sobre el concepto de “realidad” que se tomaba en cuenta en la modelación matemática.

Con respecto al concepto de realidad, Villa-Ochoa, Rojas & Cuartas (2010) realizaron una investigación basada en las reflexiones de profesores de matemáticas según las cuales la noción de realidad de las matemáticas escolares involucraba contextos asociados a la cotidianidad de los estudiantes, así como a aspectos sociales y culturales, lo que permitía pensar que la realidad que se hacía presente en las clases de matemáticas estaba relacionada con contextos extraescolares. En relación con esta concepción, Muñoz, Londoño, Jaramillo & Villa-Ochoa (2014) realizaron una investigación cualitativa con estudiantes de educación media basada en un ambiente de modelación matemática, en la cual concluyeron que el hecho de reconocer los contextos auténticos de los estudiantes (asociados a su cotidianidad) como insumos para desarrollar actividad matemática escolar generaba participación y empoderamiento de los estudiantes en acciones como la recolección de información y la producción de modelos y significados, así como una mayor comprensión de los fenómenos asociados al contexto, con lo que revelaban que la modelación matemática permitía articular las matemáticas escolares y el contexto de los estudiantes.

Más recientemente, Villa-Ochoa (2015) realizó un estudio que involucró la forma en que un conjunto de profesores utilizaba la modelación matemática en el aula de clase, en el cual evidenció que una de las principales formas de “hacer” modelación matemática (y a su vez la preferida por los docentes observados) era a través del uso de problemas con enunciados verbales estereotipados. Al respecto, el autor plantea que es necesario generar estrategias que permitan que los docentes trasciendan de los enunciados verbales hacia situaciones realistas que involucren en las matemáticas escolares y, por tanto, en la modelación matemática, aspectos de la cotidianidad y de la cultura de los estudiantes. Esta observación de Villa-Ochoa (2015) tomaría una gran importancia dentro de los intereses de Tatiana y Oscar, en especial porque otorgaba al estudiante un papel diferente del de individuo cognitivo, cuya cotidianidad cobraba importancia en la modelación matemática.

No obstante, y dado que también habían tenido contacto con los desarrollos de la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, les resultó interesante el papel que juegan las discusiones planteadas por Barbosa (2006) como producidas en el ambiente de modelación matemática y parte de la ruta de modelación, así como el concepto de espacio de interacción, que constituyen los momentos en que estudiantes y docente interactúan verbalmente sobre una actividad de modelación.

Pero no conformes con semejante compromiso, se plantearon el reto de establecer relaciones entre las dimensiones que la investigación en educación matemática ha identificado como relevantes para una mejor comprensión de la complejidad social y política de la clase de matemáticas (Alrø, Skovsmose & Valero, 2006; García, Valero & Camelo, 2013) y las discusiones que tienen lugar en un ambiente de modelación matemática (Barbosa, 2006 y 2007; Santana & Barbosa, 2012). Es así como llegan a plantear la *primera versión de los objetivos de la investigación*, dentro de los cuales el *general* era: analizar las posibles relaciones entre las dimensiones de los escenarios y ambientes de aprendizaje y la emergencia de discursos en un proceso de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, y los *específicos* eran: desarrollar un proceso de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, identificar los tipos de discursos que emergen en los espacios de interacción y establecer las posibles relaciones entre las dimensiones de los escenarios y ambientes de aprendizaje.

El estudio de las dimensiones que hacen García, Valero & Camelo (2013) incluye “(a) las intenciones y las referencias a los porvenires de los estudiantes como una realidad sociopolítica; (b) la construcción de la subjetividad social y el reconocimiento a las diversidades culturales de los estudiantes; (c) la materialidad para el aprendizaje; y (d) la interacción dialógica entre alumnos, y entre alumnos y profesor en el aula” (p. 56), por lo que constituye un ejercicio académico de enormes magnitudes y tareas. Además, las labores de identificar, clasificar y analizar las discusiones que se producen en un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica también configuraban una labor intensa. Por esta razón, se hacía necesario reducir las categorías a relacionar en la investigación, por lo cual consideraron que sería más adecuado limitarse a la revisión de una sola de las dimensiones de los ambientes de aprendizaje. Debido al interés que había despertado en Tatiana y Oscar la lectura del capítulo sobre intencionalidad de Skovsmose (1999), y a que el Proyecto Educativo Institucional del Colegio Divino Maestro IED “Fortalecemos nuestro proyecto de vida a través de la comunicación y los valores” colocaba un énfasis central en las perspectivas de futuro de los estudiantes, decidieron enfocar su investigación en las intenciones y las referencias a los porvenires de los estudiantes como una realidad sociopolítica.

Así, muy rápidamente, y con ayuda de los ocasionales y frecuentes lectores del engendro<sup>3</sup>, Tatiana y Oscar replantearon su trabajo al enunciar una *segunda versión de los objetivos*, en la que el *general* era describir las relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes y la producción de discusiones en un escenario educativo de aprendizaje desde la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática, y los *específicos* fueron hacer el montaje de un escenario de aprendizaje en el que se genere un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, clasificar las discusiones producidas durante el montaje del escenario de aprendizaje, identificar posibles relaciones entre la producción de discusiones y las condiciones de los espacios de interacción, e identificar posibles relaciones entre la referencia al porvenir en los estudiantes y las condiciones de los espacios de interacción. Con ellos como brújula, se lanzaron a la aventura inexorable de explorar la

---

<sup>3</sup> Según el diccionario de la Real Academia Española, la palabra “engendro” significa “plan, designio u obra intelectual mal concebidos”.

clase de matemáticas, para lo que Tatiana presentó su visión de los estudiantes que participarían en el proyecto: el grupo de la clase del 1003.

## **Escena 2. Ellos**

Una mañana, como muchas en las que nos reuníamos con Oscar y Julio para discutir sobre la elaboración de la investigación, me pidieron describir al curso 1003 en la clase de matemáticas. Acudiendo a la observación que había realizado, les comenté:

**Tatiana:** El curso es uno de los mejores décimos porque es unido y tiene estudiantes muy pilos, que preguntan y participan mucho en mis clases. Pues yo digo de mi clase, pero creo que de las otras clases también, porque ese curso, siempre que hablo con mis compañeros, me dicen que es bueno, que son responsables y pilos.

**Oscar:** ¡O sea que son re pilos los chinos!

**Tatiana:** Sí, ellos siempre salen bien en el día de la matemática. El año pasado, ese grupo ganó, y casi todos los que ganaron el año pasado siguen este año en 1003.

**Julio:** Sí, listo. ¿Pero hay algunos que no sean muy buenos en matemáticas?

**Tatiana:** Sí, pero son poquitos. Esos poquitos demuestran poco interés. Pero los niños de ese curso en general son buenos, buenos. Y les gusta.

**Oscar:** ¡Qué maravilla! ¡Esos son!

**Julio:** ¿Y cómo es la actitud de esos niños que no son tan buenos en matemáticas? ¿Se excluyen?

**Tatiana:** Pues no, aunque uno de ellos no hace mucho en clase. Pocas veces entra a clase, y cuando entra, no hace mucho trabajo en clase. Otra que recuerdo sí se esfuerza, pero es que ella es que como que le queda difícil, como que no entiende con facilidad. Igual, los otros le ayudan cuando ven que tiene dificultad con algún tema.

Julio y Oscar escuchaban atentamente mis comentarios y, mientras que Oscar parecía hacerse a la idea de que este grupo era muy cercano a la idea de un “curso ideal”, Julio se veía pensativo, seguramente acerca de que el grupo parecía interesante para establecer una diferencia con los ambientes de aprendizaje que había analizado el grupo de investigación en otros trabajos. Ese día, Oscar y yo salimos con preocupación por aquello que se nos presentaba como una difícil labor: negociar intenciones con los estudiantes, para dar inicio al ambiente de modelación matemática.

El surgimiento de nuestro acercamiento inicial con el curso 1003 se produjo de una manera bastante interesante. A partir del estudio de aspectos teóricos relacionados con el trabajo de grado, Oscar y yo escribimos y presentamos la ponencia titulada: “Discursos en la modelación matemática y su incidencia en las dinámicas de inclusión y exclusión desde una perspectiva socio-crítica” (Barrios & Galvis, En prensa), presentada en la XXVIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME) realizada en la ciudad de Barranquilla. Al regresar al colegio, y luego de haber realizado tal presentación, encontré algo que me dejó un poco sorprendida: algunos de los estudiantes del curso 1003 me felicitaron por mi participación en el evento, e incluso me otorgaron algunos regalos por aquel logro académico. Si bien con posterioridad pudimos saber que esta reacción de los estudiantes se debió a una conversación que ellos tuvieron con su profesora de química en la que ella les comentó la importancia de esta participación para mi vida académica, tuvo unas consecuencias que ni siquiera ella pudiera haber imaginado.

El reconocimiento hecho por mis estudiantes de 1003 derivó en una conversación informal en la que, mientras ellos consumían el refrigerio, indagaban los pormenores de la experiencia en el evento. Por supuesto, entré en conversación con ellos, comentándoles mis impresiones sobre la experiencia, que había conocido y tenido la oportunidad de conversar con investigadores muy importantes para la educación matemática, y que a partir de ello esperaba mejorar mis posibilidades académicas. A raíz de eso, algunos de los estudiantes plantearon la preocupación por determinar lo que sería su futuro, ya que deberían tenerlo decidido al finalizar el año siguiente.

A pesar de que ese día continué con mi clase habitual de matemáticas, el detalle que tuvieron mis estudiantes, así como la conversación que sostuvieron conmigo, me llamó la atención de una manera muy grata. Terminé mi jornada laboral sin tener la más mínima sospecha de que aquel episodio se convertiría en el germen de una experiencia que cavaría en lo más hondo de mis concepciones sobre el aprendizaje de las matemáticas.

Al siguiente día, en el encuentro de asesoría con Julio y Oscar, comenté aquel momento. Allí, luego de que exploramos con mayor detalle lo que había sucedido, notamos que posiblemente esta conversación informal podría constituirse en la circunstancia de entrada para una exploración de intereses. Como punto de partida para esta exploración contábamos con que yo conocía a los estudiantes desde el año anterior. A partir de esta

experiencia, sabía que el curso era un grupo unido, que mantenía entre sus miembros unas buenas relaciones dado que no se presentaban peleas, enfrentamientos o discusiones fuertes. Además percibía en este curso un gusto especial por sobresalir entre los demás, que presentaba facilidad para la realización de trabajos en grupo y para colaborar entre sí. Tenía información de que algunos estudiantes trabajaban en la jornada contraria a la de sus estudios —razón por la que a veces llegaban tarde al colegio o no asistían— o en fines de semana, y que había estudiantes que realizaban actividades académicas adicionales al colegio.

No obstante, considerábamos necesario realizar una observación más detallada de los estudiantes y de la cultura de clase en general, dado que esto nos permitiría identificar otras características del grupo, así como confirmar o modificar lo planteado hasta este momento; más aún, esto está de acuerdo con Skovsmose (2012a), quien plantea que dentro de la clase de matemáticas tienen lugar interacciones complejas entre estudiantes y docente (concebidos como actores sociales) que conllevan a la generación de una cultura de la clase. Dicha cultura está compuesta por una variedad de aspectos importantes para caracterizar un ambiente de aprendizaje, como las formas de comunicación, los recursos económicos de la escuela, entre otros, los cuales definen diferentes aspectos del funcionamiento de la clase a través de lo que Valero (2012a) denomina “red de prácticas sociales” en relación con la cultura de la clase.

La cultura de la clase de 1003 estaba claramente mediada por el acato a las normas que implícita o explícitamente se planteaban en el desarrollo de la misma: mantener el silencio mientras la profesora exponía el tema en el tablero, consignar en los cuadernos la producción que la docente presentaba por escrito y verbalmente, levantar la mano para pedir la palabra, etc. En general, por convicción o resignación, los estudiantes se acogían a las normas. Las clases de matemáticas transcurrían entre la explicación magistral y el desarrollo individual de ejercicios relacionados con el tema, pasando por el trabajo en grupo y la socialización de soluciones, lo que constituía una forma tradicional de organizar la clase.

Según Skovsmose (2012b), la educación matemática tradicional se ubica en el paradigma del ejercicio, al ser un trabajo dedicado a la realización de ejercicios y técnicas en un ambiente de aprendizaje ideado como un espacio para asimilar información matemática y resolver ejercicios. Este paradigma puede contrastarse con un enfoque investigativo en el que el trabajo se realiza por proyectos en el marco de un escenario de investigación. Este concepto involucra la totalidad de las acciones que toman lugar en el aula de clase de matemáticas, de

forma que la cultura de la clase es una parte constitutiva de dicho escenario. Skovsmose (2012b) da “el nombre de escenario de investigación a una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación” (p. 111).

Sin embargo, y con base en esta idea, relacionamos el concepto de escenario de aprendizaje al de escenario de investigación, con base en la propuesta presentada por Alrø, Skovsmose & Valero (2006, 2007). Según García, Valero & Camelo (2013), el escenario de aprendizaje “se refiere a un campo de investigación constituido por diferentes prácticas de educación matemática, las cuales tienen un impacto en la forma en la cual el aprendizaje y la enseñanza toman lugar en un aula multicultural” (p. 48). Estas prácticas configuran una compleja red de prácticas sociales, que a su vez involucran una serie de dimensiones desde las que pueden ser analizadas, una de las cuales hace referencia a los porvenires de los estudiantes como una realidad sociopolítica. Esto quería decir que las prácticas sociales que tienen lugar en la clase de 1003 podrían ser analizadas a partir de la referencia a los porvenires de los estudiantes que la conformaban. Pero, de acuerdo con Lerman (2001), “las prácticas sociales son constituidas discursivamente, y las personas llegan a ser parte de las prácticas como las prácticas llegan a ser parte de ellas” (p. 88), razón por la que “si uno se enfoca en el aprendizaje en prácticas sociales y la manera en que las herramientas físicas y culturales median el aprendizaje, a través de todas estas formas de lenguaje, podemos hablar de prácticas discursivas” (p. 88). Así, teníamos que las prácticas sociales que tenían lugar en un escenario de aprendizaje eran de carácter discursivo.

Adicionalmente, García, Valero & Camelo (2013) plantean que “los ambientes de aprendizaje son formas de representar recortes espaciotemporales específicos dentro de una trama de aprendizaje extensa” (p. 56). Con ello, los autores proponen que un escenario de aprendizaje puede contener diferentes ambientes de aprendizaje. En consonancia con lo anterior, Barbosa (2001) relaciona la modelación matemática con los ambientes de aprendizaje, al plantear que “la modelación es un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes son invitados a indagar y/o investigar, a través de las matemáticas, situaciones que surgen en otros ámbitos de la realidad” (p. 6). La especificidad que tendría la modelación desde este punto de vista es que “el ambiente es puesto aquí en términos de invitación a los estudiantes (...) [ya que] la participación de los estudiantes tiene lugar en la medida en que sus intereses estén con este” (p. 6). No obstante, Silva & Kato (2012) plantearon otras

características que definen un ambiente de modelación matemática, tales como la participación activa del estudiante en la construcción del modelo, su participación en la sociedad, la consideración de problemas no matemáticos de la realidad y la actuación del profesor como mediador.

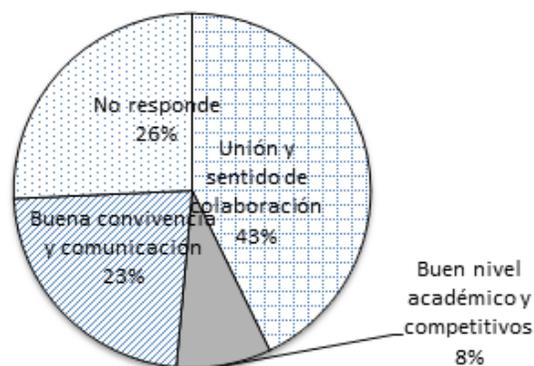
Si bien estos elementos nos proporcionarían una guía fundamental en el momento en que el ambiente tuviera su inicio, de momento nos interesaba fundamentalmente convocar los intereses de los estudiantes. Por ello, y con la inquietud que había generado mi conversación con los estudiantes a propósito del evento en Barranquilla, decidimos aventurarnos a abrir un espacio de diálogo con ellos, en el cual les pregunté por la imagen que cada uno tenía del grupo. Para ello, utilicé un pequeño receso en la clase usual de matemáticas para cuestionarlos como grupo mediante la realización de las siguientes preguntas: 1) ¿qué los identifica como grupo 1003?; 2) ¿qué le gusta hacer a 1003?; 3) ¿cómo se ve en el futuro?; 4) ¿qué podría impedir el cumplimiento de sus sueños?; y 5) ¿qué le gusta hacer? Las dos primeras me permitirían indagar intereses del grupo, mientras que las restantes estaban dirigidas hacia los sujetos.

De esta manera, teníamos el primer instrumento de recolección de información, cuyo propósito fue el de acercarnos a identificar a los estudiantes como habitantes de un territorio (salón) y de una comunidad (1003), tomando en cuenta que

“la educación matemática, como un campo de práctica educativa, se puede definir como una serie de prácticas sociales, realizadas por diferentes personas en diferentes sitios, en las que se constituye el significado de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en condiciones históricas particulares” (Valero, 2012a; p. 317).

Si bien no todos los estudiantes inscritos en el curso asistieron este día, aquellos que estuvieron presentes abordaron inicialmente estos interrogantes con intervenciones en una plenaria, y luego por escrito y de manera individual. Este día recogí las respuestas escritas, e inmediatamente Oscar y yo nos dedicamos a sistematizar la información para que fuera presentada en el siguiente encuentro con los estudiantes, a través de lo que obtuvimos el diagrama circular que se muestra en la Figura 1.

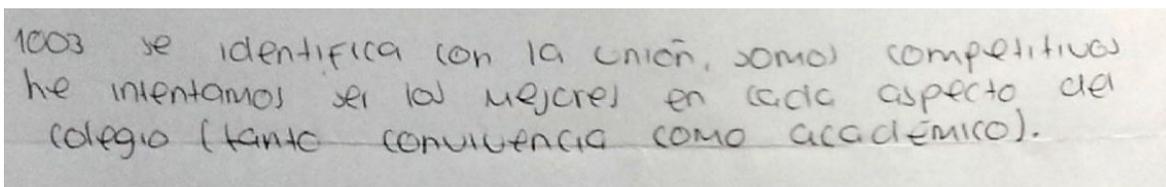
**Figura 1.** Resultados de las respuestas del curso 1003 a la primera pregunta



**Fuente:** Elaboración propia con base en las respuestas escritas dadas por los estudiantes a las preguntas realizadas en clase.

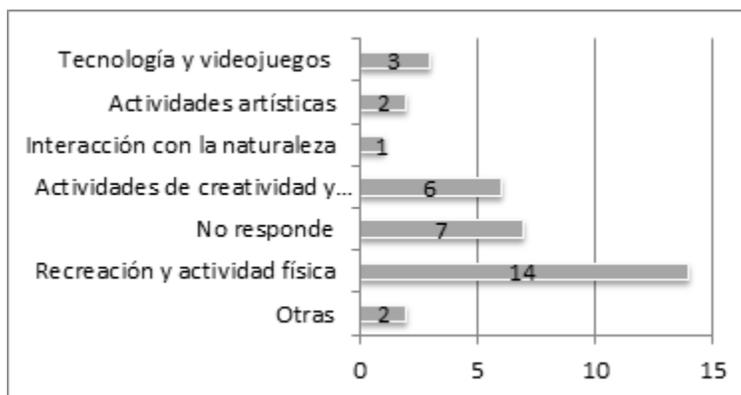
Los diagramas ratificaron mi percepción inicial del grupo, ya que ningún estudiante expresó algún sentimiento negativo hacia él. Se destacó aquí el sentido de unión y la responsabilidad que asumían unos y otros para el trabajo colaborativo. Por ejemplo, en la respuesta de Sofia (Figura 2), se menciona los tres elementos que aparecen en el Gráfico 1. Sin embargo, y aunque parece que los estudiantes de 1003 tienen clara la imagen que el grupo quiere proyectar, no existe la misma convergencia en relación con la determinación de sus gustos (Figura 3). Solamente 14 de 35 estudiantes coincidieron en señalar una misma actividad, y el resto de las respuestas se dispersaron en diversas opciones, destacándose que el segundo ítem con mayor frecuencia no respondía a la pregunta.

**Figura 2.** Respuesta de Sofia a la primera pregunta



**Fuente:** Fotografía de la hoja en que la estudiante consignó la respuesta.

**Figura 3.** Resultados de las respuestas del curso 1003 a la segunda pregunta



**Fuente:** Elaboración propia con base en las respuestas escritas dadas por los estudiantes a las preguntas realizadas en clase.

Las respuestas que nos revelaba el Gráfico 2 no nos permitían establecer una consideración definitiva sobre los gustos del grupo, por lo que se hacía necesario que exploráramos las respuestas a las otras preguntas que habían estado enfocadas en la referencia a porvenir de los estudiantes. Esto nos llevó a considerar aspectos de la identidad como sujetos de los estudiantes que resultaran convergentes, dado que

Los estudiantes construyen diferentes razones para involucrarse en las prácticas de las matemáticas escolares. Su participación en esas prácticas, que son percibidas por el estudiante como una experiencia social integral y no solamente como un esfuerzo intelectual mental o cognitivo, resulta de su intención de actuar e influir en el espacio social donde el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas tienen lugar. (Valero, 2012b; p. 188).

Para ello, y con base en Alrø, Skovsmose & Valero (2007), recurrimos a las preguntas realizadas acerca de la imagen que tenían de su propio futuro, así como de los impedimentos que pudieran encontrar para lograrla. Para responder la pregunta acerca de la imagen a futuro, varios estudiantes establecieron momentos en el tiempo, que fueron “en un año y medio, en cinco años y en diez años”. Las Figuras 4, 5, 6 y 7 son ejemplos de las respuestas que dieron los estudiantes a estas dos preguntas.

**Figura 4.** Respuesta de Santiago a las preguntas 3 y 4

- a un año y medio graduado y en una universidad.

- a 5 años terminar de pronto la carrera Universitaria

- a 10 años ser profesional y tener una buena casa etc.

- lo que podría impedir / mis Sueños sería el dinero.

**Fuente:** Fotografía de la hoja en que el estudiante consignó la respuesta.

**Figura 5.** Respuesta de Felipe a las preguntas 3 y 4

2 año estar graduado

5 año estar estudiando la carrera que me gusta gastronomía

10 año ser un chef y poder tener una casa

• mi meta solo se puede incumplir por el dinero o asuntos de salud

**Fuente:** Fotografía de la hoja en que el estudiante consignó la respuesta.

**Figura 6.** Respuesta de Diana a las preguntas 3 y 4

En un futuro me veo ya graduada de once, luego de cumplir con esto espero poder (1) a) estudiar en la universidad y poder trabajar para conseguir mi propia casa, lo que quiera estudiar es ingeniería ambiental o contabilidad en dado caso que mis papas no me puedan pagar la ingeniería, en 5 o 10 años ya me veo graduada ejerciendo mi profesión, puede ser ya con una familia, pero para esto primero quiero ser profesional para poderle brindar algo bueno a mi hijo

Yo de mi espero ser profesional, ver alguien que aporte algo bueno (sea bueno a la sociedad, podrá tener una familia para compartir, también tener una buena parcer económica.

lo que podría impedir cumplir esto es el dinero ya que mis papas no tienen los recursos necesarios para pagar una universidad, pero yo podría ayudar trabajando.

**Fuente:** Fotografía de la hoja en que la estudiante consignó la respuesta.

**Figura 7.** Respuesta de Andrés a las preguntas 3 y 4

En Me veo, primero que todo:  
 Con mi super "cuarto," (habitación), Mi juego de alcohol, mis cosas!  
 Mis cosas ganadas, luchadas por mí. Si tengo comodidad, mi vida  
 mi salud estarán con más fortaleza.

Después de ello a unos 5 ó 10 años me veo:  
 Primero si se puede (económicamente),  
 Me veo como un piloto de avión ✓ (ese es mi logro mayor).  
 → Lucharé por tenerlo.

Segundo: si no se puede por el "Factor económico", trataría de  
 hacer un curso, ~~esto~~ o estudiar algo de psicología, y después si  
 me gusta lo reforzaría.

Después si ~~a~~ aún no se puede lo de piloto de avión, me  
 enfocaría en ser de profesor de educación física. ☺

Si ~~aún~~ por x ó y motivo no puedo hacer nada de  
 lo que eh dicho. Me metería sin pensar de soldado  
 o policía. Jaja. hasta tengo el porte. ☺

Pero aún así tenga esas y más opciones no me  
 daré por vencido y lucharé por lo que en verdad  
 me gusta. ☺

**Fuente:** Fotografía de la hoja en que el estudiante consignó la respuesta.

En general, las respuestas dadas por los estudiantes nos mostraron un interés generalizado por la continuación de su formación luego de salir del colegio y la construcción de un ideal de vida para cada uno con base en dicha formación, pero también el reconocimiento de dificultades para su realización y una esperanza puesta en la superación de estas dificultades. Estas observaciones nos revelaban algunas características planteadas por Skovsmose (2012c), ya que

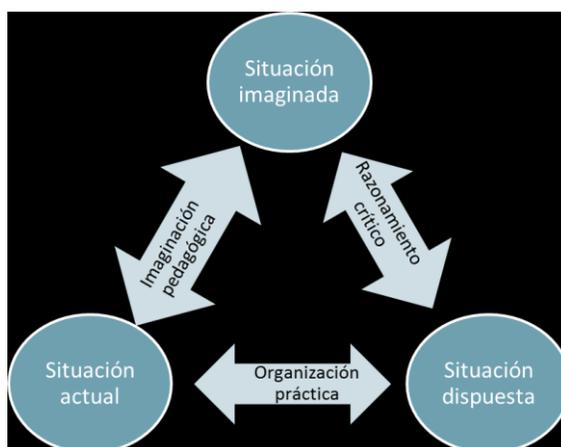
Los porvenires no son imágenes panorámicas y coherentes de posibilidades. Ellas son fragmentadas, parciales, inconsistentes, borrosas y atravesadas por rupturas. (...) Un porvenir es una constelación desconcertante de aspiraciones y frustraciones. Un porvenir es una reconstrucción en curso de tales constelaciones. No hay estabilidad con respecto a los porvenires (p. 1).

De este modo, considerábamos que se estaba configurando el proyecto colectivo de continuar estudiando después de finalizar el grado undécimo. Ahora, nos quedaba establecer

una manera en la cual lo consideraríamos. Para ello, recurrimos a Skovsmose & Borba (2004), quienes plantean una propuesta metodológica que se centra en no aceptar “la idea de que el investigador entienda a priori las transformaciones que son necesarias” (p. 208), dado que “la transformación está enraizada en la colaboración, no en el liderazgo” (p. 209). También considera que dentro de la investigación crítica resulta fundamental considerar “lo que pudo haber tomado lugar y lo que pudo ser imaginado como posibles alternativas a lo que está tomando lugar” (p. 211), dado que “una tarea crucial para la investigación crítica es investigar alternativas en tal detalle que puedan confrontar lo que podría ser concebido como dado” (p. 211), de forma que la investigación cumpla con el criterio de ser una actividad crítica que se dirige hacia la acción y se desarrolla en la incertidumbre.

Skovsmose & Borba (2004) presentan su propuesta mediante un esquema general, que presentamos en la Figura 8.

**Figura 8.** Propuesta metodológica para la investigación crítica



**Fuente:** Skovsmose & Borba (2004).

Desde este esquema, existe una interrelación entre tres tipos diferentes de situaciones y tres acciones que hacen posible transitar entre ellas, lo que permite posicionar como indispensable la generación de cambios en las situaciones que conforman el aula de clase. En primer lugar, concibe a la situación actual como las condiciones de la clase antes de que se realice la experiencia pedagógica propuesta, a la situación imaginada como la visión sobre las posibilidades a construir (donde juegan conocimientos teóricos y cotidianos, experiencias, intereses y expectativas) y a la situación dispuesta como aquella alternativa práctica que emerge de una negociación entre diferentes actores, que puede contar con

limitantes estructurales y prácticas, pero que es gestionada para dirigirse hacia la situación imaginada.

El proceso de investigación que desarrollamos toma en cuenta estas tres situaciones, mediante la realización de las tres acciones señaladas en la Figura 8. Skovsmose & Borba (2004) establecen que la imaginación pedagógica es un proceso que parte de la situación actual y que permite crear la situación imaginada, que la organización práctica consiste en la planeación práctica de tareas necesarias para establecer la situación gestionada a partir de la actual, y que el razonamiento crítico es el proceso analítico realizado para reconsiderar la situación imaginada a la luz de las experiencias relacionadas con la situación dispuesta, por lo que representa una interacción crítica entre la imaginación pedagógica y la organización práctica.

De acuerdo con el esquema, realizaríamos estas tres acciones dentro de la investigación, para lo que resultaría indispensable la cooperación entre los participantes como co-investigadores y co-sujetos de la clase, ya que investigar de manera crítica implica investigar con alguien. Para emplear la imaginación pedagógica, nos resultaba claro que desde el lugar de investigadores teníamos una idea fundamentada teóricamente desde la cual generaríamos una situación imaginada, pero no es menos importante el hecho de que los estudiantes también establecerían una situación imaginada, fundamentada en sus intenciones y disposiciones; el juego y negociación entre estos dos tipos diferentes de imaginación pedagógica permitiría que el proceso mismo se realizara de manera conjunta.

En el caso de la organización práctica, existían múltiples factores que permitirían la cooperación, proveniente igualmente de las intenciones y disposiciones de los estudiantes, docentes investigadores, directivas del colegio, programas distritales del sector educativo y demás, lo que conllevaba que la metodología pudiera ser lo suficientemente flexible como para acomodarse a tales intenciones y disposiciones que, en varios casos, resultarían problemáticas o incompatibles. El razonamiento crítico tampoco podría ser realizado sin la cooperación de los estudiantes participantes, dado que cada espacio conllevaría las modificaciones en las situaciones dispuesta e imaginada, que llevaría a la renegociación de acciones, objetivos y rutas para la realización de la labor de modelación matemática.

Adicionalmente, y con el fin de tener en claro los criterios que debían ser tenidos en cuenta y cumplidos por este esquema de investigación crítica, acudimos a los retos

metodológicos para la investigación en educación matemática desde una perspectiva crítica presentados por Vithal (2004):

- Selección: Los sujetos participantes deben tener regulación sobre su propia participación en el proceso de investigación y la posibilidad de actuar en él.
- Negociación: Los sujetos participantes deben estar en posibilidad de negociar sus relaciones y su identidad, su participación en el proceso y las prácticas o acciones que realicen dentro del mismo.
- Reciprocidad: Las metas y resultados de la investigación deben dar a conocer las necesidades e intereses de sujetos investigadores y participantes, por lo que todos participan en la investigación.
- Reflexividad: Tanto los sujetos investigadores como participantes tienen la posibilidad de generar críticas a la investigación a través de reflexiones compartidas.
- Intersubjetividad: Lo subjetivo y lo objetivo tienen una determinación recíproca y dependen de las posiciones tomadas y ocupadas dentro del escenario de investigación, por lo que se considera que existe en virtud de las relaciones establecidas en el mismo.
- Contexto, cambio e inestabilidad: El contexto del mundo tiene una alta inestabilidad y discontinuidad, que debe ser tomada en las situaciones de investigación.
- Esperanza: El proceso de investigación conlleva posibilidades y esperanzas de cambio en la realidad.

El hecho de tener claridad acerca de los elementos metodológicos que guiarían nuestra investigación y un primer acercamiento con los estudiantes nos permitió disponernos para continuar con el ambiente de modelación en la clase de matemáticas.

## CAPÍTULO 2. OJO EN EL CAMINO Y OJO EN LO POR VENIR

Una pupila llevaba arriba, y la otra en el andar.

S. Rodríguez. Fábula de los tres hermanos.

### **Escena 1. Surgimiento de un sueño común**

Con la información que había recolectado en la clase anterior y que habíamos analizado junto con Oscar y Julio, preparé una presentación de tales resultados a los estudiantes, que realizaría en la sesión 3. Debo confesar que, como profesora de los estudiantes del 1003, siempre había pensado que el curso consideraba la posibilidad de seguir estudiando después de colegio porque en mis clases demostraron un interés por el trabajo académico propuesto en las clases de matemáticas. No obstante, no dejaba de lado la idea de que a muchos les tocaría buscar caminos alternos para cumplir este sueño —es decir, trabajar para apoyarse—, lo que evidencí al saber que varios de ellos trabajaban en un horario contrario al de la jornada escolar, y que así mismo ayudaban con el sostenimiento de sus hogares.

En la presentación ante la clase fue notorio que a los estudiantes les interesó el hecho de que muchos hubieran expresado ideas para su futuro relacionadas con la continuación de sus estudios. Adicional a esto, los estudiantes manifestaron de manera importante que surgía una dificultad cuando reconocían las condiciones económicas suyas y de sus familias, dado que no era sencillo para algunos costear sus estudios. El encuentro entonces se constituyó en un diálogo en el cual varios estudiantes planteaban aspectos que podrían hacer complicada la idea de estudiar con posterioridad al grado como bachilleres. Así, aunque algunos hacían referencia a situaciones personales como la falta de confianza en sí mismo o la muerte o enfermedad, la mayoría consideraban la falta de recursos económicos.

Al haber leído y escuchado cada respuesta, confirmé que no estaban lejos de cumplir sus sueños, uno de los cuales era continuar estudiando después de graduarse del colegio — aún sin saber cómo lograrlo—, que muchos de ellos tenían una relación muy fuerte con su

familia y que contaban con ella para hacer realidad sus metas. Esto me demostró que eran estudiantes “de carne y hueso” que, aun estando en un contexto de desigualdad, querían tener la oportunidad de salir adelante y demostrar de qué estaban hechos. Sin embargo, sentía que desconocían de la realidad que los esperaba afuera, de esa sociedad en que las oportunidades pueden estar limitadas y la idea de “querer es poder” no es tan sencilla.

El hecho de que una gran mayoría de los estudiantes del curso 1003 hubieran participado en esta sesión me permitía pensar en que era posible que el tema de las formas en que se podría hacer posible el anhelo de estudiar con posterioridad al grado del colegio convocara los intereses de los estudiantes, a tal punto que pudiera ser considerado como un aspecto de la realidad a ser indagado con base en las matemáticas. Al respecto, recordaba en clase que Barbosa (2006) expone que una tarea es de modelación si: a) es un problema para los estudiantes, b) tiene referencia a la realidad; y c) es extraída de otras ciencias diferentes a la matemática pura. En consecuencia, y a través de la imaginación pedagógica, decidí proponer a los estudiantes como propósito a indagar a través del ambiente de modelación el sueño de continuar con los estudios después del colegio, Esta idea tuvo una buena acogida en el grupo de estudiantes, lo que permitió que se generaran diferentes pronunciamientos por parte de ellos acerca de la forma en que podría realizarse, algunos de expectativa, otros de incertidumbre, pero todos influenciados por la esperanza.

Para entonces, nuestra situación imaginada era que los estudiantes se involucraran en la generación de un ambiente de modelación matemática desde una perspectiva socio-crítica. Para dar cuenta de ello, rescatamos la propuesta de Silva & Kato (2012), para quienes la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica considera cuatro unidades de significado diferentes que constituyen condiciones necesarias que debe cumplir un ambiente de modelación. La primera es la participación activa del estudiantes en la construcción del modelo, y consiste en que “los estudiantes socialicen sus ideas, sus conjeturas y opiniones” (p. 829), constituyendo el aula de clase como un espacio democrático en el que todos pueden exponer sus ideas, y que los estudiantes participen “exponiendo, criticando y reformulando el modelo creado en determinada situación” (p. 830), de tal forma que “observen cómo la matemática y el modelo matemático construido pueden servir para analizar y tomar decisiones sobre determinado problema” (p. 830).

Por su parte, la segunda unidad de significado es la participación activa del estudiante en la sociedad, y plantea que en la modelación “son necesarias algunas acciones por parte del estudiante que evidencian el cambio de actitudes en relación con determinada situación, o aún, una nueva manera de posicionarse en la sociedad” (p. 830), lo que implica que el estudiante tenga una participación activa en la sociedad, y con lo cual se transforma “la comunidad en una extensión del espacio democrático del aula de clase” (p. 830). La tercera es el abordaje de problemas no matemáticos de la realidad, y consiste en que “la forma como el problema [es] presentado a los estudiantes indica, en un primer momento, que estos no son problemas matemáticos o que, aparentemente, involucran alguna matemática” (p. 831), con lo que se propicia “una discusión sobre la matemática en la sociedad, al pensar de qué forma las matemáticas son utilizadas para interpretar y/o resolver el problema, y que las matemáticas también ayudan en la toma de decisiones” (p. 831). La cuarta, actuación del profesor como mediador, destaca la importancia de la labor del profesor “ayudando en la selección del problema a ser estudiado y tomando en cuenta la cultura de sus estudiantes, lo que implica considerar sus intereses y sus conocimientos (matemáticos o no)” (p. 831).

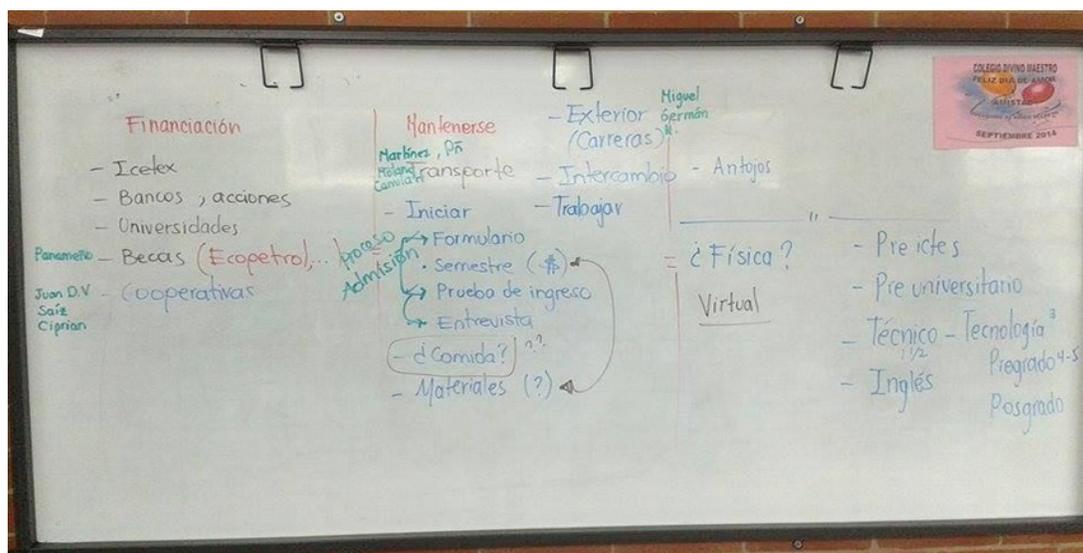
Las cuatro unidades de significado nos planteaban algunos elementos generales para tener en cuenta en el ambiente de modelación. Sin embargo, emprender la tarea de generar un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica desde el montaje de un escenario de aprendizaje significaba necesariamente pasar por una concepción de modelo matemático. Vale la pena decir que comprendimos esto que suena tan obvio luego de reiteradas preguntas de compañeros, profesores y asistentes a eventos académicos, a las que nosotros tratábamos de soslayar expresando lo que “no” concebíamos como modelo. No obstante, en este punto era necesario plantear cuál es nuestra posición al respecto.

Para comenzar con este concepto, habíamos leído que Skovsmose (1999) proponía la modelación (modelaje, según sus palabras) como “una manera potente por medio de la cual las matemáticas ejercen su poder formativo” (p. 112), razón por la que “un modelo matemático se convierte en una especificación y en una semi descripción de un sistema conceptual creado por una interpretación de las características de la realidad” (p. 115). Sin embargo, cuando revisamos a Barbosa (2009b), encontramos que consideraba como modelo una amplia denominación referida a las representaciones simplificadas —mentales o no— que los seres humanos hacen sobre la realidad (o sobre una supuesta realidad). En

consonancia con esta idea, y de acuerdo con la perspectiva socio-crítica, consideramos como modelación “(...) a un entorno de aprendizaje donde los estudiantes son invitados a cuestionar e investigar, por medio de las matemáticas, las situaciones con referencia en la realidad” (Barbosa, 2001; citado por Araújo, 2009; p. 1).

Con las unidades de significado de la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica (Silva & Kato, 2012) y la idea de modelo matemático (Skovmose, 1999; Barbosa, 2009b), les propuse a los estudiantes poner en discusión las alternativas reales para conseguir el sueño de seguir estudiando después de egresar del colegio. En la discusión que propusimos como organización práctica para esta sesión, y por iniciativa de los estudiantes, se decidió conformar un grupo por cada uno de los temas que se muestran en la Figura 9.

**Figura 9.** Temas considerados en la discusión inicial



**Fuente:** Fotografía tomada por Tatiana al tablero en que se anotaron los aportes de los estudiantes en la discusión inicial.

El registro que fui realizando en el tablero coincidía con la pluralidad de las participaciones de los estudiantes en este encuentro, dado que planteaban una serie de preocupaciones que manifestaban como variables a considerar para cumplir el sueño de estudiar. Así, en este encuentro los estudiantes consideraban que el hecho de estudiar implicaba una complejidad muy grande, y que sería muy difícil que una sola persona pudiera contemplar todas las posibilidades, razón por la cual les propuse que realizáramos la indagación estableciendo grupos de interés. Los estudiantes consideraron que esta sería una

buena estrategia para poder abordarlas todas, pero que sería necesario que cada grupo de interés diera a conocer a los demás la información que encontrara. Esto me mostraba que no me había equivocado al considerar al curso como unido y colaborador.

Un aspecto interesante de la forma en la cual llegué con los estudiantes a los temas que se muestran en la Figura 7 es que estos temas pasaron a formar parte de la situación dispuesta, en tanto producto de la manifestación de sus intereses. Sobre la distribución de temas de interés, ellos se adhirieron voluntariamente a alguno, de acuerdo con la afinidad entre algunos temas. Así, logramos plantear cuatro temas: el primero en surgir estaba relacionado con las *fuentes de financiación*, que incluía créditos educativos, con entidades financieras, con cooperativas y becas en universidades, y que involucraba a un buen número de estudiantes. El segundo también estaba relacionado con el dinero, pero con respecto al costo del ingreso a una entidad educativa y la *manutención* durante el desarrollo de los estudios, por lo que incluía temas como procesos de admisión, materiales, comida, estudios en el exterior, intercambios y trabajo —durante el tiempo de estudios. Un tercer tema fue el de *transportes*, que estaba incluido inicialmente en el de manutención, pero que se separó de este por solicitud de un grupo de estudiantes que decidieron abordarlo de manera especial, en tanto que uno de sus integrantes trabajaba en Transmilenio en las mañanas y, desde su experiencia, este era un tema complejo. El cuarto tema estaba relacionado con la preocupación que tenían algunos estudiantes por el nivel de formación con que contaban en algunas áreas —como física— para ingresar a la educación superior, por lo que consideraban la necesidad de realizar *cursos complementarios*, como pre-icfes, pre-universitarios y de inglés de manera separada del colegio, así como la realización de niveles de formación técnica y tecnológica que les permitieran mejorar sus conocimientos para estudiar una carrera profesional.

En palabras de Vithal (2004), la situación dispuesta imponía sobre la situación actual —confluencia de intereses para la constitución de un sueño común— unas condiciones en relación con la manera de evidenciar lo que perseguíamos, que involucraba entre otras cosas explorar la producción de discusiones de los estudiantes. Para ello, y mediante el uso de nuestro razonamiento crítico, nos resultaba necesario plantear un elemento teórico que se constituiría en una unidad de análisis sobre la cual desplegar el análisis de la información. Según Barbosa (2007) los espacios de interacción son entendidos como aquellos que "ocurren

cuando los estudiantes se reúnen entre sí, o con sus maestros, con el propósito de discutir actividades de modelación" (p. 3), y cobran importancia en tanto que funcionan como una forma de ver relacionada con la psicología cultural discursiva, según la cual se manejan planos de análisis, más o menos similares a la herramienta zoom de una cámara de video, en la que se puede enfocar y seleccionar un lugar para detenerse (Lerman, 2001).

Al profundizar en el estudio de lo que implicaban los espacios de interacción en la dinámica de discusión entre los sujetos, pudimos percatarnos de que la alusión a los ambientes de aprendizaje en el planteamiento de nuestros objetivos no era apropiado, en tanto que dicho concepto refiere a “formas de representar recortes espaciotemporales específicos dentro de una trama de aprendizaje extensa” (García, Valero & Camelo, 2013; p. 56), lo que involucraba observar la totalidad de tal trama de aprendizaje. No obstante, y con fines analíticos, lo que necesitábamos era enfocar nuestra atención en la producción de las discusiones, por lo que nos resultaba mucho más adecuado el énfasis que permitía el concepto de espacio de interacción. De esta manera, podríamos delimitar los momentos exactos en que se presentaban discusiones, de tal manera que el análisis de la información resultara menos dispendioso y más preciso.

De otra parte, pero en relación con los objetivos de investigación, vimos que era necesario restringir la alusión a las discusiones, dado que también resultaba ser bastante extensa. Para comprender las discusiones, Barbosa (2006) plantea la posibilidad de acceder a la forma en que se constituyen los conocimientos a partir de la observación de las interacciones entre los sujetos que forman parte del ambiente de modelación matemática. Esto indica que rastrear las interacciones entre los sujetos permite tener acceso a la forma en que se constituye el conocer, por lo que es importante analizarlas en el aula de clase. Además, como plantea Barbosa (2007), “la comprensión de las acciones de los estudiantes en el campo de la modelación puede ser investigado en sus prácticas discursivas” (p. 2102-2103), concebidas como aquellas prácticas sociales mediadas por las herramientas físicas y culturales (Lerman, 2001). En relación con ellas, Lerman (2001) comprende como *discurso* todas las formas de lenguaje, incluyendo gestos, señales, artefactos, mímicas y demás. Con base en este concepto, Barbosa (2006) propone:

Desde el punto de vista metodológico, los discursos de los estudiantes son los datos considerados para el análisis. El discurso nos dice algo sobre los procesos

internos. Sin embargo, es más que una traducción de aquello que está sucediendo al interior de sus cabezas. La gente no piensa realmente con explicaciones claras; el lenguaje socialmente compartido regula y guía lo que pensamos. El discurso y la cognición son inseparables (p. 297).

Así, Barbosa sitúa a los discursos como objeto de investigación y plantea que a través de las interacciones los sujetos logran negociar significados, compartir discursos y dar a estos una función reguladora de la interacción social. Por lo tanto, estas interacciones se producen en los espacios de interacción e implican la presencia de discusiones que conforman rutas de modelación, entendidas como casos discursivos que intervienen en la construcción del modelo matemático. Barbosa (2006) distingue tres tipos de discusiones dentro de las rutas de modelación:

Matemáticas: Se refiere a las ideas pertenecientes a la matemática pura.  
Tecnológicas: Se refieren a las técnicas de construcción del modelo matemático.  
Reflexivas: Se refieren a la naturaleza del modelo matemático, a los criterios usados en su construcción y a las consecuencias de estos criterios (p. 297).

No obstante, Barbosa (2007) reconoce también la existencia de otro tipo de discusiones a las que denominó “paralelas”, a las cuales define como “las que suceden en los espacios de interacción de la modelación pero que no caben en la ruta de modelación, dado que no juegan rol alguno en la construcción del modelo matemático” (p. 2107), razón por la que sugiere que “la práctica de los estudiantes en la modelación puede ser clasificada en rutas de modelación y discusiones paralelas” (p. 2107). Por lo tanto, decidimos no tomar como parte de nuestro análisis las discusiones en paralelo, y centrarnos en las rutas de modelación y las discusiones que las conformaban.

### *Versión final de los objetivos*

De esta manera, y sin percatarnos de ello —lo cual solamente hicimos en el momento en que reconstruimos por escrito todo el camino transitado—, habíamos llegado a la *versión final de los objetivos*:

Objetivo general:

- Describir las relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes y la producción de discusiones en un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica.

Objetivos específicos:

- Realizar el montaje de un escenario de aprendizaje en donde se genere un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica.
- Clasificar las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas producidas durante el montaje del escenario de aprendizaje.
- Identificar las posibles relaciones entre la producción de discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas y las condiciones de los espacios de interacción.
- Identificar las posibles relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes y las condiciones de los espacios de interacción.

### **Escena 2. Información para un sueño**

Con esta labor realizada, habíamos planteado las condiciones para que se iniciara un ambiente de modelación matemática mediante la negociación de intereses e intenciones con los estudiantes, tal y como lo plantean Alrø & Skovsmose (2012) y García, Valero & Camelo (2013). Ahora, la actividad continuaría —imaginación pedagógica— por el sendero de la “toma de riesgos”, en el sentido en que nos resultaba impredecible el camino por el que pudiera llevarnos. No obstante, como investigadores imaginábamos que los estudiantes

realizarían una búsqueda de información y que contaríamos con recursos para que pudieran hacerlo en el colegio, a partir de lo cual se generarían discusiones que pudiéramos capturar en grabaciones de video para revisar con posterioridad.

Así, la labor que propusimos a los estudiantes en la sesión 4 —organización práctica— fue buscar información acerca del tema que habían seleccionado. Para realizar esta búsqueda, pudimos disponer de algunos computadores portátiles con acceso a internet, los cuales estaban ubicados en el aula de ética. En este sentido, me resultó necesario establecer acuerdos con el docente encargado, de tal forma que fuera posible un “intercambio” de aulas para la realización de esta clase y también para otras posteriores. Esto implicó que esta sesión no tuviera lugar en el espacio usual para la clase de matemáticas, aunque se conservaran algunas de las condiciones ambientales ya señaladas, tales como el ruido constante que provenía del exterior del colegio.

En esta sesión, por primera vez en el proceso pudimos obtener registro audiovisual. Así, mientras los estudiantes recolectaban por pequeños grupos una gran cantidad de información asociada al asunto que estaban consultando, con ayuda de los computadores disponibles, yo grababa y recorría el salón para indagar por los resultados obtenidos en cada grupo y para realizarles sugerencias acerca de información que pudiera resultarles de interés de acuerdo con el tema en que se habían centrado.

A partir de este momento, las interacciones entre los estudiantes se hicieron más frecuentes y duraderas. Por tanto, cuando revisamos el material audiovisual nos resultó necesario, como parte del razonamiento crítico, establecer criterios para identificar lo que llamaríamos episodios, que serían los fragmentos en los que deberíamos fijar nuestra atención. Estos fragmentos debían cumplir con un primer criterio fundamental, consistente en que incluyeran espacios de interacción, tal y como habían sido definidos por Barbosa (2007). Como segundo criterio, debían contener alguno o varios de los tipos de discusiones identificadas por Barbosa (2006, 2007, 2009a, b) como parte de las rutas de modelación: matemáticas, tecnológicas y reflexivas.

No obstante, a partir de nuestra discusión acerca de la forma en que podríamos acercarnos de una manera analítica a los espacios de interacción, definimos tres condiciones que nos interesaría abordar. La primera de ellas era la configuración del espacio de interacción, consistente en un formato específico en el cual se inscribían las interacciones, e

incluía tres posibilidades: trabajo en grupo —consistente en la participación libre de todos los integrantes de un grupo—, discusión plenaria —caracterizada porque todos los estudiantes del curso podían participar y discutir entre sí frente a un mismo asunto— y exposición —que definía claramente los roles de expositores y público, quienes discutían entre sí—. La segunda era el tipo de tarea realizada, que incluía búsqueda de información, solución de un taller, organización de la información recolectada, discusión sobre videos observados, presentación de avances y exposición final. La tercera correspondía al tema sobre el cual se discutía en el espacio de interacción, dentro de los cuales se encontraban gastos de manutención, financiación a través de ahorros y a través de créditos, costos del transporte, realización de formación adicional, análisis sobre el programa de 10.000 becas del Ministerio de Educación Nacional y opiniones sobre los videos de educación superior. Solo en atención a razones expositivas, describimos cada una de las tareas y de los temas más adelante en el documento, a medida que se vayan presentando en nuestra narración sobre el ambiente de modelación.

Así mismo, nos resultaba necesario establecer alguna manera de tratar esta información, de tal forma que pudiéramos abordarla y tener un panorama general que nos permitiera saber con qué contábamos y con cuál de esta información debíamos continuar para el proceso de análisis. Para ello, nuestra idea inicial consistió en la transcripción de cada uno de los episodios que habíamos seleccionado; en concordancia con la definición planteada por Planas (2006), comprendimos como transcripción el conjunto de enunciados que aparecían en el episodio y que colocamos en un registro escrito de manera literal. Si bien desde esta autora las transcripciones solamente incluirían la información acerca del habla —ya que toda la relacionada con actitudes, señales y demás información no verbal la observaríamos a través del estudio directo del video—, en algunas transcripciones realizábamos referencias a actitudes, gestos y demás, dado que considerábamos importante no pasarlos por alto para realizar la interpretación, además de acudir al concepto de discurso de Lerman (2001), que involucra gestos, actitudes y demás elementos comunicativos a la vez que el lenguaje verbal. También hacíamos referencia a los momentos en los cuales diferentes ruidos provenientes del exterior del salón y, en ocasiones, del colegio, generaban obstáculos que hacían que, incluso, algunos estudiantes los reportaran como circunstancias que dificultaban su concentración.

A pesar de que esta técnica fuera tradicionalmente adecuada para la realización de la sistematización de la información, pronto notamos que la transcripción de los episodios nos resultaba muy costosa en términos de tiempo, lo cual se hacía aún peor al tomar en cuenta que la calidad de audio de los registros en video hacía muy complicada la captura literal de los enunciados, debida además a la gran cantidad de ruidos del exterior y del interior del salón de clase. Por ello, decidimos observar los videos cuantas veces fuera necesario en cada caso, realizar comentarios y discutir entre nosotros las apreciaciones que tuviéramos sobre cada uno de ellos, y dejamos la labor de transcripción solamente para aquellos fragmentos que quisiéramos mostrar en la narración de nuestra investigación.

Mediante la aplicación de estos criterios, y a través del razonamiento crítico, pudimos identificar en esta sesión un único episodio en el que se discutía en relación con un estudio del transporte en Bogotá, que les resultó interesante a los miembros del grupo porque les daba una idea de algunas variables a tener en cuenta en el modelo. Presentamos un fragmento de este episodio a continuación.

**Profesora:** ¿Qué encontraste?

**Juan:** Entonces, encontré una universidad que hace un estudio sobre las personas que iban a la universidad (de fondo un estudiante grita que silencio), eh, también eh, los entrevistaban a los que recibían pensión y a los que no recibían pensión y... [Señala en la pantalla del computador a una lista de datos] algunos se gastan entre 200 y 400 mil pesos en, en transporte, y otros se gastan entre 400 y 600. (...)

**Profesora:** [mirando la página web que consultó el estudiante, en la que aparecen unos dibujos al lado de unos porcentajes] Esos dibu..., esos porcentajes que salen ahí, ¿qué encontraste en esos porcentajes?

**Juan:** Que... la mayor parte de la población se...

**Profesora:** ¿De Colombia o de Bogotá?

**Juan:** De Bogotá, de Bogotá, se... se desplaza más en transporte masivo [señala un dibujo que se asemeja a un bus articulado de Transmilenio], en taxi, en moto, en bicicleta y a pie es menor la cantidad. El dinero gastado para el 45% de las personas es de \$2.900 a \$5.000 diarios, el 29% de \$5.000 a \$10.000, y un 5% \$10.000. (...)

**Sergio:** Pero es que nos toca "hartas" cosas.

Este episodio revela una discusión tecnológica, en tanto que Juan plantea una serie de elementos que debían considerar para elaborar un modelo que les permitiera acercarse al tópico del transporte, para el cual las matemáticas se revelaban como una herramienta que hacía posible comprender esta situación. La frase de Sergio al final parece indicar que estaban tomando conciencia de que este fenómeno involucraba una cantidad importante de variables. Por lo tanto, en esta clase los estudiantes se encontraban inmersos en un mar de información que permitía que los estudiantes y nosotros mismos nos viéramos desbordados por ella. Así,

la sesión cumplió con el propósito de que al menos algunos de ellos se formaran una idea acerca de la situación que debían enfrentar al salir del colegio.

La siguiente sesión de asesoría fue dedicada por nosotros a discutir sobre la amplia cantidad de variables que incluía este fenómeno, lo dispendioso de la búsqueda de información y las posibilidades de centrar la atención de los estudiantes en un punto o en unos pocos. En consecuencia, nuestra imaginación pedagógica nos generaba como expectativa para la siguiente clase —sesión 5— que yo les sugiriera a los estudiantes establecer algunos aspectos fundamentales (o prioritarios), de tal forma que la búsqueda de información fuera más concreta y fácil de realizar.

No obstante, en esta ocasión la clase tuvo lugar en el salón tradicional de matemáticas y sin acceso a los computadores u otro material diferente a los usuales en el aula, debido a que el docente de la sala de ética no llegó a tiempo. Además, este día varios estudiantes no se encontraban en la clase desde el principio —aunque ingresaron hacia la mitad de la clase— porque tenían asignado un ensayo del grupo de música para una presentación que realizarían durante esa semana. Esto muestra que muchas veces aquello que se plantea inicialmente como ideal dista de lo que efectivamente se puede realizar en el aula, lo que nos permitió evidenciar diferencias entre las situaciones imaginaria y dispuesta. En consecuencia, me resultó necesario plantear una estructuración diferente de la clase —organización práctica—, para lo cual propuse que cada grupo temático presentara al curso los hallazgos y la información recolectada en la sesión anterior, de tal forma que todos pudiéramos conocer su avance y realizar comentarios y/o sugerencias para una próxima búsqueda de información. Por tanto, esta sesión se caracterizó porque los espacios de interacción se dieron en plenaria de los estudiantes del curso y en el marco de una presentación de los avances realizados en la búsqueda de información hasta este momento. En ella surgieron cinco episodios, de los cuales cuatro presentaron discusiones tecnológicas, tres exhibieron discusiones reflexivas y todos tuvieron referencias al porvenir. A continuación presentamos un fragmento que combinó los dos tipos de discusiones y la referencia al porvenir:

**Profesora:** Tú, ¿tú tomarías un crédito en el Icetex con lo que leíste?

**Andrés:** Si es con el 60% sí.

**Profesora:** ¿Si lo tomarías?

**Andrés:** [Asiente con la cabeza] Claro porque pues, o sea, uno sabe que pues va a ser duro, porque uno ya tiene que dejar de hacer muchas cosas para no gastar plata para pagar primero esa deuda que tiene. Ya después sí...

En el momento en que Andrés planteó un condicionante para tomar la decisión de acceder a un crédito educativo, recurrió a una aplicación de las matemáticas que constituye la forma de dimensionar una condición favorable para hacerlo. No obstante, realizó la reflexión de que pagar el crédito no era una tarea sencilla, dado que poseía unas fuertes consecuencias para el estilo de vida de quien lo tomara. Sin embargo, cuando planteó estas implicaciones, involucró al sujeto “uno”, lo que lo colocaba a él mismo —a su referencia a porvenir— como receptores de tales consecuencias. Así, esta frase nos revelaba que las discusiones y las referencias al porvenir no deberían ser identificadas simplemente como fragmentos de la producción verbal de las personas, dado que parecían involucrar simultaneidades y entramados que un análisis de tal tipo no permitiría observar.

Hacia el final de la clase, con base en la información presentada por los grupos y en las razones que manifestaban los diferentes estudiantes, establecimos en conjunto una compilación de los aspectos importantes para cumplir el sueño de estudiar después de salir del colegio, en la que intentamos esquematizar aquellos que resultaban fundamentales y los que no, así como aquellos que no habían sido tenidos en cuenta en la distribución por grupos realizada en la sesión anterior. Así, acordamos que la preocupación por la alimentación no sería fundamental en el análisis y establecimos cuatro grandes grupos: (1) manutención, que incluía aspectos como proceso de admisión, costos de semestre, entre otros; (2) transporte; (3) financiación, que consideraba créditos, becas e Icetex —como crédito educativo especial—; y (4) cursos complementarios, dentro de los que puntualizaron los estudios de preicfes y preuniversitario.

Con estas acotaciones en mente nos dispusimos para la “sesión 6”, imaginando que en ella sería posible contar con la sala de ética y los computadores, y que los estudiantes realizarían una segunda búsqueda de información, esta vez con el fin de ampliar aquella que habían encontrado anteriormente y de acercarse a los aspectos no buscados aún —y que se acordaron como importantes—, así como que surgieran espacios de interacción que nos proporcionaran información para analizar. Esta situación imaginada se cumplió parcialmente, dado que contamos con los equipos de la sala de ética y, por tanto, con la posibilidad de que los estudiantes buscaran información; sin embargo, no se presentaron episodios para analizar, lo cual considerábamos que podría estar relacionado nuevamente con la baja calidad del audio en las grabaciones de video. Este hecho tuvo que ver con que

tomáramos la decisión de solicitar a los estudiantes que activaran la grabadora de audio de sus teléfonos celulares para registrar las interacciones mientras realizaban trabajo en grupos.

Dado que esta sesión se desarrolló bajo la configuración de trabajo en grupo y con la tarea de buscar información —organización práctica—, pude observar que los estudiantes continuaron encontrando mucha información, pero que para ellos era más claro discriminar aquella que resultaba relevante para la responsabilidad que tenían dentro de la búsqueda general que estaba realizando el curso. Así, por ejemplo, cuando la búsqueda se daba en torno a la financiación, era más sencillo que quienes trabajaban en esta temática no se involucraran en búsquedas sobre costos de manutención o transportes. Adicionalmente, observé que algunas búsquedas de información solamente involucraban el interés propio del estudiante que las realizaba, sin considerar (al menos inicialmente) los posibles intereses de los demás compañeros. Hacia el final de esta sesión, les propuse a los estudiantes la tarea de organizar la información que hubieran recolectado hasta ese día, ya que en la siguiente nos dedicaríamos a una presentación en plenaria de los avances que había obtenido cada grupo, con el fin de que entre todos orientáramos el ambiente.

En la reunión que siguió a la sesión 6, Julio, Oscar y yo discutimos la importancia de que se presentara la producción de discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas para el logro de nuestros objetivos de investigación —razonamiento crítico—. Dado que hasta este momento habían surgido únicamente seis episodios que incluían cinco discusiones tecnológicas y tres reflexivas, imaginamos que al proponer la exposición de avances en este punto, en el que los estudiantes ya habían explorado una buena cantidad de información, podríamos posibilitar la producción de varias discusiones. Con esta situación imaginada, me dirigí al aula de clase, y en las dos sesiones siguientes —7 y 8— la configuración consistió en la primera exposición por grupos, que resultó en que los estudiantes escuchaban la información que habían encontrado los demás compañeros, establecían preguntas, dudas, inquietudes y sugerencias a su trabajo, y discutían entre ellos, y conmigo, aquellos elementos encontrados que consideraban necesario plantear para el grupo.

Sin embargo, en este caso se presentó una distancia importante entre la situación que habíamos imaginado y la situación dispuesta que obtuvimos, dado que a pesar de esta serie de exposiciones, y a que los estudiantes participaban esporádicamente en las exposiciones realizadas por sus compañeros, no se presentaron más que dos episodios, en los cuales

emergieron discusiones tecnológicas, pero no referencias al porvenir de los estudiantes. A continuación presentamos la transcripción de uno de ellos:

**Juan:** Pere, pere, pere. ¿Profe? ¿puedo hacerle una pregunta? ¿por qué es tan importante las notas de décimo y once?

**Tatiana:** ¿Las qué?

**Juan:** ¿Las notas de décimo y once, para ingresar a la universidad?

**Tatiana:** Pues ellos lo ponen como requisito para ver qué, qué tipo de estudiante con, como, su vida académica, cómo ha rendido. Necesitan saber eso, porque no solo, de pronto el Icfes, como dicen, ¿no?, que es de suerte, preciso a un vago le fue bien en el Icfes, entonces verifiquemos, vamos a comprobar notas de décimo y once. O viceversa, alguien que fue bueno décimo y once, y el Icfes no fue tan, tan, porque a la final el Icfes no mide usted qué tan inteligente está, el Icfes a la final mide ese día usted qué tan inspirado estaba o no sé [risas de varios estudiantes], pero es muy relativo eso.

**Juan:** Y digamos, si usted fue buen estudiante y, digamos, en el último periodo de once le pasó así un problema así bien feo [batiendo los brazos], y hasta lo echaron del colegio, ¿eso le daña la hoja de vida para entrar a la universidad?

**Ricardo:** A mí siempre me va cinco, pero digamos, los tres primeros ... [risas de los compañeros], los dos primeros o los tres primeros me va bien, y al último ya ...

**Tatiana:** No, pero normalmente miran es el último o a veces solamente piden un certificado de acá [señalando con el dedo el lugar en que está ubicada] del colegio que diga cómo terminó ...

**Ricardo:** Porque uno entra con toda la gana de estudiar, si realmente está es cansado y le da lo mismo, ¿no ve?

Este episodio giró en torno a la exposición que realizaba el grupo de manutención con respecto a los requisitos de admisión de algunas universidades, con lo cual pretendían identificar qué debían tener en cuenta para ingresar a una universidad. Además, desde el razonamiento crítico pudimos notar que a los estudiantes les interesaba en buena medida conocer la razón por la cual las calificaciones de los últimos grados, o del último grado, resultaban tan importantes en el proceso de admisión a una universidad. De acuerdo con los comentarios generados por Juan y Ricardo, consideramos que esta pregunta surgió a partir de una interpretación que realizaban acerca de su condición como estudiantes y de las prácticas usuales dentro del sistema escolar. Ahora, cuando observaron que las universidades solicitan el “rendimiento académico” consignado en los reportes de notas del colegio, parecen notar que esta práctica no se adecúa al nuevo requerimiento que les genera la idea de ingresar a estudiar después de graduarse del colegio. La preocupación de los dos estudiantes parece ser que esta práctica les implique “afectar” (o “haber afectado”) su hoja de vida académica, en tanto que les signifique una limitación en sus posibilidades para poder acceder a estudios universitarios.

No obstante, y a pesar de que esta discusión revela que sus calificaciones poseen importancia como criterio para la construcción del modelo (en tanto que permiten a los estudiantes unas opciones de estudio y restringen otras), nos llamó la atención el hecho de que no hubiera emergido una reflexión (o discusión reflexiva) acerca de la valoración que harían sobre este criterio, ni una referencia clara al porvenir de cada uno de ellos de manera personal, en tanto que estas referencias hacia el futuro no hacían mención directa a la situación particular de cada uno de ellos.

### **Escena 3. Matemáticas para un sueño**

A pesar de que hasta el momento se había presentado la producción de unas pocas discusiones, en las sesiones de asesoría notábamos que no hacían referencia a las matemáticas inmersas en el modelo, por lo cual comenzamos a plantearnos el papel de nuestras acciones como docentes en el ambiente de modelación matemática, de tal forma que pudiéramos plantear una manera en la cual lograr que las discusiones matemáticas fueran más frecuentes. Para ello, retomamos de Araujo (2009) la idea de que “cuestionar la naturaleza de la matemática (...) presupone el reconocimiento de que esta no es única ni incuestionable” (p. 65), lo que se observa al concebir “la matemática como una construcción humana, determinada por condiciones históricas y geográficas, impregnada de valores e intereses” (p. 65).

Así mismo, retomamos la perspectiva de Skovsmose (2012b), que nos hacía claro que no debíamos plantear a los estudiantes una tarea fundamentada en el “paradigma del ejercicio” ni que involucrara el ejercicio de la imposición por parte del docente de unas acciones a seguir, sino más bien de realizarles una invitación para que se involucraran y participaran en una actividad de indagación cooperativa (Alrø & Skovsmose, 2012), en la que las matemáticas les resultaran un conocimiento válido. Así, en nuestra reunión surgió como situación imaginada la idea de que planteáramos a los estudiantes unas preguntas muy generales para cada una de las temáticas, acompañadas de un material filmico que provocara, de alguna manera, el surgimiento de discusiones entre los estudiantes. Este hecho muestra que, por supuesto, la labor del docente está lejos de conservar la neutralidad (Skovsmose &

Valero, 2012a, 2012b), aunque podía dejar abiertas múltiples posibilidades de acción e indagación por parte de los estudiantes, razón por la cual no la considerábamos un direccionamiento del ambiente de modelación.

El material filmico que seleccionamos para presentar a los estudiantes constó de dos videos. El primero era una pauta publicitaria del Instituto Colombiano de Crédito Educativo y Estudios en el Exterior (Icetex, 2011), en la que se invita a solicitar un préstamo educativo sin preocupación alguna, dado que es posible que una persona de escasos recursos económicos pueda acceder a él y cancelarlo sin problemas, “contando moneditas”. El segundo video es una realización de la Federación Nacional de Profesores Universitarios (Fenalprou, 2011), en el que intervienen actores de televisión nacional, así como estudiantes y docentes universitarios, y en el cual se presentan cifras de inversión estatal que revelan que el presupuesto nacional ha sido destinado cada vez menos a la financiación de la educación pública, y cada vez más al fortalecimiento de las entidades y organismos de defensa nacional (fuerzas militares, carcelarias, etc), lo que ha conllevado una tendencia hacia la financiación de la educación por parte de los estudiantes, que implica el encarecimiento de los estudios y que no todos los ciudadanos tengan la posibilidad de acceder a la educación pública que, constitucionalmente, es un derecho fundamental y una obligación del Estado Colombiano.

Por su parte, las preguntas que planteamos realizar a los estudiantes como motivación para la discusión —imaginación pedagógica— estuvieron distribuidas en dos secciones. La primera de ellas constaba de una serie de preguntas iguales para todos los grupos, que debían tratar de solucionar con base en lo que presentaban los videos. Estas preguntas fueron: (1) ¿qué opinión tiene cada uno de los integrantes del grupo sobre el contenido de los videos?; (2) según lo que se plantea en el video “La Educación Superior en Colombia”, ¿en quién debe recaer la responsabilidad de suplir el costo económico que implica estudiar en una universidad?; (3) ¿la respuesta a esta pregunta es la misma si nos referimos al otro video?; y (4) ¿por qué?

La segunda sección constaba de una pregunta general que constituía la pregunta central que guió todo el ambiente de modelación matemática —*¿cuánto cuesta estudiar en Colombia, después de la educación media?*— y una pregunta específica para cada uno de los cuatro grupos acordados en la “sesión 5”. Estas preguntas fueron: (1) ¿cuánto gastaremos en transporte durante todo el tiempo que estemos estudiando?; (2) ¿dónde y cómo conseguir el

dinero para poder seguir estudiando luego de salir del colegio? Si se trata de un crédito, ¿cómo se fija el valor de la deuda y cuánto debería pagar al final?; (3) ¿cuánto cuesta ingresar y mantenerse en una institución de educación superior?; y (4) ¿Cuánto cuesta prepararnos, fuera del colegio, para presentar los exámenes de admisión a las instituciones educativas del nivel superior?

Con la formulación de estas preguntas y el hallazgo de los videos, nuestro propósito —que formó parte de la situación imaginada para la sesión 9— era poder presentar los dos videos a los estudiantes, de forma que tomaran contacto con dos versiones diferentes acerca de la situación de la educación superior en Colombia, una oficial y otra no oficial. Además, esperábamos que la observación de estos videos les permitiera a los estudiantes generar una mayor cantidad de espacios de interacción en los cuales se hiciera más probable que surgieran discusiones, especialmente matemáticas y reflexivas (que casi no se habían presentado hasta este momento). Además, suponíamos que el hecho de que los estudiantes observaran cifras haría que les resultara más evidente que la actividad consistía en explorar, con base en las matemáticas, una situación de su vida real, y que con ello podríamos encontrar más referencias a las matemáticas. Esta expectativa surgió en virtud de que nuestra formación disciplinar nos llevaba a buscar la presencia de referencias a un objeto de las matemáticas escolares, y a considerar que esta era una condición indispensable para estimar como modelación matemática al ambiente en el que nos encontrábamos.

De este modo, llegué al aula de clase con toda la disposición y los materiales de grabación listos para iniciar la “sesión 9”, así como con los videos y las preguntas impresas para cada uno de los grupos. Aun así, se presentó un inconveniente logístico importante que definió la situación dispuesta, relacionado con las condiciones materiales del colegio para el uso de la sala de ética, en la que se podría realizar la proyección de los videos. Debido a la imposibilidad para realizar una prueba previa de los videos que llevaba para esta sesión, tuve que iniciar clase con los estudiantes y comenzar la configuración de los equipos al mismo tiempo. Al tratar de reproducir los videos, solamente el referido a los créditos Icetex funcionó, dado que el computador que utilicé no reproducía el formato de archivo que tenía el video de Fenalprou.

A pesar de la angustia que me generó esta situación, me vi en la necesidad de cambiar la dinámica de la clase —organización práctica—, por lo que expliqué a los estudiantes que

la primera parte del taller estaba dedicada a una discusión con base en los videos que no se podría realizar, y que solamente podríamos trabajar en esta escena la segunda parte del mismo, constituida por la pregunta específica para cada grupo según el tema de interés seleccionado. El hecho de no haber podido generar una discusión con base en la reflexión acerca de los videos implicó que para esta sesión, a pesar de que contamos con las capturas de audio para cada uno de los grupos, no se generaron discusiones. Pensamos que esto se debió a que los estudiantes se dedicaron a dar una respuesta a la pregunta por cada uno de los integrantes del grupo, sin generar mayores discusiones entre las opiniones de cada uno de ellos.

En la siguiente asesoría definimos que era necesario realizar la clase con la proyección de los dos videos, dado que no habíamos cumplido con el objetivo de motivar la producción de discusiones. Así, y con el fin de asegurar el éxito de la “sesión 10”, realizamos conversión de los videos a tres formatos de archivo diferentes. Por supuesto, la situación imaginada continuaba siendo la misma que para la sesión 9.

En la sesión 10 estuvo presente Oscar, quien inicialmente se presentó a los estudiantes, ante lo cual ellos reaccionaron de manera positiva debido a que yo les había comentado con anterioridad que la investigación no era llevada a cabo solamente por mí, y que era posible que asistieran a la clase otras personas. Dado que fue posible reproducir los dos videos, continuamos con la solución a la primera parte del taller, en la que les pedimos a los estudiantes que discutieran en grupo sus posibles respuestas frente a cada pregunta y trataran de llegar a una respuesta unificada a cada una. Mientras se realizaba esta discusión por grupos, les facilitamos computadores a los estudiantes para realizar búsquedas de información que les permitieran responder las preguntas, especialmente aquella específica por grupo. También les solicitamos que grabaran con su teléfono móvil el audio de todo el proceso de discusión, generaran un archivo y, al final de la sesión, me lo enviaran.

A través de los espacios de interacción generados en torno a la discusión sobre los videos, en esta escena se obtuvieron 9 episodios enmarcados en el trabajo en grupo y 2 episodios en las plenarias, aunque muy ricos en términos de discusiones tecnológicas y reflexivas identificadas. En los episodios enmarcados en espacios de interacción definidos por la discusión grupal, surgieron 5 discusiones tecnológicas —dos sin referencia al porvenir—, dos reflexivas —con referencia al porvenir— y cuatro tecnológicas y reflexivas

—todas con referencia al porvenir—. A continuación, presentamos un fragmento de un episodio en el que solamente se presenta una discusión tecnológica, sin referencia alguna al porvenir.

**Alexandra:** ¿Seguro dos por ciento? Un solo pago por semestre. No, eso es como un seguro o algo así. Pille, tasa de interés aplicada, el 2,44%, Uish, re harto, parece. [pasan como 5 segundos] Número de cuotas mensuales de pago, setenta y dos. Años, 6. Total a pagar. [silencio de cerca de 7 segundos].

**Daniel:** Re cara.

**Alexandra:** Sale caro. Claro porque el 2,44%. Sale caro. ¿Profe?, la profe solo paga el 0,5%

**Laura:** ¿la profe?

**Pablo:** Pero pues porque ella está ...

**Alexandra:** En ahorro.

**Laura:** Ah, sí, en cooperativa.

La discusión tecnológica gira en torno a las tasas de interés, en un procedimiento en el cual se realiza una comparación entre dos porcentajes (el que encontraron en el simulador y uno que yo les había comentado sobre un crédito personal) y una estimación acerca de que uno de ellos es muy alto. No obstante, el hallazgo de la diferencia entre los dos porcentajes no genera una reflexión ni una referencia al porvenir de los estudiantes presentes en el espacio de interacción. La pregunta que surge en este punto en relación con la situación analizada —en tanto mirada a lo que no fue el caso pero pudo haber sido; es decir, razonamiento crítico— es ¿por qué esta discusión no desemboca en una reflexiva o en una referencia al porvenir? Esta pregunta surgió en otros momentos más adelante en el ambiente de modelación, y vino a constituir una parte importante de nuestros análisis sobre el ambiente.

Otro episodio de esta misma sesión, que también se presentó en un espacio de interacción definido por la discusión grupal, presenta una discusión reflexiva que derivó en una referencia al porvenir.

**Andrés:** (...) contribución al trabajo en equipo de 1003 deben ustedes responder a la siguiente pregunta: ¿dónde y cómo conseguir el dinero para poder seguir estudiando luego de salir del colegio? (...)

**Alexandra:** Pues trabajar, sería lo más asequible.

**Sebastián:** Los que tienen apoyo es muy fácil, ¿no?

**Alexandra:** O entrar al Sena

**Sebastián:** Los que tienen apoyo les van a dar todo.

**Fabián:** ¿Y los que no?

**Andrés:** ¿y los que no qué? Digamos, ¿usted en qué se metería a trabajar?

**Alexandra:** No, porque digamos ellos son menores de edad y no podrían trabajar

**Felipe:** No, por ahora en lo que salga

**Sebastián:** No, por ahora sí, domiciliario o lo que sea

**Alexandra:** En lo que saliera

**Sebastián:** Muchas veces toca así.

En este episodio pudimos observar que las discusiones reflexivas de los estudiantes se orientaban hacia su situación con respecto a los créditos, cuando se contempla el hecho de que no siempre son aprobados, así como el caso de quienes no cuentan con el apoyo de sus padres para estudiar. En este momento, buscaron inicialmente mecanismos de financiación y, posteriormente, la posibilidad de ingresar a un trabajo “en lo que sea” o al SENA, que ofrece formación gratuita. Esta discusión termina en una referencia al porvenir dado que muestra la posición de Felipe como estudiante menor de edad y sin apoyo de los padres para estudiar, quien contempla que trabajará “por ahora en lo que salga”. A partir de este episodio, comenzamos a tomar en consideración —razonamiento crítico— la idea de que podría existir una relación especial entre las discusiones reflexivas y las referencias al porvenir de los estudiantes, que necesitaríamos explorar con mayor detalle.

Luego de que los estudiantes realizaron las discusiones grupales sobre las posibles respuestas a las preguntas de la primera parte del taller, realizamos una discusión en plenaria acerca de las respuestas conjuntas. Con esta configuración surgieron muy pronto discusiones relacionadas con las matemáticas, como se puede observar en el siguiente apartado, tomado justo al inicio de la discusión en plenaria. Angélica es la primera persona que pide la palabra para intervenir:

**Angélica:** Pues en el primer video nosotros vimos que uno puede lograr los sueños si uno quiere, pero al igual también toca ver qué tengo para lograrlo, con quién lo puedo hacer, quién me puede ayudar para hacerlo, o si ..., o yo [se señala a sí misma con el dedo] tengo mi autonomía, un poco. Y en el segundo ya estamos viendo más presupuestos, lo que de verdad pasa, las sumas que se utilizan para hacerlo, entonces eso fue lo que más o menos vimos aquí. Se veía que se invertía más en unas cosas que en otras y por qué a veces nos quitan o somos reprimidos de algunas cosas por el Estado.

**Oscar:** ¿A qué haces referencia con eso, con que nos quitan o ...?

**Angélica:** Por ejemplo, en el sentido en que ..., nosotros vamos a estudiar en el Sena, ¿sí?, lo que decía mi compañera acá [señala a Mariana]. Pero hay muchas personas que no asisten a eso, ¿sí?, que se inscriben pero no van y, digamos, no tienen ... [hace gesto de duda con el rostro] porque no puedo ir o algo, y solo pierden la inscripción. Y por muchos de ellos uno puede perder el cupo en el Sena

y uno sí puede estar interesado y sí lo necesita. Un ejemplo acá, en el colegio: el refrigerio. Aquí muchos, tal Fulanita está cumpliendo años, celebremos, a la cabeza y a ensuciarle el uniforme. Pero si nos los quitaran muchos dirían: ¿pero por qué? ¡no es justo! ¡mi papá paga servicios!, paga ..., etcétera, y es justo que nos los den, ahí sí lo valorarían. Toca valorar a veces las pocas cosas y pequeñas cosas que nos dan.

La intervención inicial de Angélica muestra un contraste fundamental entre las discusiones previas a la presentación de los videos y aquellas que siguieron a la misma, dado que estuvieron marcadas por una referencia mayor a las características y elementos que constituyen la posibilidad de estudiar, así como las implicaciones sociales y políticas que tienen. Si bien para este caso las discusiones hacen mayor referencia a las aplicaciones matemáticas que presenta el video de Fenalpro, en términos de datos (es decir, constituyen discusiones tecnológicas), también muestra que se genera además una reflexión acerca de lo que estas cifras indican, y de lo que implican para ellos mismos. Por ejemplo, reconocer que se invierte más en unas cosas que en otras, y plantear una posición según la cual se hace comprensible que en ocasiones seamos “reprimidos de algunas cosas por el Estado”, constituye una reflexión acerca de las implicaciones sociales de la aplicación de un modelo a una situación social, por lo cual esta sería una discusión reflexiva, que surgió con base en una tecnológica previa. Además, esta discusión generó el surgimiento de otras relacionadas, como la que se presentó más adelante en este mismo episodio:

**Ricardo:** Yo quiero decir algo referente a lo que Angélica comentaba, y es que, digamos, Colombia se está basando en una imitación.

**Juan:** Sí [levanta la mano enfatizando lo que dijo el compañero].

**Ricardo:** El gobierno quiere (se escucha la algarabía de niños jugando en el patio del colegio) como poder, y por eso nos estamos como, somos un país subdesarrollado, por no querer avanzar. Ellos quieren destruir barreras pero físicamente, o para mí [se señala a sí mismo con la palma de la mano], a mí se me hace que muchas veces son las barreras que uno mismo se propone, digamos, como pa’ alcanzar una universidad, pa’ alcanzar una meta, como pa’ querer estudiar, como para pensar y votar mejor, como, pues a mí no me gusta la política, pero, pues si es necesario, pues yo estudiaría, porque este país ... [señal de negación con la cabeza].

En esta intervención se observa cómo para Ricardo toma importancia la discusión inicial presentada por Angélica, a tal punto que su propia discusión se constituye en una ampliación de la inicial, aunque presenta elementos diferentes, dado que incluyen referencias a las barreras impuestas por el mismo estudiante, mientras que en los de Angélica se hacía

énfasis en aquellas que el Estado impone a los estudiantes —aunque de manera justificada—. Además, Ricardo hace una mención a la política en la que da a entender que comprende por esta un sistema representativo en el que los ciudadanos escogen a sus gobernantes, pero en el que considera que es posible intervenir a través de la educación, formándose para romper los obstáculos autoimpuestos.

En contraste con la discusión planteada por estos dos estudiantes, también aparece en esta plenaria otra discusión reflexiva que hace referencia a los mismos videos, pero desde una posición contraria a la de Angélica.

**Javier:** Pues, o sea, es desde mi perspectiva, ¿no? Eh, en el primer video muestran que, bueno, que la señora con ganas, vendiendo su ropa y eso pues alcanzó a pagarle a su hija una carrera, ¿cierto?, y pues esa, a mí me parece un poco frase de cajón decir de que si se quiere se puede, porque en este país no ... [señal de negación con la cabeza] las cosas no se manejan así, aquí el que tiene más poder [abre los brazos hacia el frente] es el que puede, el que no [cierra los brazos], hace caso. Y es así de sencillo. A cambio que en el segundo video nos están mostrando lo que en verdad es la realidad, que acá no, yo creo que acá muchos queremos estudiar, bueno, cada quien con su carrera, ¿cierto?, pero no muchos tenemos la posibilidad de en verdad llegar a terminar y a culminar ese sueño, porque es un sueño, hasta no terminarlo no es una realidad.

En este fragmento Javier presenta una posición que rechaza la idea de que “si se quiere, se puede”, ya que la coloca en relación con el contexto social y político de Colombia, planteando que en el país existe una relación entre la posesión del poder y la generación de oportunidades. Esta idea continúa con una referencia directa a su propio porvenir y a la forma en que concibe la continuación de estudios luego de terminar el colegio: como un sueño que no se encuentra al alcance de muchos.

El contraste entre las discusiones reflexivas de Angélica y Javier con respecto a un mismo contenido (presentado en el video de Fenalprou) constituido por cifras, nos permite evidenciar que algunas condiciones llevan a que estas diferencias se presenten. Sin embargo, para este momento no encontrábamos a través del razonamiento crítico una razón o elementos de análisis que nos permitieran tratar de comprender esta situación.

Como una continuación de este mismo episodio, surgió la intervención de una estudiante cuya participación en el ambiente de modelación se dio de manera casi exclusiva en esta escena. Su intervención resultó interesante en tanto que era una estudiante que no se destacaba por ser considerada “buena” estudiante de matemáticas en mi clase, lo que cobraba

importancia en tanto que generaba una forma diferente de involucrarse en el ambiente de modelación.

**Mariana:** El problema de nosotros es que nosotros nos vivimos comparando con los demás. Entonces, ¡ay, es que como él tiene mejor estudio, entonces yo no voy a hacer nada y yo me voy a quedar como un vago!, porque nosotros siempre vivimos comparándonos en vez de tener mejor mentalidad [señala la sien de su cabeza con el dedo índice].

**Juan:** Exacto, exacto [empuñando su mano derecha, con el dedo pulgar arriba].

**Tatiana:** Javier.

**Leonardo:** Eso que está ...

**Tatiana:** Espera, espera [extiende las palmas de las manos y levanta un brazo].

**Leonardo:** ... diciendo Mariana es bueno [asiente con la cabeza], es bueno, porque uno dice “no, él tiene mejor educación, yo lo puedo superar”.

**Julián:** No porque

**Mariana:** Una cosa es uno ver y querer ser mejor, y otra cosa es comparar. Nosotros lo que estamos haciendo es comparar el colegio con un privado, y acá, básicamente nos están dando una, una, ¿cómo se llama eso?, una educación básica [se escuchan risas], pero sin embargo estamos acá aprendiendo y sin embargo mire lo que la profesora está haciendo con nosotros [señala a la profesora], abriéndonos los ojos aún más futuro. ¿Será que en un colegio privado hacen lo que la profesora está haciendo hoy? Ellos no lo van a hacer [negación con la cabeza].

Notamos que la forma en que Mariana ingresó a esta discusión fue a partir de la referencia a una actitud conformista identificada en las personas ante las limitadas opciones que se les presentan. Además, Mariana rescata de manera importante el ejercicio realizado, el cual les permite “abrir los ojos a un futuro” y ser más realistas en la forma en que se acercan al “sueño” de estudiar después de egresar del colegio. Estos argumentos parecen apuntar al hecho de que la importancia que genera la experiencia para Mariana está relacionada con la forma en que ella misma interpreta su realidad y, por tanto, sus posibilidades de futuro.

Si bien habíamos propuesto a los estudiantes que era necesario presentar en cifras la respuesta a la pregunta específica que había sido entregada a cada grupo como parte del taller, a partir de la asesoría que realizamos con posterioridad a la sesión 10 definimos que era necesario que los estudiantes también utilizaran la información de tal forma que les permitiera aplicar esta respuesta a la situación particular del curso 1003. Como parte de la situación imaginada, considerábamos que así sería posible que involucráramos en mayor medida las intenciones e intereses de los estudiantes del curso y, de acuerdo con Skovsmose (1999), facilitaríamos condiciones para que estas intenciones derivaran en acciones.

Así, la consigna del trabajo en grupo para las sesiones 11 y 12 fue establecer, con base en información cuantitativa, aquella información que resultaba pertinente para dar respuesta a la pregunta de cada grupo. Para esta labor, los estudiantes contaban con computadores e internet que les brindaban acceso a la información, así como con mi asesoría para acercarse a las diferentes maneras de presentar argumentos numéricos que permitieran responder las preguntas. Cabe señalar que habíamos diseñado estas preguntas —organización práctica— con el fin de que los estudiantes tuvieran que recurrir a cuantificaciones de diversos tipos para poder aproximarse a una respuesta, aunque no constituiran situaciones problemáticas cerradas, en tanto que podían hacerlo de múltiples maneras, fuentes y tipos de información. Por tanto, mi labor fue sencillamente de resolver las inquietudes que los estudiantes encontraban con respecto a sus maneras de organizar la información que encontraban tras cada búsqueda, sin limitar sus estrategias.

A pesar de que en la sesión 11 contamos con los recursos para realizar el trabajo con los estudiantes, y de que nuevamente se realizó la grabación de audio por grupos, ellos se centraron en recolectar información numérica que les permitiera cuantificar la manera en la cual iban a responder a la pregunta. A pesar de esto, cuando realizamos la revisión de las grabaciones producidas por los estudiantes, no evidenciamos el surgimiento de al menos una discusión, posiblemente —desde nuestro razonamiento crítico— debido a que la búsqueda de información involucró a los estudiantes de tal manera que no realizaban mayores discusiones entre ellos, en su afán por tratar de responder la pregunta.

En la sesión 12 los estudiantes continuaron con la tarea de buscar información, específicamente numérica, que permitiera dar respuesta a cada una de las preguntas asignadas a los grupos según su interés de consulta. En contraste con la anterior, en esta sesión tuvieron lugar tres episodios: dos con discusiones tecnológicas —uno con referencia al porvenir y el otro no— y uno con discusiones tecnológicas y reflexivas —con referencia al porvenir—. Uno de ellos nos llamó la atención, por lo que lo presentamos a continuación.

**Santiago:** Tasa de interés

**Felipe:** ¿Cómo ponemos?

**Santiago:** Excedente de lo que termina pagando

**Felipe:** ¿Qué le digo? digamos, ¿ud ya averiguó las carreras, cierto? (...) Pues digamos, mire, cinco millones... no mentiras, cinco millones por el semestre que ud vaya a estudiar, (...)

**Santiago:** El excedente

**Felipe:** Excedente, tasa de interés,...

**Santiago:** El porcentaje ya lo arroja la página. Ah no pues sí, porque el porcentaje, ah no la tasa

**Fabián:** Porque es lo que uno termina pagando

**Santiago:** El excedente es lo que ud paga de más.

**Felipe:** El total, en total ¿cuánto es?

**Santiago:** No porque sería... ah no, sí tendría que poner el total. Espere, espere, ¿ud qué ya puso? tasa de interés.

**Felipe:** Bancos, tasa de interés, excedente y total.

**Santiago:** Sería poner monto, o sea, el dinero que usted saca en total, con eso ya sabría cuánto sacó, y pues lo demás ya sería otra, otra... ¿si me hago entender? Por ejemplo, pidió diez millones y el excedente fueron siete.

En este episodio pudimos identificar que los estudiantes de uno de los grupos que indagaban por mecanismos de financiación estaban buscando la manera de organizar la información que habían recolectado hasta este momento, de tal forma que en su lectura fuera posible identificar el valor que se paga de más (el excedente) y el valor total que se debía pagar en un crédito. Para ello, utilizaron una hoja de cálculo de Excel, y en este momento trataban de definir cuáles serían los campos a considerar en una tabla que resumiera lo encontrado. Todos los datos que estaban trabajando en este momento fueron recogidos por ellos a través del uso de un simulador que encontraron en el sitio web [www.elmejortrato.com](http://www.elmejortrato.com), en el cual podían comparar múltiples tipos de créditos en diferentes entidades financieras de Colombia, manipulando variables. Además, intentaban nombrar las diferentes variables que el simulador les permitía manipular. Por tanto, los procedimientos que los estudiantes exploraron en este fragmento permitieron la producción de una discusión tecnológica. Pero este episodio continuó como mostramos a continuación.

**Felipe:** No, ¡muy caro!

**Santiago:** Va a saber que todo, que terminó, que el total de pagar fueron diecisiete millones. Es que no sé cómo decir eso. Dinero que... sacó prestado, no eso se llama... préstamo, ponga así préstamo. Aquí, después de esto, después de bancos. [silencio de 10 segundos en el grupo].

**Felipe:** Yo solo sé que los bancos es, son la peor estafa.

**Santiago:** Sí.

**Felipe:** Mejor dicho, nunca hay que sacar de un banco. No. ¿Usted no vio cuando estábamos haciendo las encuestas? Uish, ¡Dios mío!

**Fabián:** Eso lo roban a uno. (...) Esta es la tasa de interés: 25,34%.

**Santiago:** ¡Uy no, qué estafa! Ponga, gota a gota.

**Felipe:** Gota a gota si es peor.

**Santiago:** El gota a gota si lo va es quebrando.

**Felipe:** A él sí le paga o le paga.

**Santiago:** A un tío lo mataron por eso.

Este episodio proporciona un ejemplo en el cual los estudiantes trataban de dar respuesta a la pregunta planteada a través del uso de las matemáticas, emitiendo un juicio de valor acerca de la posibilidad de tomar un crédito educativo con un banco, lo que los llevó a considerar que “los bancos son la peor estafa”, tanto al observar tasas de interés como al establecer el valor adicional al dinero prestado que deben pagar. También presenta referencia al porvenir en el momento en que Felipe manifiesta que “nunca hay que sacar de un banco”.

Nos resultó interesante de este episodio que se presentara una dinámica no secuencial entre las discusiones tecnológicas y reflexivas, así como entre estos y la referencia al porvenir. Sin embargo, un aspecto que nos resultó aún más relevante fue que dentro de esta dinámica de configuración del modelo matemático (o de una herramienta para su interpretación) apareciera la referencia a un hecho familiar de violencia, reportado por el mismo estudiante que la vivió. Este hecho, como razonamiento crítico, nos llevó a pensar que era posible que existiera una relación entre su participación en el ambiente de modelación y su experiencia de vida, de tal forma que tuviera un papel en su significación del fenómeno que se estaba modelando. Esto nos permitía retomar la idea de que el contexto macro y exterior a la escuela influye de manera determinante en la significación del aprendizaje por parte de los estudiantes (Valero, 2012a).

Cabe mencionar que durante esta sesión surgió un nuevo grupo, dedicado al análisis del programa gubernamental de otorgamiento de diez mil becas, el cual fue considerado por nosotros en la asesoría como un posible tema debido a que era una posibilidad de estudio que acababa de ser lanzada por el Ministerio de Educación Nacional, y que había generado una cantidad importante de reacciones en los medios de comunicación. Por tal razón, como investigadores consideramos —imaginación pedagógica— que para ellos sería útil explorar en detalle esta opción, ya que imaginábamos que al invitarlos a analizar este tema podrían considerarla como una alternativa para continuar los estudios, además de que convocaría sus intereses. La forma en la cual se incluyó este tema ejemplifica la forma en que como docentes colocábamos nuestros intereses en el ambiente de modelación, en tanto que nos involucrábamos también como sujetos en el mismo.

Para este momento del ambiente los estudiantes habían adelantado una parte de la indagación y formulación de elementos que permitieran identificar características de la

situación que vivirían en el momento en que egresaran del colegio y buscaran continuar sus estudios, además de que habían comenzado a trabajar con información cuantitativa que les permitiera vislumbrar condiciones y posibilidades. Además, y de acuerdo con esto, habíamos identificado el surgimiento de discusiones tecnológicas y reflexivas, pero no matemáticas.

Este hecho nos llevó a considerar en la asesoría de trabajo de grado algunas condiciones que no permitían o que dificultaban el surgimiento de discusiones matemáticas. Como ejemplo, tuvimos una discusión acerca del impacto que pudo haber generado el uso del simulador —razonamiento crítico—, dado que yo consideraba que había podido ser un elemento que iba en contra del surgimiento de este tipo de discusiones, en tanto que no permitía identificar las características matemáticas de los modelos implicados. Particularmente, en el caso de la forma en que las entidades financieras calculaban las cuotas y los valores a pagar en un crédito, los estudiantes y yo nos vimos inmersos en una serie de cálculos que resultaban bastante crípticos, además de que estaban relacionados con conceptos económicos que nos resultaban desconocidos. De hecho, y con el fin de obtener información al respecto, consulté con un profesor de economía del colegio, quien me manifestó que el tipo de interés que tenía esta clase de créditos tenía un comportamiento que no era fijo, por lo que no resultaba sencillo tratar de develarlo. Además, comentó que los términos utilizados en el vocabulario financiero y que estaban involucrados allí tampoco resultaban de fácil comprensión por parte de personas que no fueran especialistas en la materia.

Para este punto, nos resultó paradójico el hecho de ingresar a profundidad en esta indagación dado que notábamos que, por una parte, si los estudiantes la realizaban, podrían acceder a una serie de conocimientos matemáticos sofisticados, pero por la otra, el conocimiento matemático requerido para llevar a cabo esta labor no era de mi total dominio. Decidí inicialmente tratar de acercarme a este tipo de conocimiento matemático, pero al mostrar parte de mis hallazgos a los estudiantes que trabajaban en esta temática, noté que ellos no deseaban ahondar en el asunto. Además, para este momento, habían encontrado los simuladores, y para efectos de la información que se encontraban recolectando, les resultaba equivalente el uso del simulador al cálculo manual de la forma de liquidar los créditos.

Nuestra discusión giró, con referencia a este momento del ambiente, en si el hecho de que los estudiantes utilizaran el simulador de créditos podría ir en contra de la generación de discusiones matemáticas o si, por el contrario, el uso de estas herramientas lograba que

los estudiantes no se enfrascaran únicamente en este tipo de problemáticas y lograran identificar elementos que permitieran la producción de reflexiones que, de acuerdo con los objetivos de la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica, serían el objetivo principal del ambiente de modelación. Al respecto, consideramos que nuestra preocupación principal debía estar enlazada con este objetivo, y que la educación matemática crítica consideraba las matemáticas como construcciones sociales de grupos de personas (Araújo, 2009).

Encontrábamos una relativa dificultad para conciliar esta idea sobre las matemáticas con el concepto de discusión matemática planteado por Barbosa (2006), quien plantea que estas son discusiones provenientes de la matemática pura. De acuerdo con Araújo (2009) podemos considerar que:

Las concepciones de matemática fundamentadas en una de esas filosofías absolutistas, sea en el trabajo con modelación matemática o no, llevan a la educación matemática a un entendimiento de esta disciplina como un conjunto de verdades incuestionables y organizadas linealmente de tal forma que un asunto es pre-requisito para el entendimiento del siguiente (p. 62).

Por lo tanto, la pregunta que nos quedaba en este punto era: si consideramos que las matemáticas son construcciones sociales de grupos de personas, y si Barbosa decide tomar el conocimiento matemático planteado por Skovsmose (1999) como base para sus conceptos de discusiones, ¿por qué el concepto de discusión matemática de Barbosa parece estar enlazado con una filosofía absolutista como la presentada por Araújo? A pesar de esta dificultad, decidimos no entrar en esta discusión y continuar concibiendo las discusiones matemáticas tal y como las propone Barbosa (2006).

Habiendo tomado una decisión acerca de esta preocupación, consideramos también lo que realizaríamos en la “escena 13”, dado que sabíamos de antemano que para este momento no contaríamos con el aula en la que se encontraban los computadores. En virtud de esto, como situación imaginada consideramos que para esta sesión podríamos organizar una puesta en común de los avances de los grupos, de tal forma que tuvieran una retroalimentación de sus compañeros. Nuestra apuesta aquí era que los estudiantes participaran de manera activa en las exposiciones que realizara cada grupo, de tal forma que generaran espacios de interacción. Adicionalmente, continuábamos a la espera de que se presentara la producción de discusiones matemáticas.

Al llegar al aula, les comenté a los estudiantes que la idea para la clase era realizar una presentación acerca de lo que hubieran avanzado hasta este momento en la respuesta a la pregunta planteada, por lo que la clase se dividiría en dos partes: la primera de ellas estaba dedicada a que en reunión por grupos planearan la manera en que realizarían la presentación a sus compañeros y condensaran y organizaran la información con que contaban; la segunda se destinaba a la presentación de avances frente al grupo y a la participación que sobre estos avances tuvieran los demás miembros del salón.

En esta ocasión conté con la presencia de un egresado del colegio, quien le comentó al curso 1003 sobre su experiencia al transportarse en bicicleta a la universidad y los beneficios que esta acción ha tenido para su economía y su estado de salud. Esta intervención se presentó debido a que el grupo que estaba trabajando con la temática de los transportes había contemplado inicialmente esta posibilidad, y había tenido algún impacto en sus integrantes y en otros estudiantes del curso, por lo que el egresado quiso aportar al debate. Sin embargo, esto no promovió el surgimiento de discusiones.

En esta sesión pudimos encontrar siete episodios, de los cuales tres se dieron en espacios de interacción configurados a partir del trabajo en grupo y cuatro en la exposición de avances. Además, se evidenció producción de discusiones tecnológicas y reflexivas, con predominancia de los primeros, pero con total ausencia de discusiones matemáticas. A continuación presentamos un fragmento de uno de estos episodios, encontrado en medio del trabajo por grupos de tres estudiantes que indagaban por la financiación en bancos.

**Felipe:** ¿Ud qué haría para pagar su carrera, viendo ya lo que tenemos acá?, la voz de él.

**Fabián:** Ahorrando, aprendiendo a ahorrar que pedir un préstamo.

**Felipe:** ¿Ud qué quiere estudiar?

**Fabián:** Ingeniería en sistemas.

**Felipe:** ¿Ingeniería en sistemas?, ah no pues en el SENA ¿no?

**Santiago:** En el SENA

**Fabián:** Nooo

**Felipe:** ¿En el SENA no?

**Santiago:** Uno entra al SENA y después (exceso de ruido en el salón)

**Fabián:** Me meto a la INCAP, hago un técnico y después que tenga plata pues hago la ingeniería. (...)

**Felipe:** Yo voy suavcito, no tengo afán. Igual eso se demora uno mucho.

El fragmento inicia en un punto en el que los estudiantes habían generado algunas discusiones tecnológicas relacionadas con los cálculos realizados para el costo de los

créditos, que termina en el planteamiento de una pregunta que involucra una discusión reflexiva. Una de las primeras cosas que nos llamó la atención sobre este episodio — razonamiento crítico— fue que en él comenzaban a incorporar en mayor medida referencias a su porvenir con las discusiones reflexivas, en tanto que involucraban sus propios intereses como condición para resolver la pregunta: “¿Ud. qué haría para pagar su carrera, viendo lo que tenemos acá? En otras palabras, el cuestionamiento no iba dirigido a cualquier estudiante de cualquier grupo, sino que se lo realizaba cada uno para su condición particular, por lo que la respuesta implicaba retomarla con base en sus intenciones y disposiciones. Así, encontramos que en este episodio los estudiantes planteaban tomas de posición fundamentadas por la indagación en el ambiente de modelación, que involucraban las reflexiones que habían realizado hasta el momento. Sin embargo, este mismo episodio nos revelaría otros aspectos, de acuerdo con la forma en que continuó.

**Felipe:** Mientras tanto ¿de qué se alimenta?

**Santiago:** A ud le tocaría trabajar porque en un año no alcanza a ahorrar nada, pues o sea, no tanto como para pagar toda la carrera.

**Felipe:** No porque vea, una carrera mensualmente vale tres millones ¿sí?

**Santiago:** De tres a cinco.

**Felipe:** Tres millones el semestre.

**Fabián:** Pero digamos en una universidad así como distrital, como el INCAP uno sólo está pagando quinientos mil pesos, pero ya entrando en universidad le toca pagar ya como tres millones.

**Felipe:** Por eso tres millones ¿no?, en las que miramos. Digamos. Digamos tres millones, ¿no? Usted está trabajando. Se gana el mínimo. Millón doscientos, millón trescientos mil. Y... ¿de dónde saca la otra plata? (...) Bueno, entonces, ¿ahorrando?

**Santiago:** Es que tenga en cuenta que solo son tres millones cada seis meses. ¿Usted cómo hace para conseguirse el resto? Pero si tiene seis meses pa' conseguirselos.

**Felipe:** No, no tiene seis meses.

**Fabián:** No, porque si está estudiando (pasa un bus del Sitp, por lo que no se escucha).

**Felipe:** Un semestre son seis meses.

**Santiago:** Y usted lo paga semestral, usted no paga todo de una.

**Felipe:** Por eso, en los cuales se gana digamos quinientos mil. Se haría lo de los tres millones, ¿no? ¿Y con qué se alimenta? ¿Con qué se sostiene?

**Santiago:** Hotel mamá.

**Fabián:** Pues eso es si entra a una universidad. Pero así haciendo el técnico no. Ahí lo puede pagar.

**Diego:** Vendiendo chicle, maní, caramelo.

**Santiago:** Pero, pero, si usted se consigue una buena clientela, de vendedor ambulante no le va ni tan mal. Yo conozco a un amigo que se saca como millón doscientos así, y solo trabaja por la mañana.

**Felipe:** Nooooo

**Santiago:** El man vende re hartito.

**Diego:** Vicio [risas de los estudiantes].

**Santiago:** Aromática, tinto

**Felipe:** Yo creo que así porque.... Eso no gana ni mi tía, que tiene severa tienda.

La aparición de las referencias al porvenir está presente durante todo el espacio de interacción mostrado aquí, ya que tanto al pensar en formas de financiarse, en costos, en tiempos o en tomas de decisión, se hacían presentes como referentes que definían el curso de la discusión, fuera tecnológica o reflexiva. Pero además, no es tan simple separar aquellas frases en las que se habla de aplicaciones de las matemáticas o de implicaciones sociales de su uso. Por ejemplo, cuando Felipe plantea: “Por eso, en los cuales se gana digamos quinientos mil. Se haría lo de los tres millones, ¿no? ¿Y con qué se alimenta? ¿Con qué se sostiene?”, resulta un enigma decidir si esta producción verbal constituye una discusión tecnológica o una reflexiva, porque al analizarla se encuentra que contiene elementos de los dos tipos. Así, observamos que no nos sería posible plantear una clasificación de las discusiones similar a la que se evidencia en Barbosa (2007), dado que tendríamos dificultades para considerar una frase que forma parte de un espacio de interacción únicamente como una discusión de uno u otro tipo; es decir, que en una frase no se podría presentar más de un tipo.

Presentamos a continuación otro episodio que surgió en esta sesión y que estaba inmerso en un espacio de interacción caracterizado por la exposición de avances a los compañeros.

**Felipe:** Es que los bancos no serían buenos.

**Tatiana:** No es una buena opción los bancos.

**Felipe:** Y si tomarían, si toman ese banco, pues ahí se les está advirtiendo que se les paga mucho. Y lo enredan. O sea, lo enredan. Cuando yo me puse a leer lo que ofrecía el banco, lo enredan a uno con palabras que ... [gesto que indica “desconocidas”]. Toca buscarlas por ahí.

**Tatiana:** ¿Ustedes miraron Icetex?

**Felipe:** Sí.

**Tatiana:** Sin analizar cómo liquidan, ¿miraron Icetex?

**Andrés:** Profe, pues yo creo que uno debe saber más o menos en dónde, en dónde uno se va a meter, ¿sí? O sea saber del tema en lo que lo van a enredar a uno, porque a veces uno va sin conocimiento y sin nada y ...

**Tatiana:** Digamos ahorita, ustedes ya tienen algo muy previo, ya saben que existe una tasa de interés, ya, algo previo.

**Andrés:** Porque a veces uno va y le dicen, le pueden montar a uno ahí un video que no, que no, que ni se podrá hacer.

Muchas de las reflexiones que había realizado el grupo que expuso en esta ocasión (financiación) se vieron reflejadas en esta exposición, dado que la idea que tenía Felipe de que tomar como opción la financiación a través de un crédito bancario no era buena opción había surgido en varias ocasiones en episodios enmarcados en el trabajo en grupo. Lo que esto muestra es que tales discusiones reflexivas, que surgieron inicialmente en grupos pequeños, también eran presentadas como avances del trabajo realizado, por lo que pretendían expandirse a las posiciones de otros estudiantes. Este hecho también lo pudimos observar en el episodio anterior a este, en tanto que se integraba a la discusión reflexiva que allí tuvo lugar un elemento proveniente de otros grupos, relacionado con gastos de alimentación y manutención, que se comenzaban a considerar en la respuesta a la pregunta por la liquidación del costo de los estudios, aunque la pregunta misma no los implicara.

Sin embargo, nos resultó aún más dicente el hecho de que reflexiones como la realizada por Felipe fueran retomadas y, de hecho, argumentadas también por otros compañeros. Aquí, Andrés complementa el alcance que podría tener para sí mismo el hecho de acudir a un banco y no conocer los conceptos que implica el tema de la liquidación de un crédito, dado que de esta manera “le pueden montar a uno ahí un video que (...) ni se podrá hacer”. Lo que nos resultó interesante de este caso fue que Andrés hizo referencia dentro de su propia perspectiva de futuro a una idea planteada por Felipe, lo cual nos muestra que el ambiente de modelación es un espacio para la elaboración conjunta de diferentes referencias a los porvenires y, por tanto, subjetividades. Así, la producción de Andrés parece mostrar la forma en que, de acuerdo con Valero (2012a), podríamos concebir que el discurso es constituido colectivamente.

Para el momento en que llegamos a la sesión 14 se presentaba en el colegio una circunstancia determinante, dado que era el momento del cierre de calificaciones, programación de actividades institucionales y finalización de clases de los estudiantes. Este panorama nos colocó en una complicación fundamental, puesto que una idea que nos habíamos planteado como meta del ambiente —que formaba parte de la situación imaginada por nosotros— era que los estudiantes realizaran una feria informativa en la que expusieran

sus resultados finales frente a sus compañeros de los grados noveno, décimo y undécimo — grados que estudian en su misma sede y jornada— del colegio, pero la excesiva programación de izadas de bandera y actividades de cierre de notas del colegio no permitió que este espacio fuera asignado dentro de la institución educativa. Por tal razón, la forma en la cual decidimos cumplir con esta tarea fue realizar las exposiciones finales ante los mismos compañeros de 1003, tomándola como una exposición final en la que pudieran discutir, controvertir y generar conclusiones.

Así, en la reunión de asesoría tratamos de planear la manera en que se pudiera llegar a este punto —imaginación pedagógica—, proporcionando a los estudiantes un tiempo para que organizaran sus avances hasta el momento y plantearan la presentación a sus compañeros. Brindar este momento constituyó el propósito de la sesión 14, por lo que inicié con el comentario a los estudiantes acerca de que sería necesario que dedicaran el tiempo de clase a establecer de qué manera podrían presentar a sus compañeros lo que habían avanzado hasta el momento, de tal forma que brindaran la información de la manera más clara posible. Con esto, tratábamos de plantear a los estudiantes que cerraran la búsqueda de información y que se ocuparan de la construcción de diapositivas, carteleras y demás técnicas que precisaran para realizar la exposición final.

En esta sesión los estudiantes contaron con acceso a los computadores e internet de la sala de ética del colegio, de forma que contaran con la herramienta para diseñar sus presentaciones —organización práctica—; no obstante, también sirvió para que los estudiantes elaboraran tablas, gráficos estadísticos y cálculos numéricos con los cuales realizarían la exposición, y para que buscaran información que les resultara necesaria para exponer.

Al revisar la información obtenida a través de las grabaciones de audio por parte de los estudiantes y de las grabaciones de video, encontramos que en esta sesión se presentaron 10 episodios, dentro de los cuales finalmente emergieron discusiones matemáticas. El concepto de discusión matemática planteado por Barbosa (2006, 2007), que tomamos como referencia para la interpretación de los episodios, implicaba que muchos de los elementos matemáticos que aparecían en el ambiente de modelación no fueran reconocidos como “discusión matemática”, en tanto no hacían referencia a la “matemática pura”. Como ejemplo de esta condición, presentamos un fragmento de un episodio en el que encontramos

discusiones matemáticas y una referencia al porvenir, en el marco de la discusión de los estudiantes acerca de la definición de una manera adecuada para presentar los datos sobre el costo de semestre y la carrera en relación con el valor de la manutención en estudios posteriores al bachillerato.

**Angélica:** ¿Por qué es mejor darlos en porcentajes aproximados que darlos en porcentajes exactos?

**Sara:** Yo creo que cuando uno da un porcentaje exacto la persona sabe a qué se va a atener ¿no? y que... si eso es en realidad lo que piensa o cree.

**Angélica:** O sea, tú dirías que es mejor exactos.

**Sara:** Sí, para mí.

**Angélica:** Yo digo generalizados

**Lorena:** No porque lo que uno encuentra, la información que uno encuentra es de los antiguos.

**Angélica:** No porque digamos, sí, lo que yo hice fue llamar a las universidades y me los dieron exactamente, pero ahí viene la pregunta qué es mejor, este es el más barato y varía un ejemplo hasta tres millones ochocientos y podría llegar a tres millones quinientos.

**Sara:** Yo creo que es mejor

**Angélica:** Yo creo que sería mejor así porque...

**Fernando:** ¿Crear un rango?

**Angélica:** Exactamente, un rango.

**Sara:** Eso le digo, ah, yo puedo pagar hasta tal punto. (ruido de un vendedor) entre la mayor y la menor cuál está, pero no saben cuánto es exactamente.

**Angélica:** Y además el rango ayuda más porque tú sabes ay me podría favorecer más la baja que la alta, exactamente dependiendo como también de las carreras que dijimos que ellos iban a estudiar les sirve, esta puede ser la más barata, intermediamente y la más cara, digo yo. ¿Ud qué piensa Fernando?

**Fernando:** Pues si lo hacemos así por rangos pues cada uno vería en las universidades pues cuál es más económica y cuál es más costosa, ahí se vería la diferencia ¿no?

**Angélica:** Sí, se vería. Entonces es lo que tenemos que hacer. (...) ¿cómo les parece mejor darlos en eh... él nos acaba de decir darlo en rangos, como dice Fernando o exactamente? era lo que él nos está preguntando. Es eso o...

**Fernando:** No porque si lo dice exactamente varía en cada... en cada situación, en cada uno.

(...)

**Angélica:** Mariana. ¿tú qué opinas? ¿Qué es mejor darlos en rangos, o exactamente los precios?

**Mariana:** Exactamente los precios.

**Angélica:** ¿Por qué?

**Mariana:** Porque sí. Porque así uno sabe qué es lo que tiene que pagar realmente, no por porcentajes.

**Angélica:** Pero nosotros estamos haciendo ahora el rango hasta el 2015, que es lo que nos estaban dando las universidades. Posiblemente la gente va a entrar en el

2016 y puede subir más. Entonces (...) pero pues ... no podemos dar un rango exacto hasta que no arreglen el salario mínimo. Entonces, por eso, es mejor darlo en rangos que exactamente. Entonces, la mayoría opina que es mejor darlo en rangos.

En este episodio es posible encontrar —razonamiento crítico— una referencia al concepto matemático de rango, que surge de una manera bastante extraña, ya que en términos formales aproximados, el rango es el valor que corresponde a la diferencia existente entre el valor máximo y el valor mínimo de un conjunto de datos, lo cual proporciona información acerca de la variación de los datos. En las intervenciones de los estudiantes durante este episodio no se encuentra una mención puntual a este concepto, aunque se recoge el hecho de que hay una preocupación por la dispersión o concentración de una serie de datos que encontraron sobre costos de algunas carreras en diferentes universidades, la diferenciación entre la presentación de un dato representativo (o “exacto”, como lo mencionan) y un intervalo, y que el hecho de plantear un dato “exacto” sería engañoso, porque no implicaría las variaciones en costos para cada caso particular.

Adicionalmente, podríamos pensar que aquí los estudiantes hacen referencia en mayor medida a un intervalo, y a que la forma en que consideraban que se deberían presentar los datos era mostrando el valor mínimo y el valor máximo, aunque lo denominaron como “rango”. Esta discusión surge con participación de varios integrantes del grupo, y comienza a tomar forma a través del avance en la discusión, lo cual es consistente con el hecho de que un discurso se va configurando de manera social. Esta conformación social no solamente se observa en el hecho de que involucre a diferentes estudiantes, sino que tiene lugar en un espacio de interacción constituido en torno al propósito de presentar los resultados a otros estudiantes; es decir, que surge en una actividad social con fines igualmente sociales. Esto nos lleva a la consideración planteada por Valero (2006):

No hay duda de que lo social enfocado en la interacción entre personas en el aula es muy importante pues en tales microprocesos es donde a diario se va alimentando la capacidad de los estudiantes de poder no sólo entender los contenidos de las matemáticas escolares sino también, y sobre todo, actuar con base en su conocimiento” (p. 3).

A pesar de cómo interpretan el concepto, este episodio exhibe una discusión matemática en tanto que lleva a que los estudiantes consideren necesaria la adecuación conceptual en matemáticas como un elemento para presentar el modelo a otros y, por tanto,

para facilitar su comprensión. En particular, este episodio refiere a la actividad universal de explicar (Bishop, 1999) ya que esta es la preocupación del grupo en relación con la tarea de presentar a sus compañeros.

El hecho de que los estudiantes llegaran a este tipo de discusiones significó que finalmente habíamos encontrado ejemplos de los tres tipos de discusiones, lo que hasta ese momento constituía para nosotros una preocupación permanente en tanto que no podríamos encontrar relaciones entre las diferentes discusiones que forman parte de la ruta de modelación y la referencia al porvenir de los estudiantes si no podíamos evidenciar ejemplos de cada una de ellas. Con ello, podríamos indagar algo sobre este tipo de discusiones, concebidas desde la perspectiva de Barbosa. Más aún, nos resultó interesante el hecho de que en esta discusión matemática se hubiera presentado una referencia al porvenir, esta vez en el momento en que Mariana plantea que el hecho de conocer un valor exacto le permitía saber “qué era lo que tenía que pagar realmente”, dado que la llevaba a pensar en lo que le decía cada una de las dos opciones. Sin embargo, en esta referencia al porvenir pudimos intuir que lo que Mariana consideraba era que el hecho de mencionar un valor “exacto” correspondía con el valor adecuado al costo “para ella”, no con referencia a un valor representativo de un conjunto de datos.

Otro episodio en el cual encontramos una discusión matemática surgió en el grupo de transportes, en el momento en que uno de los estudiantes se encontraba organizando la información en una tabla para dar a conocer a sus compañeros, del cual presentamos un fragmento a continuación.

**Juan:** ¡Profe!, pero aparte del promedio y del ¿rango?

**Tatiana:** Sí

**Juan:** Rango, hay una que digámoslo así como que es más conveniente, más amplia y abarca más [abre los brazos] y es el estándar.

**Tatiana:** ¿Estándar qué? [hace señal de incógnita levantando los hombros, abriendo las manos y colocándolas hacia arriba].

**Juan:** Porque uno puede decir el estándar está en tanto en cada tiempo, uno dice de aquí a allá [señala con los dedos un punto inicial y uno final] uno se demora 50 minutos, de 50 minutos a,... no se puede, digámoslo así, de 50 minutos a hora y media, entonces uno dice no, pues el estándar está entre 50 minutos y una hora [señala nuevamente con los dedos un punto inicial y uno final].

**Tatiana:** Estándar, una medida, yo no sé con cuál... ¿cuál es la medida estándar? O sea, es lo que tú, es algo tuyo.

**Juan:** Eso es un término co... es como un estimado.

**Tatiana:** Ahhh, es una estimación.

**Juan:** Ayyy pero estándar y estimación es lo mismo.

**Tatiana:** Pero eso es lo mismo de un intervalo.

**Juan:** Por eso, es menos complicado.

**Tatiana:** Es lo mismo pero con otro nombre.

**Juan:** Comprende lo mismo y más amplio.

(Interrupción de un estudiante solicitando un permiso)

**Juan:** Pueees... se me fue la paloma. Es más amplio, no hay como un... rango más amplio... [se tapa parcialmente la cara] ¡ya me siento juzgado! , ¿no?

**Tatiana:** Dejémoslo como intervalo.

En este episodio pudimos observar una referencia al mismo concepto de intervalo, aunque el estudiante lo denomina de una manera diferente —“estándar”—. Cuando Juan me comentó sobre esta idea, me resultaba complicado comprender a qué hacía referencia, dado que no reconocía aquello a lo que denominaba así; solamente traté de buscar inicialmente aquello de lo que hablaba. Entonces, comentó que hacía referencia a una estimación, pero presentó un ejemplo que me hizo pensar en que estaba hablando de un intervalo. Si bien el estudiante no manifestó estar de acuerdo con esta denominación, yo la tomé como una forma establecida de denominarlo, que es un concepto proveniente de la matemática. De todos modos, nos llamó la atención la frase de Juan al decir que “ya me siento juzgado”, seguramente porque su forma de hablar no se adecuaba a la terminología de la matemática formal, o porque para él la profesora es figura de poder, ya que históricamente su rol docente involucra que ella tiene “la verdad absoluta” sobre las matemáticas, y discutir con ella significa “discutir con” la matemática formal.

Especialmente, esta expresión nos llevó a pensar en la forma en la cual ingresaba a este ambiente la fuerza de la formación que como licenciada en matemáticas he recibido, dado que la tendencia a equiparar la actividad matemática con el uso de conceptos provenientes del campo de las matemáticas formales (o puras) es muy fuerte, de forma que me resultaba complicado rastrear el concepto que Juan trataba de manifestar en este momento sin hacer uso de esta terminología. Además, resulta complejo reconocer en este episodio una referencia a un concepto matemático, dado que no hace referencia a este tipo de lenguaje. Así, desde la perspectiva de Barbosa (2006, 2007) sobre las discusiones matemáticas, no resultó sencillo establecer que este episodio evidenciara una de este tipo. Esta dificultad derivó en la tensión que se genera al referenciar las discusiones matemáticas de Barbosa (2006) y la idea que defendemos en relación con el reconocimiento de las actividades

matemáticas universales (Bishop, 1999) como parte de las matemáticas, dado que en este episodio reconocemos que Juan hace referencia a *medir* el tiempo que se tarda de un punto a otro para diseñar un plan de acción que les permita tomar la mejor decisión de movilidad desde sus casas hasta los posibles centros educativos donde podrían continuar sus estudios. Finalmente, consideramos que era así porque surgía con base en la modelación sobre los transportes y hacía referencia clara a una definición aproximada al concepto de intervalo, construida a partir de la utilidad que pueda tener para que los estudiantes comprendieran su realidad.

No obstante, nos interesa dejar la discusión acerca de la adecuación de un concepto tan centrado en la formalidad de las matemáticas como el que parece plantear Barbosa acerca de las discusiones matemáticas, dado que al centrarse únicamente en las referencias a los conceptos formales quedan por fuera elementos matemáticos que, sin ser propiamente de esta naturaleza, son fundamentales dentro del mismo. Por ejemplo, aquellos relacionados con el pensamiento métrico, variacional y aleatorio resultaron relevantes en este ambiente y generaron una serie de interacciones que, debido a que no integraban referencias directas a “conceptos” —en tanto definiciones matemáticas—, no podían considerarse como episodios y, por tanto, no formaban parte de nuestros análisis. Si planteamos, dentro de la perspectiva de la educación matemática crítica, que las matemáticas son un producto de la vida social, en la cual se encuentran multitud de situaciones y circunstancias en las que es posible encontrar las matemáticas involucradas, y que además están constituidas por diferentes tipos de pensamiento, no se deberían tener razones por las cuales una referencia a una problemática aleatoria relacionada con el comportamiento de un conjunto de datos debiera ser excluida de estos análisis porque no plantea una referencia a un concepto de la matemática pura.

En esta sesión pudimos encontrar otro episodio en el que encontramos una discusión reflexiva, el cual presentamos —parcialmente— a continuación.

**Angélica:** Preguntar cuánto cuesta cada una de estas carreras

**Sara:** 33'050.000 hasta doscientos 200'250.000

**Angélica:** Ahhhh [entonación de asombro]

**Sara:** La mía me sale por 20'205.000

**Angélica:** La mía pasa completa, sin contar, 65'000.000 de pesos en la universidad que quiero.

**Sara:** ¿Cómo piensas pagar la carrera?

**Angélica:** Pues, si no es por lo que te digo que digamos a uno lo ayude lo que uno tiene de bienes y eso, eh, yo estoy ahorrando. Ya tengo 2'300.000 pesos. No mucho pero pues, al menos alcanza para los pasajes. Por lo menos.

**Sara:** Por lo menos ya tenemos la cuota de los pasajes, ya...

**Angélica:** Por lo menos ya tengo al menos la cuota de los pasajes.

**Sara:** Pero ya, pero, ¿cuándo empezaste a ahorrar?

**Angélica:** Yo empecé desde enero de este año.

**Sara:** ¿Y tú llevas qué? ¿Mensual?

**Angélica:** Eh, sí. O sea, como voy trabajando, voy ahorrando. O sea, digamos...

**Sara:** O sea, ¿cuánto vas ahorrando?

**Angélica:** Me pagan... ¿cuánto es que me pagan? casi cien mil pesos, cuando no falto, cuando no llego tarde...

**Sara:** Entonces en un mes.

**Angélica:** No, quincenalmente.

**Sara:** Quincenal, cien mil.

La discusión reflexiva aparece aquí como una forma de relativización, por parte de la estudiante misma, del valor de los ahorros que ha realizado, dado que al plantear que lo ha hecho, parece realizar una comparación según la cual el valor de sus ahorros “no (es) mucho, pero al menos alcanza para los pasajes”. Desde esta perspectiva, consideramos que aquí las implicaciones sociales del modelo se observan en el valor que se puede dar al dinero que se tiene en comparación con aquel que resulta necesario para ingresar y mantenerse estudiando después de salir del colegio. Además, notamos que están relacionadas de manera directa con la referencia al porvenir de la estudiante, dado que logra definir que sus ahorros son pocos con respecto al costo de los estudios en “la universidad que quiere”, así como con respecto al tiempo con que contaría para reunir dicha cantidad de dinero.

Este episodio también revela de manera muy clara que un estudiante no se agota en su consideración como sujeto que aprende matemáticas, dado que el contenido de esta discusión y su referencia al porvenir evidencian una presencia muy fuerte de los antecedentes del estudiante y, de manera más general, del conjunto de prácticas sociales en que se ve inmerso. Así, Angélica coloca en conocimiento de la compañera con quien conversa una parte de quien es como persona, especialmente por fuera del aula de clase y del colegio, lo que amplía de manera muy importante la forma en que puede ser vista por ella y, de paso, por nosotros como investigadores.

Consideramos que en esta sesión existió una mayoría de discusiones tecnológicas en tanto que los estudiantes estaban involucrados en una tarea que les pedía establecer de qué manera los datos y valores con que contaban podían ser presentados a sus compañeros y

profesora de una manera adecuada, lo que seguramente los llevó a utilizar las matemáticas en este sentido, a realizar cálculos y cuentas, y a observar la manera en que sería claro para otros estudiantes comprender de manera rápida las temáticas que en cada grupo habían indagado.

Al llegar a este punto del ambiente, quedaba únicamente una semana de clases para finalizar el año escolar, y dado que nos habíamos propuesto concluir el ambiente con la presentación final de resultados de la modelación realizada, en la asesoría nos reunimos con el fin de pensar la situación imaginada y planear la manera en la cual se llevarían a cabo. Lejos de plantear un esquema rígido en el cual estableciéramos tiempos estrictos para la presentación de los avances, propusimos a los estudiantes —imaginación pedagógica— un mecanismo de presentación que consistía en que los grupos realizarían su exposición de las respuestas que habían encontrado y elaborado frente a la pregunta guía que les había sido entregada en la segunda parte del taller de la sesión 10, y los demás estudiantes o los docentes podríamos comentar, preguntar, interpelar, controvertir o complementar, de forma que se facilitara el surgimiento de espacios de interacción y, por tanto, de discusiones. Más allá de esta premisa y de contar con el proyector de la sala de ética, no imaginábamos que fueran necesarias otras condiciones para que se realizaran las exposiciones de tal manera que la actitud de discusión formara parte de la clase.

Con estas ideas en mente, nos dispusimos para las sesiones 15, 16 y 17, que fueron realizadas en una misma semana, que coincidió con aquella en que los estudiantes tuvieron una serie de actividades de cierre del año escolar, por lo que habían estado pendientes de la realización de trabajos finales para diferentes áreas y del cumplimiento de actividades institucionales. A pesar de esto, fue posible que algunos de los docentes nos cedieran algunas horas de clase para la realización de las exposiciones, y que los estudiantes participaran en ellas —organización práctica—.

La dinámica de los estudiantes en las escenas no fue la misma, dado que a medida que avanzaban, se observaba una menor participación de ellos; consideramos que esto estaba relacionado con el agotamiento que sentían para este momento. Con todo, en las tres sesiones se presentaron discusiones y referencias al porvenir.

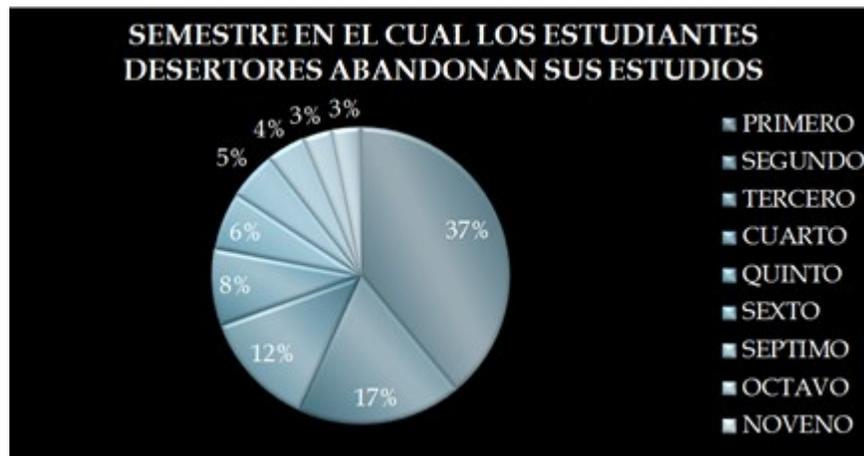
Para mostrar lo que ocurrió en las exposiciones, nos centramos en tres de ellas, cada una correspondiente a una de las sesiones. Seleccionamos las de los grupos de manutención,

transporte y financiación debido a que fueron aquellas en que emergieron discusiones y referencias al porvenir en mayor medida. En cada caso, tratamos de presentar aquello que los estudiantes plantearon como el modelo matemático —de acuerdo con Skovsmose (1999)— que les permitía dar respuesta a la pregunta propuesta, así como un ejemplo de las discusiones que surgían en el marco de las exposiciones de cada grupo.

### *El caso del grupo de manutención*

Durante la sesión 15 se presentó la exposición del grupo de manutención, el cual presentó una serie de informaciones que había encontrado en diferentes lugares. Si bien este grupo no estableció una aproximación a un modelo matemático, realizó una serie de representaciones que permitían tener una idea de aquellos elementos que tuvieron en cuenta para tratar de responder la pregunta planteada. Uno de estos elementos es el que presentamos en la Figura 10, que contiene información relacionada con la deserción de estudiantes universitarios, discriminada por semestre.

**Figura 10.** Diagrama circular presentado por el grupo de manutención



**Fuente:** Elaboración del grupo de manutención.

La exposición de este grupo, especialmente en relación con la Figura 10, dio lugar a una serie de discusiones, de las cuales nos interesó la que presentamos en el siguiente fragmento.

**Angélica:** Estadísticas de deserción, o sea cuántos estudiantes salen en cada semestre. En el primer semestre salen el 37% de los estudiantes.

**Tatiana:** Deserción recuerden que es abandono, no es que alguien lo esté entendiendo como cuando uno se gradúa, no, es abandono; ahí dice.

**Angélica:** Un 37%, en el segundo es un 17%, en el tercero es un 12%, el cuarto un 8%, el quinto un 6%, el sexto 5%, el séptimo 4%, séptimo y octavo un 3%.

Varios: Octavo y noveno.

**Juan:** ¿En conclusión qué? [Gesto de interrogación con el rostro] Todos los ehh, se gradúan pocos estudiantes debido a (...)

**Tatiana:** ¿Qué analiza uno en esa gráfica con esos porcentajes?

**Andrés:** ¿Que nadie se graduó?

**Angélica:** No... [Niega con la cabeza] sí

**Sofía:** De los que hay aquí, el 37%, del 100% solo se graduó

**Ricardo:** Pero tienen razón.

**Sofía:** Del 100% solo el 37%...

**Ricardo:** Tienen razón porque dice que...

**Andrés:** Ahí hay un 100%, ¿no?

**Ricardo:** Que básicamente en primero casi se salen todos, ¿cierto?

**Tatiana:** Sale 37%

**Angélica:** 37%. Lea [abre los ojos y pronuncia enfáticamente].

**Ricardo:** Y los que salgan van a tener que (interferencia de la coordinadora)... o conseguir un trabajo o tienen que suplantar ese tiempo en otra carrera, y eso va a ser malo. Van a tardar mucho tiempo en graduarse.

**Tatiana:** O en su defecto no se gradúan de nada.

**Angélica:** Se van a otra carrera.

**Ricardo:** Pero tardarían mucho

**Diana:** Pero algunos sí cambian de carrera.

**Tatiana:** Y si vamos a hablar ahorita de evitar tantos costos, el andar probando y probando carrera...

**Angélica:** Ahí es que la persona verdad decida su proyecto de vida, que es lo que estamos haciendo nosotros: ver qué es lo que de verdad nos interesa. No estar: voy a estudiar... voy a ser médico, mañana voy a ser ingeniero (...)

**Andrés:** Pero, pero digamos, sumando todo eso da un 89%, ¿o sea que el otro 11% es el que logra terminar sus estudios?

**Tatiana:** Lo finaliza. [Mira a Andrés al responder, y luego al frente, al grupo expositor]. No, y es cierto. Cuando yo empecé en primer semestre, del salón que yo estaba éramos 40, y al final, los que llegamos, duramos los 5 años de la carrera, nos graduamos 12. Ah, no, mentiras. 40, 40, 80, [señala sus dedos contando] y el otro grupo, eran 120, y nos graduamos 12.

**Tatiana:** Los demás fueron años atrás, atrás. ...

Este espacio de interacción se presentó en torno al diagrama circular expuesto en la Figura 10. En él, los estudiantes discutieron diversas interpretaciones del diagrama, con las cuales intentaban comprender una situación relacionada con la deserción de los estudiantes de estudios universitarios. Allí, abordaron diferentes interpretaciones, como que el diagrama

indicaba que ninguno de los estudiantes que ingresaba a la universidad se graduaba. Esta afirmación, a pesar de ser equivocada, es comprensible desde la perspectiva de Andrés, quien planteó que la suma de los valores ubicados en el diagrama no equivalía a un 100% de los datos. En el momento en que Andrés preguntó por el porcentaje faltante, mi interpretación fue que este correspondía a quienes lograban culminar sus estudios, e incluso intenté ilustrar esta situación con un ejemplo proveniente de mi propia experiencia como estudiante universitaria en el pregrado. No obstante, la pregunta de Andrés no carecía de fundamento, dado que la representación gráfica contemplaba el 100% del diagrama, mientras que los datos numéricos no alcanzaban este porcentaje, por lo cual existía un error de concordancia entre los dos formatos de presentación.

Sin embargo, esta situación dio lugar a la producción de discusiones tecnológicas y reflexivas, así como a una clara referencia al porvenir. Angélica plantea como una de las reflexiones en torno a este fenómeno que, como estudiantes, debían evaluar “lo que de verdad les interesaba”, de tal forma que no se vieran afectados y “tardaran mucho tiempo en graduarse”, como lo planteó Ricardo. Pero a su vez, Angélica reconoce que lo que estaban haciendo a través del ambiente de modelación era definir su proyecto de vida, y que esto era muy importante para no desertar.

El grupo de manutención planteó también una serie de datos relacionados con el costo de las carreras, para lo que diseñaron diapositivas en las que incluían los ejemplos de algunas de las que habían averiguado y las universidades a las que correspondían los valores. Sin embargo, y a pesar de que los integrantes de este grupo habían tenido una discusión anterior acerca de la adecuación del uso de intervalos para presentar esta información, presentaron un promedio de los costos de las carreras. Con esta información, varios de los estudiantes realizaron intervenciones que se constituyeron en discusiones, como en el caso del episodio del que presentamos un fragmento a continuación.

**Tatiana:** Ingeniería electrónica: \$5.801.810.

**Juan:** Vamos a mirar y esa es la más barata.

**Tatiana:** ¿Por qué va a valer menos una ingeniería que una comunicación?

**Juan:** ¿Sí o no?

**Andrés:** No, eso está mal.

**Tatiana:** No. Ven busquemos. Ah, es que vea las universidades: Javeriana, Sabana, Nariño. Son privadas de élite.

**Angélica:** ¿Por qué no pusimos universidades distritales? Porque simplemente...

**Tatiana:** Públicas.

**Angélica:** ... ellos nos dicen: probablemente podría ser esto, dependiendo del estudiante. Podríamos poner...

**Tatiana:** De los ingresos.

**Javier:** Pero hay unas privadas medias que también son buenas. Pero es que ustedes solo se van por lo de nivel 6.

**Angélica:** Es que las tomamos porque son universidades que sí tienen nombre.

**Tatiana:** Reconocidas.

**Juan:** Entonces las otras no tienen nombres...

**Angélica:** Que tienen nombre, que no son universidades de garaje. Que son acreditadas.

**Juan:** No siempre el nivel de una universidad acreditada es mejor que el de una no acreditada.

**Angélica:** Yo no estoy diciendo eso [niega con la cabeza], pero... que son acreditadas.

**Tatiana:** Alta acreditación, son esas. Alta acreditación. Hay unas de media, hay otras que supongo que ni siquiera están acreditadas.

**Ricardo:** Es como el colegio, profe.

**Tatiana:** Correcto.

**Andrés:** No profe, porque aquí digamos el estudio vale tanto, pero en Casablanca el estudio vale tanto, entonces ¿nos tenemos que meter a Casablanca porque es más caro?

**Angélica:** Es que yo no estoy tratando de decir eso, simplemente que pusimos los nombres de universidades un poco más reconocidas en Colombia.

**Juan:** Si esas son las reconocidas, ¿dónde está la Nacional? [Señala la presentación y hace gesto de incógnita con el rostro]

**Angélica:** Que no pusimos distritales.

**Javier:** ¿Dónde está la del Bosque?

**Angélica:** Yo la puse.

**Javier:** No la puso.

**Angélica:** Ahí [señala la presentación con su mano extendida].

Este episodio nos interesó por diversas razones. La primera fue el cambio que el grupo realizó sobre el criterio para realizar la presentación de los datos encontrados, pues consideramos curioso que hubieran presentado promedios de universidades a pesar de que habían discutido con anterioridad sobre el uso de intervalos y, al parecer, habían tomado esta decisión. Sobre este hecho, verificamos que los datos que expuso el grupo fueron obtenidos de una publicación en la página electrónica de la Revista Dinero (2013), la cual los presentaba en promedios sin discriminar precios individuales por institución de educación superior. Lo que este hecho indica es que, a pesar de que los estudiantes contaban con una serie de datos que habían averiguado acerca de los costos de algunas universidades, decidieron no realizar los cálculos para presentar estos valores. Nuestra pregunta al respecto —razonamiento

crítico— fue ¿por qué tomaron esta decisión si el hecho de presentar un intervalo no involucraba cálculos matemáticos extensos o complejos? ¿Existía en el grupo alguna reticencia a realizarlos? ¿Consideraban que no serían de utilidad? ¿O más bien esta actitud se debía al hecho de que consideraran que estos cálculos no fueran necesarios en tanto que habían conseguido información que consideraban confiable y útil? ¿O fue por razones de tiempo?

En segundo lugar, y con independencia de esta situación, llamó nuestra atención el hecho de que el uso de estos datos hubiera despertado una atención especial en los estudiantes, dado que involucraba algunos juicios de valor acerca de los valores promedio que presentaban y, posteriormente, de los criterios que habían tenido en cuenta para la selección de las universidades. Angélica acudió al hecho de que estos valores involucraban los costos de universidades “un poco más reconocidas en Colombia” o “que sí tienen nombre”, lo que indicaba que el criterio planteado en la selección de universidades era el prestigio de la institución (que, por cierto, era el criterio presentado por el artículo del cual tomaron la información). Este criterio fue debatido por Javier, quien planteó que existían universidades que tenían un nivel bueno y que no eran tan costosas, al decir que “hay unas privadas medias que también son buenas”, y condenó este criterio de selección planteando que solamente habían tomado “las de nivel seis”. Esta intervención nos hizo pensar que era posible que tales datos resultaran excesivos para los estudiantes en virtud de su capacidad para acceder al pago de los estudios en este tipo de universidades, de tal forma que colocaban el anhelo de continuar los estudios por fuera de las posibilidades percibidas por los estudiantes o, al menos, por fuera de sus intenciones.

Esta idea se hizo más fuerte cuando notamos que este episodio, a diferencia de todos los demás en los que encontramos producción de discusiones reflexivas, no contó con referencias a los porvenires de los estudiantes. Consideramos que esto no había ocurrido en este episodio porque el criterio mismo que había tomado la fuente de la información para seleccionar los datos, y quizá el instrumento estadístico con el que los presentaban, llevaban a que los estudiantes consideraran esta información totalmente al margen de sus posibilidades percibidas de futuro y, por tanto, en un horizonte como este las posibilidades de estudiar se redujeran considerablemente e, incluso, se difuminaran por completo.

*El caso del grupo de transportes*

Durante la sesión 16 se presentó la exposición del grupo encargado de indagar la información relacionada con los costos de los transportes para cumplir con el sueño de continuar los estudios después de egresar del colegio. El grupo presentó una tabla que contenía las variables que había tenido en cuenta para tratar de dar respuesta a la pregunta que les correspondía resolver durante el ambiente. A diferencia del grupo de manutención, este grupo realizó una serie de cálculos propios con base en el uso de la aplicación “google maps”. Dado que esta herramienta les permitía determinar distancias y tiempos estimados de viaje en diferentes medios de transporte (bus, transmilenio o a pie), los estudiantes consideraron estas opciones en su tabla. También incluyeron los costos en transmilenio con variaciones de acuerdo con el uso del sistema en horas pico y horas valle, dado que involucran costos diferentes en cada caso. Adicionalmente, establecieron la posibilidad de hacer uso de estos medios de transporte en dos de las principales avenidas cercanas al barrio —la carrera séptima y la avenida novena (denominada por ellos NQS bajo el entendido de que constituye la parte norte de la avenida Norte-Quito-Sur en Bogotá)—. La información presentada por los estudiantes de este grupo se encuentra en las Tablas 1 y 2.

Los estudiantes presentaron inicialmente la Tabla 1, con la que realizaron el abordaje de los datos encontrados para describir posibles rutas de transporte hacia las universidades. En ella involucraban los diferentes datos que les eran proporcionados por la herramienta de ubicación geográfica que utilizaron, con lo cual generaron algunos cálculos simples para establecer los valores que presentaron en la Tabla 2.

La exposición de este grupo también generó algunas reacciones por parte de los estudiantes. En el episodio que presentamos a continuación identificamos un ejemplo de discusión tecnológica, relacionada con la presentación de las variables tomadas para la construcción de la Tabla 1.

**Tabla 1.** Presentación de información sobre transportes

UNIVERSIDADES	ESTUDIANTES ANTES	TIEMPO DE VIAJE	caminando	BUSES	TRANSMILENIO	VALOR	Valor valle	NQS	KR 7
UNIVERSIDAD NACIONAL	10	51mn	no	1:15H	40Mn	1800\$	1500\$	Kr8c 163b20	calle170
UNIVERSIDAD DEL BOSQUE	1	14mn	31mn	20mn	No hay.	1500\$	No cambia		Kr7-9
UNI MINUTO	0	30mn	no	45mn	1:30h	1800\$	1500\$	170-100	Calle80
UNIVERSIDAD DISTRITAL	2	30mn	no	50mn	30mn	1800\$	1500\$	Caracas-15	no
ECCI	2	48mn	2:47h	50mn	40mn	1800\$	1500\$	Caracas-51	NO
SENA	5	1:47mn	3:17h	1:30 mn	1:20mn	1800\$	1500\$	Caracas- NQS	NO
UNIVERSIDAD SAN BUENAVENTURA	0	8mn	10mn	8mn	no	1800\$	1500\$	no	Calle170- 1708
SERGIO ARBOLEDA	1	31mn	no	35mn	28mn	1800\$	1500\$	9na	SI
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES	1	44mn	no	49mn	37mn	1800\$	1500\$	9na	163- circunvalar
UNIVERSIDAD JAVERIANA	1	43mn	no	31mn	36mn	1800\$	1500\$	170-7-40	Si
ESCUELA DE INGENIEROS	1	23mn	no	18mn	no	1800\$	1500\$	no	193- autopista
UNIVERSIDAD LIBRE	1	1:10mn	no	45mn	no	1800\$	1500\$	no	100
UDCA	1	23mn	no	31mn	No	1800\$	1500\$	No	Autopista
JORGE TADEO LOZANO	1	57mn	no	37mn	si	1800\$	1500\$	si	Circunvalar

**Fuente:** Elaboración del grupo de transportes.

Condensa la información general averiguada por los estudiantes pertenecientes al grupo de transportes.

**Tabla 2.** Compilación de la presentación de información sobre transportes

BUSES	TRANSMILENIO	SITP	VALORACION
1600\$	1800\$	1500\$	VALOR
	26		DIAS
41.600\$	46.800\$	39.000\$	TOTAL
499.200\$	561.600\$	468.000\$	TOTAL AÑO

**Fuente:** Elaboración del grupo de transportes.

Presenta los valores calculados por los estudiantes pertenecientes al grupo de transportes para cada uno de los medios de transporte indagados, tanto para un mes como para un año.

**Juan:** La Universidad San Buenaventura, que son 8 minutos, pues está aquí, en la 170, eso ya es de todos conocida. En la Sergio Arboleda media hora ...

**Tatiana:** ¿Usted le dijo al grupo cuál punto de referencia tomaron?

**Juan:** Aquí, en el colegio [señala con sus dedos índices al lugar en que está de pie].

**Tatiana:** Listo.

**Juan:** Eh, 30 minutos, no se llega caminando, son 35 minutos en bus, 28 minutos en Transmilenio, el pasaje no cambia y hay un bus que pasa por la vía de allá [hace un movimiento con la mano que indica una ruta de norte a sur].

**Ricardo:** Juan, yo quiero hacer una pregunta. ¿Usted está tomando el precio actual? Porque eso ha cambiado de aquí a un año.

**Juan:** Sí, por eso yo les había dicho que mi tabla no servía mucho [manotea en señal de negación], porque el pasaje iba subiendo, porque este año ya lo cambiaron dos veces.

**Tatiana:** ¿Cuánto sube?

**Juan:** Sube, eh, en bus 50 pesos y en Transmilenio 100 pesos.

**Tatiana:** ¿Pero qué valor tomaron ustedes?

**Juan:** El actual, \$1800, 1800 y \$1500. Pero se supone que le subieron a \$1600. Por eso nuestra tabla no quedó bien [extiende las palmas de las manos, mostrándolas a los demás estudiantes]. Ehh, la Universidad de los Andes 44 minutos, no se llega caminando, 49 minutos en bus, 37 minutos en Transmilenio

**Julián:** Juan. ¿Y dónde queda esa de los Andes?

**Tatiana:** Cerca a Monserrate [señala hacia arriba]

**Julián:** ¿Y en Monserrate no es que queda también la del Externado?

Si bien la presentación de Juan consistió en relatar los datos incluidos en la Tabla, los estudiantes que estaban observando la presentación realizaron preguntas acerca de la misma, como en el caso de Ricardo sobre el precio que tomaron para determinar los cálculos. Esta intervención hacía referencia a la forma en que el modelo estaba construido, por lo que consideramos que se constituye en una discusión tecnológica.

Sin embargo, esta presentación involucra también otro aspecto importante para los estudiantes, que fue la consideración de las ubicaciones de los diferentes centros de formación. En este ejercicio nos fue posible notar que muchos de los lugares reportados por los estudiantes no les resultaban conocidos, o por lo menos su ubicación les era misteriosa. Un ejemplo de este caso se observa en la intervención de Julián, quien pregunta por la ubicación de la Universidad de los Andes, pero esta situación se pudo observar en varios estudiantes. Así, la importancia de esta presentación no fue solamente que diera a conocer los costos de los transportes, sino también que ubicara espacialmente a los estudiantes con respecto a los centros de formación, de forma que comenzaran a planear posibles ruta considerando las variables presentadas por el grupo de transportes —tiempo de viaje, tipo de

transporte, costo del pasaje en horas pico y valle, y punto de partida—. Un hecho relacionado con la información sobre ubicación espacial que les llamaba la atención fue la estimación de los tiempos de recorrido para algunos centros de formación para los que la reconocían. A continuación presentamos un fragmento de un episodio en el que discuten al respecto.

**Tatiana:** Juan, yo tengo una pregunta de la tabla. Eh, ¿nos podemos guiar bien por ese promedio de tiempo?

**Juan:** Eh, como estábamos discutiendo la otra vez, profe, ...

**Tatiana:** Y vamos a seguir discutiendo.

**Juan:** Como estábamos discu... esto es... [Señala a la presentación]

**Tatiana:** Dice tiempo de viaje. Por un momento me ilusioné con esos treinta minutos, porque eso quiere decir que voy a llegar a mi casa en treinta minutos, y no es cierto [niega con la cabeza].

**Juan:** Por eso, este tiempo de viaje es, como yo lo decía ahorita, el estimado, estimado. (...) Prooofe, es que como te decía, es un estimado, tú sabes que el recorrido está en 51 minutos. Si tú necesitas... si tú sabes ese tiempo, entonces uno tiene dos opciones: digamos 53 minutos, entonces yo salgo a las 10 de la mañana, porque sé que voy a llegar a las 11. Pero una persona inteligente, como lo dicen por ahí en alguna película, un viajero experto prevé retrasos inesperados. Si yo sé que necesito llegar a las 11:50, no voy a salir, obvio, de mi casa a las 10, yo saldría por ahí a las 9:30. Por eso estamos discutiendo lo de promedio y el rango, o sea el rango, digámoslo así, el promedio está en 51... bueno, el rango está en 51 minutos, puede ser más o puede ser menos...

**Tatiana:** Ahora sí puede ser más.

**Julián:** Pero es que estamos en Colombia.

**Juan:** Ahhh, bueno, entonces el promedio.

**Tatiana:** O sea, la hora incide

**Juan:** Sí

**Tatiana:** En la duración del transporte

**Juan:** Del transporte. Por eso esto es un estimado. Yo digamos voy a decir, me voy a demorar un minuto de aquí a la puerta [señala los dos lugares], cuando eso es falso, si me voy corriendo voy a demorarme menos, si voy despacio [da dos pasos lentamente] voy a demorarme más.

**Tatiana:** Lo que pasaba con Juan era lo siguiente: le estaba diciendo ¿por qué usan un promedio y no usan un intervalo de tiempo?

**Juan:** No, intervalo no fue, fue rango, mujer.

**Tatiana:** Ah, bueno, un rango [se escuchan murmullos de los estudiantes]. Un rango es un intervalo de tiempo.

**Juan:** Dudo, yo sigo, yo digo que es el promedio (mucho ruido en el salón)

**Tatiana:** Ahora, ¿por qué?

**Juan:** Porque yo sé que este es mi promedio y tengo que llegar a tal lugar a tal hora, yo salgo antes ¿por qué?, porque eso es ser precavido.

**Julián:** Pero es que es Colombia y siempre salimos tarde.

**Oscar:** Yo tengo una pregunta y es: Juan, ¿Qué entiende usted por promedio?

**Juan:** ¿Qué entiendo yo por promedio? Es, digámoslo así, una cifra o un valor exacto que puede variar según la situación.

**Julián:** No, como que se busca un punto medio

**Juan:** Por eso, un punto exacto que puede variar según la situación.

**Julián:** Punto exacto.

**Juan:** Un punto que puede variar según la situación.

**Ricardo:** Pero profe, eso no tiene que ver... o sea, según la ocasión, según lo que sea...

**Juan:** Según la situación, si hay trancón o no hay trancón.

**Tatiana:** El promedio es una medida de tendencia central, muy bien lo decía Julián y voy a retomarlo, el promedio es una medida de tendencia central (mucho ruido del exterior del colegio) entonces qué es lo que pasa con el promedio, el promedio está dando características de cómo se comportan los datos en el centro, mas no en la mitad necesariamente, no el punto medio necesariamente. Como que es un dato representativo, uno podría decir...

**Juan:** Más que todo apreciativo, uno podría decir tal cosa.

**Tatiana:** Duro a la universidad de 30 minutos a 60 minutos.

**Juan:** Es un rango.

**Tatiana:** Exacto es un rango, bueno es un intervalo porque el rango sería de por sí 30 que es el mayor menos el menor. Pero bueno, es un intervalo. Pero entonces Juan me dice: no, yo quisiera decir que es 45 que es el punto medio, entonces estábamos en ese debate porque 45 minutos yo no siempre me voy a demorar, yo puedo tener la opción de 30 a 1 hora. Pero entonces, tú dices una cifra exacta, ojo con lo de exactitud en matemáticas [levanta el dedo enfatizando].

En este episodio se pudo observar que existían datos de la Tabla 1 que presentaban complicaciones con respecto a la realidad. Específicamente, en este caso, yo coloqué este tema de discusión debido a que tocaba mi papel como docente que tiene que transportarse a diario en una ruta muy similar a esta, y en la cual notaba que los tiempos que debo invertir allí no correspondían con los considerados. En otras palabras, para el ingreso a esta discusión mi rol como docente fue fundamental, dado que no había en el curso un estudiante que pudiera comprender la magnitud de estos tiempos, dado que todos viven cerca al colegio y no deben usar esta ruta para llegar a estudiar. Aquí, mi condición como persona residente en Bogotá y con la necesidad de moverme entre estos dos puntos de la ciudad me permitió ingresar a la discusión y plantear algunas ideas allí, lo cual muestra que en un ambiente de modelación matemática el docente juega un rol que, de manera similar que en el caso de los estudiantes, va más allá de quien “enseña matemáticas” e incluye la complejidad de un sujeto inserto en una red de prácticas sociales, dentro de las cuales el ser usuario del servicio de transporte es una parte importante.

Pero el verdadero interés en este episodio surge en el momento en que mi intervención genera el hecho de que llegue al espacio de interacción una discusión matemática que se había configurado dos sesiones antes, relacionado con el uso de los conceptos de promedio e intervalo —organización práctica—. Si bien Juan manifestó que había contemplado promedios (los cuales eran arrojados por google maps), anteriormente había discutido conmigo el hecho de que buscaba una forma de presentar información que contemplara un dato mínimo y uno máximo, al cual denominaba “estándar” (pero que en realidad era un intervalo), dado que le indicaba variación. No obstante, parece que eligió la opción de presentar un “valor exacto”, sin tener la claridad de a qué correspondía este valor. Allí se generó la intervención de Julián, quien trató de definir el concepto de “promedio”, y que fue retomado posteriormente por mí para explicarlo. También tuve la oportunidad de aclarar aquí el concepto de “intervalo” y el de “rango”, dando una definición aproximada de la misma.

A pesar de que este episodio pareciera mostrar una discusión matemática en el sentido en que Barbosa (2006, 2007) lo plantea, consideramos que aquí se revelan contenidos matemáticos aún más importantes que estas definiciones “formales” —razonamiento crítico—. Por ejemplo, las intervenciones de Juan y Ricardo acerca de que existen variaciones en el promedio de acuerdo con la situación o con condiciones tales como el hecho de que en las vías de transporte de Bogotá es muy común el represamiento del flujo vehicular (conocido como trancón), que el tiempo de los recorridos depende, al igual que el precio de los transportes en Transmilenio y Sitp, de la hora del día, así como de las condiciones propias del medio de transporte utilizado (dado que los buses realizan varias paradas que, por supuesto, son difícilmente predecibles), muestra un elemento fundamental del pensamiento variacional —entendido como aquel que tiene que ver con “el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006)—, lo cual indica que a través de su participación en el ambiente de modelación matemática pudieron poner en práctica elementos de este pensamiento que resultan fundamentales para comprender estos conceptos, aún antes de que apareciera a través de mi voz una definición explícita de tales conceptos. Aquí surge nuevamente la pregunta acerca de cuáles son los contenidos matemáticos relevantes que se trabajaron en este ambiente de modelación y de cuál es la

adecuación del uso de los conceptos puros de la matemática para considerar que una discusión es efectivamente matemática.

Mi intervención también llevó a que los estudiantes consideraran la serie de variables que plantearon como “condiciones” y que no eran contempladas por la página que el grupo utilizó para obtener los datos. Además, esta serie de condiciones llevaron a discusiones reflexivas como aquellas relacionadas con el hecho de que “estamos en Colombia”, por lo que es común que las personas nos retrasemos para llegar a un lugar, haciendo referencia además a una idea general que indica que el hecho de vivir en Colombia justifica el no prever “retrasos inesperados” y llegar tarde. Pero también dieron lugar a referencias al porvenir que, aunque muy generales, involucraban la perspectiva de futuro de los estudiantes; tal es el caso de Juan, quien plantea que “si yo sé que necesito llegar a las 11:50, no voy a salir, obvio, de mi casa a las 10, yo saldría por ahí a las 9:30”. Este ejemplo no solo muestra una referencia al porvenir sino también una toma de posición frente a la idea generalizada de que “en Colombia se llega tarde”, por lo que también podría implicar una discusión reflexiva.

#### *El caso del grupo de financiación*

La exposición del grupo de financiación fue realizada en el marco de la sesión 17, que coincidió con la última clase del año para el curso. En ella, sus integrantes presentaron un archivo en excel, en el cual habían realizado las Tablas 3 y 4. La Tabla 3 correspondía a una serie de datos obtenidos con base en el uso de un simulador que encontraron en internet (Elmejortrato, 2008), en el cual podían ubicar algunas variables, tales como el monto del préstamo y el número de cuotas. Con base en el uso de este simulador, llegaron a plantear en la tabla variables como el banco, el tipo de préstamo, la tasa de interés anual, la tasa de interés mensual, el excedente a pagar, el total a pagar, el valor de la cuota a pagar mensualmente y el plazo al cual se difería la deuda.

**Tabla 3.** Datos presentados por el grupo de financiación con respecto a bancos

BANCOS	PRÉSTAMO	TASA DE INTERÉS ANUAL	TASA DE INTERÉS MENSUAL	EXCEDENTE	TOTAL	PLAZO PARA EL PAGO	CUOTAS
HELM	10.000.000.00	25,34%	2,17%	4.378.352.48	14.378.352.48	3 AÑOS	399.398.68
BANCOLOMBIA	10.000.000.00	29,08%	2,42%	5.101.729.28	15.101.729.28	3 AÑOS	419.492.48
BANCO CAJA SOCIAL	20.000.000.00	28,85%	2,40%	17.980.733.8	37.980.733.8	5 AÑOS	633.012.23
COLPATRIA	20.000.000.00	31,10%	2,59%	19.638.796.00	39.638.796.00	5 AÑOS	660.646.06
BANCOOMEVA	45.000.000.00	26,38%	2,19%	36.447.786.00	81.447.786.00	5 AÑOS	1.357.463.10
HSBC	45.000.000.00	30,91%	2,57%	43.869.353.40	88.869.353.00	5 AÑOS	1.481.155.89
BANCO AGRARIO DE COLOMBIA	58.000.000.00	28,78%	2,39%	51.996.071.00	109.996.071.60	5 AÑOS	1.833.267.86
FALABELLA	58.000.000.00	29,23%	2,43%	52.949.495.6	110.949.495.6	5 AÑOS	1.849.158.26
BANCOOMEVA	70.000.000.00	26,38%	2,19%	56.696.555.6	126.696.555.6	5 AÑOS	2.111.609.26
BANCO POPULAR	70.000.000.00	29,33%	2,44%	64.160.903.00	134.160.903.00	5 AÑOS	2.236.015.05

**Fuente:** Elaboración del grupo de financiación.

Condensa la información general averiguada por los estudiantes pertenecientes al grupo de financiación con respecto a los créditos bancarios, a través del uso de un simulador de créditos.

Durante la presentación, los estudiantes realizaban preguntas para tratar de comprender lo que significaba cada una de las variables que tuvieron en cuenta en la Tabla 3. En este contexto, se presentó el espacio de interacción que constituyó el episodio que se presenta a continuación.

**Julián:** Ese plazo. ¿ese plazo qué es?

**Felipe:** El plazo de lo que usted va a pagar. O sea, el plazo que usted va a pagar.

**Julián:** Pero, o sea, es el plazo máximo.

**Felipe:** O sea, yo, en el programa que usé para poder hacer toda esta vaina [señala la matriz que estaba exponiendo], el plazo máximo que se paga son cinco años.

**Julián:** O sea que, digamos, ¿usted no lo puede dejar a más cuotas? O sea, más ...

**Tatiana:** Más tiempo.

**Ricardo:** Digamos que, yo no sé si los bancos cambien pero, ustedes saben que todos, unos van a entrar primero y luego los otros, digamos que para el 2016, bueno, para cuando salgamos a la universidad, eso habrá cam... ¿los bancos van a tener algún cambio en porcentajes y tasas o algo así? Porque el salario también varía, depende del incremento que va, porque del mínimo ...

Felipe: Si el salario mínimo sube [lleva la mano de abajo hacia arriba], todo sube. Eso quiere decir que las tasas de interés subirían y pues se mue...

**Tatiana:** Eso lo fija el Banco de la República.

**Felipe:** Exacto. Así que ese era ...

**Tatiana:** Pero sí varía.

**Juan:** Pero también hay que tener en cuenta que hay bancos que no dejan, digámoslo así, usted terminó de estudiar y consigue la plata antes, o bueno, pasó algo y consigue la plata antes del plazo, no le deja pagar antes el crédito, usted tiene que demorarse el tiempo que le dieron para pagar.

**Felipe:** Sí, porque o si no ellos perderían el interés y no ganarían la misma plata. Entonces también ...

**Juan:** Así usted consiga toda la plata no la puede pagar de una vez. No dejan.

Este episodio presenta una discusión que involucra la pregunta por el número de cuotas que puede contemplar un crédito como el que los estudiantes plantearon en el simulador utilizado, bajo el entendido de que, en general, para tener una cuota mensual baja es necesario aumentar el número de cuotas. Así mismo, establecen una relación entre el valor del salario mínimo y las tasas de interés que fijan los bancos cada año, con base en la idea de que el paso del tiempo involucra un aumento en los salarios y, por tanto, un aumento en los créditos, lo que haría relativa la información que el grupo incluyó en la Tabla 3. Este tipo de relaciones se comienzan a establecer de una manera muy cualitativa, pero implican el uso del pensamiento variacional y la identificación de variables relacionadas bajo determinadas condiciones. De nuevo, este hecho nos llevó a considerar en nuestro razonamiento crítico si este pensamiento no se constituía en conocimiento matemático porque no implica la mención a funciones u otras expresiones matemáticas que las determinen, o si aquí podíamos hablar de discusiones matemáticas sobre la base del pensamiento variacional en términos cualitativos.

Luego, los estudiantes establecieron una relación adicional entre la duración del préstamo y el dinero que reciben los bancos por concepto de intereses, planteando el caso en que los bancos solicitan que se cumpla con el tiempo fijado para realizar el pago de la deuda. Al respecto, Felipe plantea que los bancos hacían esta exigencia “porque o si no ellos perderían en interés y no ganarían la misma plata”, lo que evidencia que se ha establecido una relación entre el tiempo de duración del préstamo y el valor pagado como “excedente”, que es la utilidad correspondiente al banco.

No obstante, la consideración de la variable “excedente” planteó dentro de los estudiantes una serie de discusiones y reflexiones relacionadas con consideraciones sobre lo injusto que resultaba este valor en los créditos. Esta idea se extendió a los créditos educativos del Icetex que, dado que habían sido presentados con anterioridad desde una posición oficial en los videos proyectados para el inicio del taller, generaba en los estudiantes una serie de

expectativas como posibilidad para la financiación de estudios, información que este grupo resumió en la Tabla 4.

**Tabla 4.** Datos presentados por el grupo de financiación con respecto a créditos Icetex

ICETEX						
ESTRATO	NIVEL DE FORMACION	DE CATEGORIA QUE PERTENECE	PERIODICIDAD	SEMESTRES	VALOR DE LA MATRICULA MENSUAL	PRESTAMO EN TOTAL
3	TECNICA	SISBEN 1-2	ANUAL	6	3.000.000.00	18.000.000.00
1	TECNICA	DESPLAZADO	SEMESTRAL	6	3.000.000.00	18.000.000.00
4	TECNICA	NINGUNA	SEMESTRAL	6	3.000.000.00	18.000.000.00
1	UNIVERSITARIA	NINGUNA	SEMESTRAL	6	4.600.000.00	27.600.000.00
1	UNIVERSITARIA	SISBEN 1-2	SEMESTRAL	8	3.500.000.00	28.000.000.00
2	TECNOLOGICA	SISBEN 1-2	SEMESTRAL	6	5.450.000.00	32.700.000.00
2	TECNICA	SISBEN 1-2	SEMESTRAL	6	2.600.000.00	15.600.000.00

**Fuente:** Elaboración del grupo de financiación.

Condensa la información general averiguada por los estudiantes pertenecientes al grupo de financiación con respecto a los créditos educativos ofrecidos por el Icetex, a través del uso de un simulador de créditos de la entidad.

**Tabla 4.** Datos presentados por el grupo de financiación con respecto a créditos Icetex (continuación)

ICETEX						
ESTRATO	SALARIO APROXIMADO	DURANTE UNO ESTUDIA	EXCEDENTE	TOTAL	BENEFICIOS	CON EL "SUPUESTO" DESCUENTO
3	0 - 800.000.00	17.447.426.00	19.513.498.00	37.513.498.00	4.941.136.00	32.572.362.00
1	0 - 800.000.00	15.425.020.00	14.007.594.00	32.007.594.00	8.726.303.00	23.281.291.00
4	0 - 800.000.00	22.132.718.00	35.211.678.00	53.211.678.00	NO HAY	NO HAY
1	0 - 1.000.000.00	23.176.836.00	22.232.232.00	49.832.232.00	4.875.206.00	44.957.026.00
1	0 - 1.000.000.00	20.548.178.00	18.665.852.00	46.665.852.00	9.514.428.00	37.151.424.00
2	0 - 800.000.00	38.359.803.00	27.547.120.00	60.247.120.00	12.588.116.00	47.659.004.00
2	0 - 800.000.00	13.368.351.00	20.162.117.00	35.762.117.00	8.095.803.00	27.666.314.00

**Fuente:** Elaboración del grupo de financiación.

Condensa la información general averiguada por los estudiantes pertenecientes al grupo de financiación con respecto a los créditos educativos ofrecidos por el Icetex, a través del uso de un simulador de créditos de la entidad.

Además de la Tabla 4, nos interesa recurrir aquí a un pequeño fragmento de la exposición que dio lugar a un episodio en tanto que reflejó algunas de las discusiones surgidas con base en esta información.

**Felipe:** Pagaría 37'000.000, el beneficio es lo que les digo, si uds salen titulados y toda esa vaina les descuentan 5'000.000, prácticamente, y les quedaría en 32'000.000.

**Andrés:** ¿pagando cuánto?

**Felipe:** Tres millones semestrales. O sea, eso es lo...

**Andrés:** ¿Cuánto le robarían a uno?

**Felipe:** Le roban 19'500.000...

**Andrés:** Entonces ¿ud qué nos aconseja?, ¿no estudiar?

**Felipe:** ¿En serio? [levanta las cejas] Comiencen a ahorrar y trabajen mucho.

**Ricardo:** Trabajar.

**Felipe:** O sea, no saquen préstamo [niega con la cabeza].

**Ricardo:** O sea, no estudien, jajajaja.

**Tatiana:** Tienen un año para ahorrar al menos lo de formularios.

**Ricardo:** Lo del primer semestre

**Tatiana:** Un tercio del primer semestre.

**Andrés:** Profe en su carrera, ¿cuánto por ahí le han robado?

**Tatiana:** El interés es de 0,5%, bajo mi cuota mensual y para tres años, está en \$140.000, pero ya tengo 3 semestre ahí, entonces multiplica 140 por 3 y eso es ...

**Andrés:** Y por ejemplo si son 4, pues multiplica ...

Este episodio muestra la manera en la cual el término “excedente” es interpretado por los estudiantes, ya que se equipara con el término “robo”. Por esta razón, la pregunta de Andrés es ¿cuánto le robarían a uno?, haciendo referencia al dinero que se tendría que pagar de más con respecto al dinero prestado. Aquí ingresa una discusión reflexiva que le asigna a este excedente una valoración negativa, como un cobro injusto y no adecuado a las necesidades de la población que acude a este mecanismo para tener la posibilidad de estudiar. En consecuencia, en el momento en que Andrés le pregunta a Felipe por las recomendaciones que daría a los estudiantes del curso, este no duda en responder que lo más recomendable es no solicitar un crédito, que es preferible explorar posibilidades como ahorrar y trabajar para pagar los estudios.

La referencia al excedente del dinero prestado como un “robo” es tan fuerte, que en el momento en que Andrés me realizó una pregunta acerca del crédito educativo que yo en otra sesión les había comentado que tenía activo para pagar mis estudios, esta fue: “Profe, en su carrera, ¿cuánto por ahí le han robado?”. Allí abordamos un cálculo numérico simple a partir de los préstamos que he solicitado para mi estudio de posgrado, que constituyó como tal una discusión tecnológica. Sin embargo, lo interesante es que surge de un estudiante que hace referencia a una experiencia propia que comenté al grupo, lo que indica que mi intervención como docente en este ambiente de aprendizaje me

colocó en el lugar de una profesora “de carne y hueso”, que da a conocer a sus estudiantes algunos aspectos de su propia experiencia de vida.

Otro aspecto que nos resultó interesante al observar la presentación realizada por el grupo, y que además se evidenciaba de manera directa en la Tabla 4, fue el hecho de que el grupo colocó en el encabezado de una de las columnas el valor que podría cancelar una persona que accede al crédito educativo “con el supuesto descuento”. Bajo la sospecha de que esta denominación podía expresar algún tipo de reflexión, me dispuse a preguntarle en la exposición a Felipe sobre el asunto. Su respuesta quedó registrada en el siguiente episodio.

**Felipe:** Y con el supuesto descuento serían 23 millones.

**Tatiana:** ¿Por qué dices supuesto?

**Felipe:** Ah, porque no es seguro. Ahí, o sea, lo que te digo, te dan un contrato. Ese contrato especifica cosas, y uno como no entiende, palabras raras, entonces ahí dice, el supuesto con, el supuesto contrato. Supuesto descuento. Y porque necesita tener un promedio como de cuatro algo.

**Tatiana:** Es complicado.

Lo que esta denominación escondía era una reflexión que anteriormente había surgido con respecto a la terminología utilizada por las entidades financieras para describir los créditos. El hecho de plantear que existen “palabras raras” y especificaciones que “uno no entiende” constituyó como tal una valoración de las condiciones de un contrato como una forma de “enredar” a las personas. Pero en este caso plantea además la connotación de “supuesto” descuento debido a que establece ciertas condiciones que, a juicio de Felipe son complicadas de cumplir, como mantener un promedio de notas superior a “cuatro algo”.

Con esta exposición se concluyó el ambiente de modelación como tal, planteando al final una serie de comentarios de los estudiantes acerca de la forma en que habían trabajado en él y la utilidad que consideraban que había tenido para ellos. Estos comentarios quedaron recogidos en el episodio que presentamos a continuación.

**Tatiana:** ¿Cuál es la solución inmediata?

**Sofía:** Empezar a ahorrar desde ya.

**Tatiana:** Ahorrar.

**Andrés:** Y trabajar.

**Ricardo:** Tener fijo qué estudiar.

**Tatiana:** Empezar con qué estudiar, porque no voy a empezar a picar aquí y allá, y

...

**Pablo:** Prepararse.

**Tatiana:** Lo primero también es prepararse, y en la preparación va tratar de que el Icfes esté de 310 o más, a ver si con esas 10.000 becas podemos hacerle juego a la farsa esa. ¿Qué otra opción tenemos ya, para cumplir ...?

**Andrés:** Ahorrar [manotea en señal de énfasis].

**Tatiana:** O sea que después de esta exposición más de uno va a decir ¡ya no voy a estudiar!

[Algunos estudiantes dicen: Nooo]

**Ricardo:** Pueda que sí. Algunos se darán cuenta de que no pueden.

**Tatiana:** Alguno dirá: no, prefiero toda esa plata que voy a invertir en estudiar más bien en mi negocio, que me tenga mejores ..., alguien puede pensar eso.

**Angélica:** En lo personal yo tengo por decir una frase que dijo alguna vez alguien: si de verdad quieres ser alguien en la vida pues hazla, tu vida en una meta, y no una persona ni un objeto.

**Juan:** Paulo Coelho [se oyen algunas risas].

**Angélica:** La verdad yo creo que esto, más que la plata, más ..., nos va a dar conocimiento, nos va a volver mejores personas, y al final yo creo que en la vida nos va a dar más. Tú lo puedes decir, profe, al menos lo que has estudiado te va a quedar aquí [señala su cabeza] para siempre.

**Tatiana:** Sí.

Sobre el ambiente de modelación, nos llamó la atención que los estudiantes manifestaron que les permitió notar que existían diferentes opciones para llevar a cabo el anhelo de continuar sus estudios después de graduarse del colegio, y que para algunos de ellos involucró una resignificación de la frase con la que habían iniciado el trabajo: “querer es poder”. Con esta experiencia, según pudimos observar, esta frase fue puesta en relación con estrategias que permitieran colocarla en términos realizables.

## CAPÍTULO 3. DATOS Y SUEÑOS

Sufro como un condenado poniendo a raya la retórica.

Carta de Gabriel García Márquez a su amigo Carlos Fuentes, narrando sus angustias mientras escribía *Cien Años de Soledad*

En el capítulo 2 realizamos la narración correspondiente al ambiente de modelación matemática, en la cual incluimos diversidad de fragmentos de los episodios que encontramos. Además, presentamos aquellos tipos de discusiones que aparecían en cada uno, así como la presencia o no de referencias al porvenir que estos tenían, a partir del seguimiento de un procedimiento para la observación de los videos —con base en Planas (2006)— y los criterios de identificación de episodios. Sin embargo, no hicimos evidente la manera en que tratamos esta información, razón por la que la presentamos a continuación.

### **Escena 1. Explorando episodios**

En el momento en que nos dispusimos a comenzar con el tratamiento de las grabaciones de audio y video, recurrimos a los criterios para la identificación de episodios. No obstante, para ello realizamos una descripción general de cada una de las sesiones con el fin de contar con información acerca de la forma en que se habían desarrollado. Al respecto, para este proceso nos resultó fundamental el uso de las notas de clase que había realizado Tatiana en algunas de las clases, en las cuales quedaron consignados aspectos que no pudimos filmar. Para realizarlas, ella utilizaba la grabadora de audio de su teléfono móvil y comentaba aquellas observaciones que hubiera realizado en la clase una vez que esta terminaba. Debido a que estaban fundamentadas por la observación directa de Tatiana como profesora, estas notas resultaron ser una técnica complementaria, que no estaba dirigida a las interacciones entre estudiantes, pero que podía revelar información importante para contextualizarlas o comprenderlas.

Luego de construir las descripciones de las sesiones del ambiente, el siguiente paso consistió en la revisión de los videos para identificar los episodios. Para ello, habíamos

planteado condiciones que, pese a que resultaban claras desde la teoría, implicaban nuestra interpretación a la luz de las categorías teóricas. En este sentido, comenzamos la revisión de la totalidad del material filmico y de audio con que contábamos, correspondiente a 17 sesiones de trabajo —de dos horas académicas cada una—, de las cuales 9 consistieron en trabajo por cada uno de los 6 grupos. Por tanto, la cantidad de material para analizar resultaba elevada.

Como una forma de enfrentar esta situación, decidimos que la revisión de la información se daría directamente en los registros audiovisuales que teníamos, sin necesidad de recurrir a las transcripciones. Esta alternativa también planteaba que podríamos observar aspectos globales de las grabaciones, dado que tendríamos acceso a la comunicación verbal pero también a elementos gestuales, actitudinales y similares, lo cual estaba de acuerdo con la consideración ontológica y metodológica de Ruíz (2003) de que “las múltiples realidades construidas pueden ser estudiadas solo holísticamente” (p. 63), así como con la concepción de discurso planteada por Lerman (2001).

Durante este proceso de observación, nuestro objetivo era identificar los fragmentos de grabación en los cuales pudiéramos encontrar espacios de interacción entre estudiantes —o entre ellos y nosotros— que involucraran alguno de los tres tipos de discusiones planteadas desde la teoría —matemáticas, tecnológicas y reflexivas—, y anotar los momentos exactos en que iniciaban y terminaban, de forma que pudiéramos realizar recortes a los recursos y manipularlos con mayor facilidad durante los análisis. Decidimos realizar esta labor de manera simultánea, dado que así contábamos con una interpretación conjunta sobre los mismos sucesos, de forma que podíamos complementar, controvertir y/o discutir aquellas observaciones que íbamos planteando. Además, en los casos en que se requería una mayor información sobre la sesión, volvíamos nuestra atención a las notas de clase realizadas por Tatiana, atendiendo a que uno de los mecanismos para buscar la excelencia de la investigación nos planteaba, en palabras de Ruíz (2003), que “la triangulación de fuentes informativas ayuda a acrecentar la credibilidad” (p. 66).

A partir del seguimiento de este procedimiento logramos establecer 54 fragmentos que se perfilaban como “posibles” episodios. No obstante, la labor de interpretación estaba lejos de haber sido clara y transparente, ya que había generado algunas discusiones y disentimientos, así como nos había obligado a considerar de nuevo elementos teóricos que

nos aclararan las categorías y sus definiciones, especialmente aquellas relacionadas con las discusiones. Como una respuesta a esta situación, pero también con la idea de que utilizar técnicas de triangulación de personas y la participación de “auditores que chequeen, como expertos, la calidad de las decisiones tomadas en la recogida y en la interpretación de los datos” (Ruíz, 2003; p. 66) mejora la calidad de la información, decidimos plantear al profesor Julio Romero la labor de revisar cada uno de los fragmentos, con el fin de que realizara de manera independiente una interpretación de ellos. Una vez que Julio realizó esta labor, revisamos nuevamente y de manera conjunta cada fragmento en diversas reuniones en las que, a partir de la discusión con respecto al cumplimiento de los criterios, establecimos aquellos episodios que consideraríamos en el análisis.

Luego de identificar los episodios, el desafío que nos interpelaba era la forma en que realizaríamos los análisis. Para este momento teníamos claro que plantearíamos una técnica diferente a la identificación de discusiones con frases de los participantes de la manera en que lo realizaba Barbosa (2007), pero no contábamos con un mecanismo claro para analizar la información. No obstante, reconocíamos que existía en Barbosa una relación entre las discusiones y los discursos, por lo que recurrir a formas de analizar discursos podría darnos luces acerca de la manera en que podríamos abordar las discusiones. Al respecto considerábamos, con base en Bajtin (1982), que el enunciado es la unidad de la comunicación discursiva y que “es un eslabón en la cadena de la comunicación discursiva y no puede ser separado de los eslabones anteriores que lo determinan por dentro y por fuera” (p. 285), razón por la cual consideramos que la forma en que realizaríamos los análisis no debería “fragmentar” tal cadena de enunciados sino que debería permitirnos la visualización de su complejidad.

Con base en esta condición planteamos una herramienta que, aunque esquemática, nos permitía condensar la información de la totalidad de episodios, además de que nos dejaba visualizarla y combinar algunos criterios que la describían, de tal forma que nos permitiera abordarla y comprenderla. Esta herramienta fue la conformación de una matriz o tabla de información, en la cual ubicamos criterios como la identificación del episodio, la sesión en la que se presentó, los personajes involucrados, los tipos de discusiones identificadas, la presencia de referencias al porvenir de los estudiantes, algunas características de los espacios de interacción (como el tipo de interacción, la tarea a realizar y el tema en que surgió) y

algunas observaciones generales que nos permitieran recordar el contenido de cada uno de los episodios (consistentes en expresiones clave o contenidos muy llamativos, que los caracterizaran).

Una vez establecimos con la colaboración de Julio los criterios que tomaríamos en cuenta para ubicar cada episodio en la matriz, la siguiente labor fue completarla con la información de cada uno de los 54 episodios. Para ello, realizamos inicialmente el diligenciamiento de cada uno de los campos de la matriz y la revisión de la información allí contenida, y posteriormente repetimos esta misma labor en asesoría, de tal forma que incluyéramos aquella información que no hubiéramos considerado, modificáramos interpretaciones que hubiéramos escrito de manera incompleta o para la cual discutiéramos y acordáramos que era necesario cambiar la interpretación.

Uno de los pasos más importantes dentro de esta fase de interpretación se dio por la discusión permanente de nuestras interpretaciones, así como del recurso a los documentos que planteaban y definían cada una de las categorías de análisis, dado que resultaba en muchas ocasiones confusa la interpretación de aquello que, desde la teoría, se planteaba como discusión o como referencia al porvenir. Específicamente, tuvimos dos puntos que resultaron realmente confusos y que, por supuesto, nos requirieron un mayor cuidado y una mayor consulta. El primero fue la discriminación entre discusiones reflexivas y referencias al porvenir que, desde la teoría podían ser muy claros, pero que en el momento en que observábamos los episodios se podían confundir con mucha facilidad. Esta fue una confusión que pudimos solucionar simplemente regresando a la teoría y basando nuestras interpretaciones con base en ella. La segunda tuvo que ver con el concepto de discusiones matemáticas, que ya abordamos en el documento y sobre la que decidimos ceñirnos a la definición propuesta por Barbosa (2006), a pesar de las dificultades que implicaba.

Cuando definimos la manera en que interpretaríamos cada una de las categorías en los episodios, diligenciamos por completo la matriz en un archivo de excel, similar al que presentamos en la Tabla 5. Con esta información completada, utilizamos las facilidades de procesamiento de datos que este programa nos brindaba; específicamente, realizamos cruces de la información cualitativa ingresada a través de la herramienta de filtros. Así, pudimos encontrar diferentes aspectos relacionados con características que presentaban estos

episodios, así como un esbozo de las posibles relaciones que se presentaban entre las categorías.

**Tabla 5.** Variables incluidas en cada columna de la matriz

Episodio	Cód. recurso	Sesión	Participantes	Participantes en la producción de discusiones	Tipo de discusiones identificadas	¿Referencias al porvenir?	Observaciones por parte de los investigadores	Espacios de interacción		
								Tipos de interacción	Tarea	Tema
			Nombres	Nombres Tipo de discusiones	Matemática Tecnológica Reflexiva Matemática y tecnológica Matemática y reflexiva Tecnológica y reflexiva Matemática, tecnológica y reflexiva	Sí No	Generales	Exposición Plenaria Trabajo en grupo	Búsqueda de información Discusión videos Exposición final Organización de información Presentación de avances Taller	10000 becas Financiación Manutención Transporte Formación complementaria

**Fuente:** Elaboración propia.

Presenta las diferentes etiquetas que ubicamos en cada categoría.

## Escena 2. Sufrimos como condenados para poner a raya la causalidad

De acuerdo con la forma en que estábamos utilizando la herramienta de filtros, nos resultó casi instintivo buscar una manera en la cual tratar de darle sentido a la información que encontrábamos. Para ello, recurrimos a la elaboración de tablas cruzadas de dos variables, en las cuales incluíamos la frecuencia para cada una de las posibles combinaciones. Así, por ejemplo, en el momento en que cruzamos las variables tipo de discusión y referencia al porvenir, encontramos la información cuantitativa que se presenta en la Tabla 6.

**Tabla 6.** Cruce entre las variables tipos de discusiones y referencias al porvenir

Tipos de discusiones	Referencias al porvenir		
	No	Sí	Total general
Matemático	2	1	3
Reflexivo	1	8	9
Tecnológico	14	12	26
Tecnológico y matemático	1		1
Tecnológico y reflexivo		14	14
Tecnológico, reflexivo y matemático		1	1
Total general	18	36	54

**Fuente:** Elaboración propia.

Presenta los resultados del cruce entre las variables “tipos de discusiones” y “referencia al porvenir”.

Un asunto que nos interpeló fuertemente acerca de los resultados obtenidos mediante este cruce de información fue la fuerte relación que parecía verse entre las discusiones reflexivas y las referencias al porvenir, dado que mostraban que de un total de 24 episodios en los que habían emergido tal tipo de discusiones, solo en uno de ellos no se presentaron referencias al porvenir. Una relación cuantitativa tan fuerte nos llevó a considerar de manera muy rápida que existía una tendencia según la cual la presencia de discusiones reflexivas generaba las referencias al porvenir por parte de los estudiantes, de forma que esta sería una primera aproximación a las posibles relaciones entre estas categorías. De igual manera, continuamos con interpretaciones similares con las demás categorías, considerando que así planteábamos las relaciones que perseguía nuestra investigación.

Pero este camino no parecía ser el adecuado. Por una parte, contemplábamos uno de los axiomas propuestos por Lincoln & Guba (1985), según el cual la causalidad “debe buscarse en términos de factores múltiples interactivos, que forman parte de la misma acción y que, por lo tanto, constituyen una red de interacciones cuya forma definitiva solo, en el mejor de los casos, puede inferirse” (p. 85), razón por la cual plantear de manera simple y diádica la relación entre dos categorías era, en el mejor de los casos, una simplificación de la realidad. Adicionalmente considerábamos, de acuerdo con Valero (2012a), que las relaciones entre estas categorías debían establecerse de manera diferente, ya que “un movimiento de investigación que pretenda cubrir la amplitud de las prácticas sociales de la educación matemática debería entonces (...) definir problemas en términos de las interrelaciones de diferentes nodos de la red” (p. 322), por lo que debíamos considerar que,

a pesar de que la relación vinculara dos categorías, solamente podía ser comprendida como inserta en una red de prácticas sociales, con lo que se podría evidenciar “la complejidad cultural, social, económica, histórica y política” de la misma (p. 319). Además, tal interpretación también desconocería que “los estudiantes son partícipes de una situación social, y tal situación social depende fuertemente de la agencia que ellos ejerzan sobre tal situación” (Valero, 2012c; p. 188), lo que dejaría al sujeto privado de ejercer agencia en su proceso de aprendizaje, que es una de las apuestas principales de la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica y de la educación matemática crítica.

Por estas razones, consideramos que debíamos estar muy alerta para no caer en el establecimiento de relaciones causales entre dos elementos, dado que a nuestro objetivo antecede la consideración del ambiente de modelación como inmerso en una red de prácticas sociales, tanto micro como macro contextuales, que están implicadas en la construcción de significados y que se relacionan entre sí de manera compleja, por lo que “los varios sitios de práctica, sus participantes, organización, reglas y discursos algunas veces están unidos laxamente y otras veces estrechamente, dependiendo de circunstancias históricas particulares” (Valero, 2012a; p. 318). No obstante, las tablas cruzadas nos daban indicios acerca de las relaciones que podríamos abordar desde la complejidad de la red de prácticas sociales que se encontraba en el ambiente de modelación, razón por la que continuamos su uso, pero teniendo cuidado de no establecer relaciones simplificadoras entre dos elementos, y considerando las categorías que habíamos establecido en nuestros objetivos específicos. En todo caso, no consideramos necesario presentar las demás tablas cruzadas que realizamos.

### **Escena 3. Construyendo posibles relaciones**

A partir de la elaboración de las tablas cruzadas, encontramos una variedad de ideas sobre las relaciones que podríamos establecer entre las categorías. No obstante, parecía que muchas de estas ideas se podían condensar, por lo que intentamos establecer formas en las cuales enunciarlas que permitieran su fácil comprensión.

Dentro del planteamiento de los objetivos de la investigación habíamos considerado los espacios de interacción como elemento que nos permitía establecer un enlace entre la producción de discusiones y las referencias al porvenir de los estudiantes, razón por la cual

nos interesaba indagar las posibles relaciones entre estos y aquellos. Decidimos analizar en primer lugar la relación directa, para luego hacerlo con las que involucraban a los espacios de interacción.

Partimos de la crítica planteada a la idea causal que surgió con base en la Tabla 6 para plantear que la relación debería involucrar elementos diferentes y no debía buscar la causalidad. Con ello, observamos que existía asociación de algún tipo entre discusiones reflexivas y referencias al porvenir de los estudiantes. Por ejemplo, en el fragmento que presentamos en la página 33 notábamos que cuando Andrés reflexionaba acerca de las implicaciones de tomar un crédito también involucraba su propia situación personal, ya que se planteaba las cosas que debía dejar de hacer para pagar un crédito. Otro ejemplo se presentó en el fragmento de la página 41, en el que los estudiantes involucran algunas de las alternativas que han reflexionado sobre el hecho de seguir estudiando con sus posibilidades futuras considerando el mercado laboral.

A pesar de ello, un episodio nos mostró que esta relación no se presentaba en todos los casos, por lo que decidimos otorgarle especialmente nuestra atención. En el fragmento de episodio que presentamos en las páginas 65 y 66 se evidencia el único caso en que se presentó una discusión reflexiva que no estaba acompañada de una referencia al porvenir. Nuestra pregunta frente a esta situación era ¿por qué no se presentó, si en todos los demás casos sí lo hizo? Observamos además que en la exposición en que surgió la discusión se hizo evidente un reclamo fuerte por parte de varios estudiantes acerca de que los datos presentados no incluían universidades públicas o privadas de bajo costo, por lo que colocaban las alternativas en un lugar de muy difícil acceso para ellos. Frente a ello, planteamos que era posible que la interacción que allí tuvo lugar excluyó o dejó de lado algún elemento fundamental en el propósito de seguir estudiando al salir del colegio, y nos arriesgamos a pensar que este elemento fundamental era su propia subjetividad, constituida por sus intenciones y disposiciones —antecedentes y referencia al porvenir—. Sin embargo, no teníamos aún alguna manera afirmar esta idea sin riesgo a equivocarnos.

Con respecto a la relación entre las discusiones matemáticas y tecnológicas con la referencia al porvenir de los estudiantes, notábamos que no existía una tendencia muy clara. Así, si observábamos el episodio de las páginas 55 y 56 podemos encontrar que se presentaba una discusión matemática que involucraba una referencia al porvenir, mientras que en la

página 58 encontramos una interacción en la misma sesión en la cual se presentó una discusión matemática sin referencia al porvenir. También sucedía lo mismo en el caso de las discusiones tecnológicas, dentro de las cuales pudimos encontrar casos como los episodios de las páginas 69 y 40, que tuvieron y no referencia al porvenir, respectivamente. Además, esta distribución involucraba una serie muy variada de condiciones de los espacios de interacción —trabajo en grupo, exposiciones, diversos temas y diversos tipos de tarea—, por lo que notábamos que no se observaba una manera particular en la que pudieran relacionarse. Así, planteamos que la posible relación entre estas dos categorías podía plantearse en términos de que las referencias al porvenir de los estudiantes podrían surgir o no en episodios en los que se presentaran discusiones matemáticas o tecnológicas.

La pregunta que nos surgía al respecto era ¿por qué razón podría aparecer o no la referencia al porvenir?, ¿existe relación entre ellas? Parecía claro que la aparición no se relacionaba directamente con alguna condición de los espacios de interacción, o al menos de alguna de las que nosotros habíamos planteado —tipo, tarea y tema—, sino que involucraba algún factor diferente. En línea con nuestra idea acerca de la relación con las discusiones reflexivas, consideramos que el acceso de las intenciones y disposiciones en el espacio de interacción podría ser este factor.

Una última interpretación con referencia a esta relación fue abordada por nosotros en términos del orden de aparición de las discusiones y las referencias al porvenir fue que la producción de discusiones se daba generalmente con anterioridad a las referencias al porvenir de los estudiantes. Si bien observamos en los fragmentos que en general parecía existir algún entrecruzamiento entre las discusiones, las referencias al porvenir generalmente aparecían con posterioridad a estas.

La segunda relación que analizamos fue aquella que involucraba la producción de discusiones y los espacios de interacción. Sobre esta relación, una primera observación fue que se presentaba un incremento en la producción de discusiones con el paso de las sesiones que conformaron el ambiente de modelación, lo que no dejaba de ser una observación bastante superficial. En primer lugar, considerábamos que en esta observación influían las dificultades técnicas que tuvimos en varias sesiones del ambiente de modelación para capturar adecuadamente la información. Por otra parte, pensar que el aumento de la información con que cuentan los estudiantes podría facilitar la producción de discusiones

parecía ser un criterio más adecuado para discutir. Sin embargo, aún quedaban aspectos por abordar sobre esta relación.

Cuando nos pusimos en la tarea de discriminar la emergencia de relaciones, encontramos que los tipos de espacios de interacción que se caracterizaban por la interacción general entre todos los estudiantes del curso y aquellos que involucraban el trabajo por pequeños grupos resultaban dar lugar a la producción de las tres clases de discusiones. Por ejemplo, el fragmento de la página 42 se enmarca en un espacio de interacción del curso y dio lugar a una discusión reflexiva, mientras que el de la página 41 se presentó en el marco de la realización de una interacción del grupo temático y también permitió la producción de una discusión reflexiva. En sesiones más avanzadas también se presentó esta condición, dado que en fragmentos como el de las páginas 55 y 56 se encuentra la producción de una discusión matemática en el marco de un trabajo por grupo temático, mientras que en el de la página 60 se produce una reflexiva en el mismo grupo de trabajo y sobre el mismo tema, además de ser en la misma sesión.

Estos datos nos mostraban que la relación existente entre las condiciones que habíamos planteado para los espacios de interacción no permitían discriminar alguna relación más allá de que planteáramos que los diferentes tipos de discusiones emergían con independencia de las condiciones en que se da un espacio de interacción. La independencia que observábamos allí colocaba en aprietos la consideración de esta relación, aunque preferimos seguir con la idea de que existieran otras condiciones dentro de tales espacios que nosotros no hubiéramos tenido en cuenta, y que incidieran de manera más directa en la producción de las discusiones. En este punto, pensamos de nuevo en que seguramente esta condición sería la que se relacionaba con el ingreso en el espacio de interacción de las intenciones y disposiciones de los estudiantes.

Con este fin, nos dirigimos hacia la interpretación de la tercera relación, que involucraba tanto a los espacios de interacción como las referencias al porvenir de los estudiantes. Al respecto, consideramos el caso de los fragmentos consignados en las páginas 46 y 47, dado que permiten notar que en un mismo tipo de espacio de interacción —trabajo en grupo, en este caso— podríamos encontrar o no referencias al porvenir de los estudiantes. Si observábamos este caso en espacios que contaban con una interacción del curso completo, como el que presentamos en las páginas 63 y 64 o el de las páginas 65 y 66, encontrábamos

que podrían o no presentar referencias al porvenir. Este hecho también nos revelaba que en concordancia con las relaciones que habíamos analizado con anterioridad, la referencia al porvenir podía surgir o no en episodios enmarcados en una misma forma de espacio de interacción, con independencia de su tipo, tarea y tema.

De nuevo, las relaciones nos llevaban a un aspecto externo a la misma relación, lo cual nos parecía curioso, dado que la referencia al porvenir de los estudiantes formaba parte de su subjetividad. No obstante, recordamos que para Skovsmose (1999) el aprendizaje es una acción que precisa de una persona actuante, que actúa con base en sus disposiciones e intenciones, y que las disposiciones están conformadas tanto por los antecedentes como por la referencia al porvenir. Esto nos llevaba a pensar que era posible que solamente estuviéramos observando uno de los componentes de la persona actuante de la que hablaba Skovsmose, y que esto tuviera que ver con que las relaciones que habíamos encontrado entre la referencia al porvenir y las otras categorías nos resultaran en términos tan difusos, pues los espacios de interacción y, por lo tanto, las discusiones, podrían estar involucrando otros componentes de la persona actuante —o sujeto— que no estábamos identificando.

Una vez establecimos nuestras interpretaciones a partir de la información con que contábamos y de la aplicación de las técnicas ya planteadas para el análisis, nos colocamos en la tarea de detectar algunos estudiantes cuya participación en el ambiente de modelación matemática hubiera estado surcada por la presencia de algunas de las discusiones planteadas y porque hubieran realizado referencias a su porvenir. Así, tanto para completar información relacionada con las posibles relaciones que habíamos establecido, como para realizar un proceso de negociación de las interpretaciones a partir de la discusión de las mismas con los sujetos participantes, planteamos la realización de entre-vistas.

## CAPÍTULO 4. NEGOCIANDO DATOS

Están de acuerdo en una sola cosa: saben que la discusión es el no imposible camino para llegar a una verdad.

J.L. Borges. El principio.

### Escena 1. Preparando la entre-vista

La concepción tradicional que teníamos de la manera en la cual deberíamos acercarnos a los estudiantes para realizar una entrevista resultaba contraria al principio de diálogo que desde Skovsmose (1999) se planteaba como la forma en la cual se podían procurar relaciones entre las personas que participaban de un escenario de aprendizaje, ya que la concebíamos como un espacio en el que se establece una relación comunicativa unívoca entre entrevistador y entrevistados, en las cuales el primero pregunta y el segundo se limita a responder. Esta concepción se dio al inicio del desarrollo del trabajo de grado, y permaneció hasta que el concepto de diálogo (Alrø & Skovsmose, 2012) se presentó como importante en el proceso de constitución del sujeto, lo que representaba un elemento central de la aproximación sociopolítica de la educación matemática. Ante la disyuntiva entre comunicación o diálogo, optamos por el segundo, en cuya línea encontramos, entre artículos, libros, monografías y tesis, a Skovsmose, Scanduzzi, Valero & Alrø (2011), quienes en su artículo “Aprender matemáticas en una posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera” mencionan que utilizan “el término ‘entre-venta’ inspirado por el concepto de entre-venta semiestructurada que Kvale (1996) desarrolla como una conversación donde los involucrados ‘ven juntos’ (entre-ven) y co-construyen ideas sobre temas seleccionados” (p. 109). Sin embargo, al no encontrar una información detallada en este texto, nos dirigimos a la revisión directa de la fuente a la que estos autores habían recurrido.

Kvale (1996) intenta vincular la realización de una entrevista con un modo de “deambular junto con” el entrevistado. Desde esta perspectiva, se considera al entrevistador como compañero de viaje del entrevistado, quien trata de hacer explícitas sus “historias del

mundo vivido”. Skovsmose, Scandiuzzi, Valero & Alrø (2011) planteaban que este tipo de entrevistas significan también una formulación de preguntas y una exploración de respuestas entre el entre-vistador y el entre-vistado, que surgen a través de la conversación, lo que posibilita el hecho de que entre-vistador y entre-vistado puedan cambiar sus descripciones y significados durante la entre-vista.

Además, Kvale (1996) propone que la realización de una entre-vista, en tanto técnica utilizada para la investigación, puede ser realizada mediante las siguientes fases:

1. Tematización (teorización) sobre el objetivo del estudio
2. Diseño del estudio y direccionamiento de las preguntas de investigación
3. Entrevista, mediante el diseño de una guía de entrevista
4. Transcripción del habla
5. Análisis, cuyas características se deciden con base en los propósitos del estudio
6. Verificación de validez y confiabilidad de la información recolectada
7. Reporte o comunicación de los hallazgos obtenidos

No obstante lo anterior, el mismo Kvale (2005, 2006) reconoció con posterioridad que en esta enunciación de las fases de la entre-vista pasó por alto un aspecto que reviste una importancia fundamental, relacionado con la influencia de las asimetrías que constituyen una entrevista, ya que en sí misma entraña una relación jerárquica que lleva a que el entre-vistador gobierne la entre-vista y sostenga el monopolio de la interpretación, y a que la entre-vista sea un diálogo en una sola vía (de entre-vistado a entre-vistador), instrumental y manipulativo. Como alternativa para enfrentar estos peligros, Kvale (2005, 2006) plantea la realización de “entre-vistas agonales”, caracterizadas por contrarrestar el control proporcionando al entre-vistado opciones como hablar sobre algo que no le ha sido preguntado, negarse a responder o desviar una pregunta, así como por ofrecer al entre-vistador la posibilidad de dar a conocer al entre-vistado sus interpretaciones, con el fin de que las validen y discutan y, de este modo, sea posible obtener un conocimiento consensual que asegure la calidad de las interpretaciones.

El término agonal es definido por el Diccionario de la Real Academia Española como “1. Perteneciente o relativo a los certámenes, luchas y juegos públicos, tanto corporales como de ingenio; 2. Perteneciente o relativo al combate; que implica lucha”. En relación con este significado, la definición dada por Kvale (2006) a este tipo de entre-vista plantea que:

“una entre-vista agonal es confrontacional, dado que el entrevistador provoca conflictos deliberadamente y enfatiza divergencias (...). En contraste con el popular diálogo que busca el consenso, la entrevista llega a ser una batalla en la cual la meta es derrotar al oponente” (p. 487).

Desde esta perspectiva, la posibilidad de que en la entre-vista se consiguiera este tipo de relación nos resultaba útil en tanto que reducía los efectos de las asimetrías de poder que constituían la entre-vista, además de que está de acuerdo con la concepción del conocimiento como un resultado dialéctico que se desarrolla a través de contradicciones. Pero, aún de manera más importante, hacía posible que los estudiantes, en tanto entre-vistados, pudieran no solo tener acceso a las interpretaciones que nosotros habíamos generado como investigadores sino que además pudieran complementarlas, discutir las, negarlas o establecer juicios de valor sobre ellas, lo que nos permitía involucrarlos como co-investigadores en esta parte de la investigación.

Si bien la naturaleza de la entre-vista estaba enmarcada por un ambiente de indagación mutua; el propósito central que nos guiaba en este momento era el de negociar los datos —es decir, las posibles relaciones que habíamos establecido— con los estudiantes, tal y como lo plantea Vithal (2004). Tal concepto es incluido por la autora porque “las negociaciones sirven para mejorar la calidad de la participación de los participantes en la investigación y, por tanto, de la investigación misma” (p. 237), en tanto que “permite espacios en los cuales, cualquiera que sea la idea propuesta por el investigador y por los participantes, tiene el estatus de poder ser desafiada, criticada, descartada, reformada o transformada” (p. 237). Así, llegamos a considerar que la negociación nos serviría como criterio de calidad de los datos y que la entre-vista cumpliría dicha función de manera adecuada.

## **Escena 2. La entre-vista**

En esta investigación realizamos una entre-vista grupal con base en Kvale (1996, 2006) a cinco estudiantes del curso (Juan, Felipe, Mariana, Andrés y Angélica) con los cuales nos resultaba interesante ampliar información acerca de su experiencia dentro de las discusiones llevadas a cabo en el ambiente de modelación matemática, así como sobre

aspectos relacionados con sus intenciones y disposiciones (antecedentes y porvenir) y la manera en que se relacionaron con su participación durante su trabajo en el ambiente. De estos estudiantes, el caso de Mariana resultaba interesante porque su participación en el ambiente había sido poca, aunque había participado en discusiones reflexivas y en referencias a su porvenir. El de Angélica era particular porque, a pesar de no destacarse en la clase usual de matemáticas como una buena estudiante, participó de manera activa en el mismo, a través de discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas, así como en referencias a su porvenir. Por último, seleccionamos el caso de los tres estudiantes restantes debido a que habían tenido una alta y constante participación en el ambiente de modelación a través de la producción de discusiones y referencias al porvenir, y a que eran considerados buenos estudiantes en mi clase usual de matemáticas.

De acuerdo con las fases propuestas por Kvale (1996), teníamos postulada la tematización del estudio, la cual se basaba en las interpretaciones de la información recolectada que habíamos generado con base en nuestra observación sobre el ambiente de modelación, el direccionamiento de las preguntas de investigación y el tratamiento que dimos a los episodios. No obstante, nos resultaba necesario plantear una “guía” de entrevista que nos permitiera abordar las interpretaciones de las posibles relaciones a negociar y que nos sirviera como un insumo para tener en cuenta los diferentes elementos a utilizar en el abordaje de cada uno de ellos. Lejos de plantear un protocolo estricto de entrevista, nuestra pretensión era constituir una ayuda que nos permitiera cubrir la totalidad de los temas con los estudiantes. Así, a pesar de que ubicamos un orden para las preguntas y para las diferentes interpretaciones que nos interesaba abordar, sabíamos de antemano que durante la realización de la entre- vista no lo seguiríamos de manera estricta, dado que nuestro interés era permitir que los estudiantes hablaran y establecieran de manera libre el hilo conductor a seguir.

Para la elaboración de la “guía” de la entre- vista (Tabla 7), tomamos en consideración las interpretaciones de las posibles relaciones que habíamos planteado como investigadores, y las utilizamos como ejes o temas principales de la misma. Así, para cada una de ellas establecimos una serie de aspectos en los cuales era necesario enfatizar, un conjunto de preguntas y, en algunos casos, ciertos episodios que nos interesaría que los estudiantes vieran y escucharan como un insumo para la discusión.

**Tabla 7. Guía de entrevista**

Propósito	Video	Énfasis/Observaciones	Preguntas
<p><b>Rompiendo el hielo</b></p> <p><u>Objetivo:</u> Explorar sobre ellos y con ellos sin importar los datos.</p>	Ninguno	Indagar el por qué Camila se excluye en la experiencia y en el paro estaba muy activa: ¿cómo te sentiste en la participación?	<p>¿Qué significó para ustedes haber participado en esta experiencia?</p> <p>¿Aportó algo para su proyecto de vida?</p> <p>¿Su perspectiva de futuro cambió con la realización de esta experiencia?</p>
<p><b>Espacios de interacción y discusiones</b></p> <p><u>Objetivo:</u> Indagar las condiciones de los espacios de interacción que permitían la producción de discusiones.</p>	Ninguno	Se puede iniciar con esta introducción: Durante el desarrollo de la experiencia, ustedes trabajaron en grupo y en plenarias. En plenarias cuando la profesora dirigió la sesión en la que presentaron las respuestas a las preguntas del taller de los videos.	<p>¿Recuerdan qué fue lo que trabajaron en grupo?</p> <p>¿De qué asuntos conversaban cuando trabajaron en grupo y en las plenarias?</p> <p>¿Hablaron de cosas matemáticas?</p> <p>¿Las usaron para lo que estaban haciendo?</p> <p>¿Discutieron sobre la tarea que estaban haciendo y lo que ello implicaba en la realidad?</p> <p>¿Cuándo hablaron sobre estos asuntos?</p> <p>¿Cuándo no era posible hablar de estos asuntos?</p>
<p><b>Espacios de interacción y referencia al porvenir</b></p> <p><u>Objetivo:</u> Indagar las condiciones de los espacios de interacción que permitían la realización de referencias al porvenir</p>	Ninguno	Es una continuación del propósito anterior, por lo que no requiere otra introducción	<p>¿Conversaron sobre asuntos de sus vidas?, ¿del futuro, por ejemplo?</p> <p>¿En qué momentos hablaron asuntos relacionados con su futuro?</p> <p>¿En qué momentos sintieron que no podían hablar de su futuro, aun cuando quisieran hacerlo?</p> <p>¿Qué características de la clase permiten que ustedes hablen sobre su futuro?</p>
<p><b>Discusión reflexiva y referencia al porvenir</b></p> <p><u>Objetivo:</u> Indagar las circunstancias por las que no se presentó referencia al porvenir en el caso del video presentado</p>	Mostrar Manutención desde 28 13 hasta 32 40)	Se presentaron 24 episodios y este es el único que no tiene referencia al porvenir.  Énfasis especial en el razonamiento crítico.	<p>¿Recuerdan el episodio cuando Valeria mostró el costo de las carreras en diferentes universidades y que allí se dio una discusión?, ¿de qué discutieron?</p> <p>¿En ese momento alguno de ustedes habló de su futuro?</p> <p>¿Por qué creen que aquí no se dio esto?</p> <p>¿Qué hubiera sucedido si la exposición del grupo de Valeria hubiera incluido los costos en universidades más baratas?, ¿y las públicas?</p>
<p><b>Discusión no reflexiva y referencia al porvenir</b></p> <p><u>Objetivo:</u> Obtener información acerca de la relación entre discusiones no reflexivas y referencia al porvenir.</p>	Mostrar los videos Manufactura 2 desde 0 00 hasta 5 07 (matemática con referencia al porvenir) y M2U01772 desde 6 49 hasta 14 52 (tecnológica sin referencia al porvenir)	Se puede iniciar con esta introducción:  Fijense que aquí se habla de las implicaciones de elegir un tipo de universidad específico, en la posibilidad de tener información para tomar la decisión de seguir estudiando o no y discutimos si eso permitía o no referenciar el futuro; pero cuando hablaban de matemáticas o las usaban para resolver la tarea,	<p>¿También se hablaba del futuro?, ¿en mayor o menor medida?</p> <p>En estos episodios, ¿cuándo se habló del futuro y cuando no?</p> <p>¿Cuándo se hace con mayor facilidad?</p> <p>¿De qué manera creen que su futuro está relacionado con el uso de las matemáticas?</p> <p>¿Era necesario que se planteara una discusión sobre un tema determinado para que ustedes pudieran hablar sobre su futuro?</p> <p>¿Por qué creen que era así?</p>

**Fuente:** Elaboración propia.

Presenta las preguntas que formaron parte de la entre- vista, acompañada por observaciones, énfasis y recursos audiovisuales a los que recurriríamos en cada caso.

Una vez construida la “guía” de la entre- vista, estábamos seguros que la conversación giraría en torno a la discusión en relación con las posibles relaciones que se constituían, hasta ese momento, en las conclusiones del trabajo. De nuevo, estábamos lejos de lo que realmente ocurriría.

Con estas expectativas, nos dispusimos para la realización de la entre-vista. Para ello, nos resultó necesario conversar con los cinco estudiantes con el fin de acordar un momento en el cual pudiéramos reunirnos. Ellos nos plantearon que habían estado esperando por este momento, dado que tenían una gran curiosidad por saber lo que había sucedido con el material que había sido recolectado (las grabaciones de audio y video del trabajo que habían realizado), razón por la cual estuvieron muy dispuestos a plantear horarios para realizar este encuentro. Finalmente, pudimos acordar que realizaríamos la entre-vista en horas de la mañana (en jornada contraria a la escolar) y en un salón del colegio.

Para este día logramos conseguir un computador portátil para colocar en el salón de clases, una cámara de video que ubicamos de tal manera que filmara a la totalidad del grupo de estudiantes, y una grabadora de audio que ubicamos en el medio de la mesa en la cual realizamos la entre-vista. Como sucedió con las grabaciones que tuvieron lugar anteriormente en esta experiencia, la calidad de audio de la grabación de video fue pésima, razón por la cual tuvimos que realizar la observación del video colocando a la vez el registro fílmico y de audio.

El salón estaba preparado con los equipos ya mencionados y con los asientos ubicados alrededor de una mesa. Sobre ella se encontraban el computador y la grabadora de audio, así como dos copias de la “guía” de entre-vista, una para cada uno de nosotros. Los estudiantes comenzaron a llegar al salón, saludando y realizando preguntas acerca de la actividad que realizarían durante este día. Una vez llegaron los cinco estudiantes, dimos inicio a la entre-vista, explicando en primer lugar la razón por la cual habían sido ellos los estudiantes seleccionados.

Posteriormente, planteamos una primera aproximación a las preguntas, ubicando una que resultó el punto de inicio de toda la discusión que nos guió en la entre-vista: ¿qué significó para ustedes haber participado en esta experiencia?

**Tatiana:** Lo que queremos saber es ¿qué significó para ustedes haber participado?...en esa experiencia, es ¿qué significó?

[Silencio]

[Risas]

**Felipe:** Necesito inspirarme

**Juan:** pues, la profesora ya sabe mi opinión ¿no?, por aprender, me pareció muy interesante investigar cosas distintas a las que estoy acostumbrado a investigar, entonces fue educativo, por así decirlo, también lucrativo aprender otras cosas y

saber que uno no se debe dejar engañar, aprender a investigar bien sobre lo que uno necesita

**Tatiana:** [con cara y tono de desconcierto] ¿cómo así engañar?

**Juan:** Ahhhií hay muchas cosas, muchas cosas que

**Felipe:** lo que me tocó a mí, la plata en los bancos, que era prácticamente un robo que le cobrarán el doble de lo que usted había sacado.

La conversación inició con una posición muy clara de los estudiantes hacia la financiación de sus estudios mediante préstamos en los bancos. Esto nos revelaba la constitución de una discusión reflexiva construida a partir de las interacciones derivadas de la indagación acerca del asunto de estudio: continuar estudiando después de egresar de la educación media. La referencia a estas discusiones reflexivas configura uno de los propósitos del ambiente de modelación desde la perspectiva socio-crítica (Barbosa, 2001, 2006, 2009a).

Por otra parte, Juan enunció como elemento fundamental el interés que le suscitaba el tema sobre el cual giraba el ambiente de modelación matemática, planteando que esta era una condición fundamental para involucrarse.

**Juan:** Yo simplemente leo y ... si me interesa. Si no ...

**Tatiana:** ¿Lo desechas?

**Juan:** Sí. Así hago con todo.

**Tatiana:** O sea que a tí la experiencia te gustó, porque si no la hubieras desechado.

**Juan:** Exacto.

Esta respuesta nos reveló la fuerza que puede tener en un ambiente de modelación la integración de los intereses e intenciones de los estudiantes, dado que se constituyen en una condición fundamental para la inclusión en el mismo. Podríamos plantear que, de acuerdo con la relación entre disposiciones, intenciones y acciones planteada por Skovsmose (1999), la movilización en el ambiente de modelación de las intenciones de los estudiantes constituye una condición de posibilidad para el ingreso de los estudiantes al mismo y para la posterior producción de las discusiones matemática, tecnológica y reflexiva.

Una frase que nos resultó de especial interés desde el comienzo del ambiente de modelación fue “querer es poder”, dado que era mencionada de una manera muy frecuente por los estudiantes con relación a las posibilidades para cumplir con el anhelo de continuar los estudios una vez egresaran de la educación media, pero también porque a medida que los estudiantes avanzaban en el mismo la utilizaban mucho menos. Durante la entrevista, Andrés comentaba acerca de los cambios en su perspectiva de porvenir a partir de su participación

en el ambiente de modelación matemática, razón por la cual Tatiana introdujo la siguiente pregunta.

**Tatiana:** ¿Aportó algo para el proyecto de vida de ustedes?

**Felipe:** Claro bastante.

**Tatiana:** ¿Sí, qué?

**Andrés:** Pues yo todo lo que tenía pensado...pues ya como que...

**Tatiana:** ¿lo dejaste a un lado, lo modificaste?

**Andrés:** Sí.

**Tatiana:** ¿Qué tenías pensado?, ¿y ahora?

**Andrés:** Pues yo había pensado presentarme... (Inaudible, suena el motor de un camión que pasa por una calle contigua al colegio)... pues sí era bueno, pero salía re caro... y con la ayuda de todos que hablaban del Icetex decidí, y pues estoy trabajando y pienso entrar al Sena.

**Oscar:** ¿Y esa no era inicialmente la idea?

**Andrés:** No.

**Tatiana:** La idea era militar.

**Andrés:** Nooooo.

[Se escuchan risas]

**Tatiana:** Aviación.

**Andrés:** Pues ahorita lo sigo pensando, pero toca esperar para después.

**Tatiana:** Bueno, ¿y qué pasó con esa idea de que querer es poder?

**Andrés:** Pues sí, profe, pero no ve que uno...

**Tatiana:** ¿Ya no es tan cierto?

**Andrés:** Nooo, sííí [respondiendo enfáticamente] o sea, uno debe buscarse la plata de alguna manera. Y si yo digamos me hago una carrerita técnica eso me puede dar pa'l sustento pa' la otra carrera.

**Tatiana:** ¿Y todo eso lo obtuviste a partir de lo que hicimos el año pasado<sup>4</sup>? ¿Eso te visualizó mejor eso?

**Andrés:** Sí. Pues ya lo tenía como craniadito, pero no tanto.

**Oscar:** O sea que el asunto es más que querer es poder, y sí es cierto, pero toca de a...

**Tatiana:** Planificar.

**Oscar:** Sí, de a poquitos, de a pasos.

**Andrés:** Sí porque... de un viajao es muy fuerte.

La intervención de Andrés nos planteó que para los estudiantes el ambiente de modelación resultó en una oportunidad para resignificar una frase que al parecer se sustrae de un elemento de motivación presente en la cultura de los estudiantes. Según lo percibido en las primeras discusiones con los estudiantes, la expresión “querer es poder” circulaba en algunos de ellos como una sentencia que buscaba sintetizar la directriz que orienta el camino

---

<sup>4</sup> La entre- vista se realizó en el mes de mayo de 2015, y el montaje del escenario se llevó a cabo entre septiembre y noviembre del año 2014.

hacia la consecución de la meta conjunta, sin que resultara clara la forma de alcanzarla. Además, frases como “pues ya lo tenía como craniadito, pero no tanto” y “de un viajao es muy fuerte” reflejan la nueva significación para este anhelo, ya que es necesario plantear estrategias que hagan posible lograr aquello que se quiere. Esto quiere decir que Andrés planteó la posibilidad de tomar decisiones frente a la situación, a partir del estudio de la misma.

En este espacio de interacción pudimos identificar que para Andrés las tareas que le permitieron informarse sobre la situación relevante —seguir estudiando luego de egresar de la educación media— le posibilitaron además tomar una posición en relación con ella; pero sin abandonar su sueño —ser aviador—, aunque deba postergarlo hasta tener los recursos suficientes para hacerlo realidad. Su tono enfático en la respuesta a la pregunta de Tatiana, nos permitió ratificar dicha interpretación.

Una vez llegados a este punto de la conversación, había sido posible que los cinco estudiantes realizaran comentarios y conversaran más allá de las respuestas puntuales a las preguntas. Por ello, sentimos como investigadores que habíamos cumplido con el objetivo de esta primera parte —consistente en “romper el hielo”— y que habíamos conseguido un ambiente que permitía la expresión de las diferentes voces que confluían en aquella entrevista.

A partir de allí, nos dimos a la tarea, que hasta entonces considerábamos central de la entre-vista: negociar las interpretaciones de las posibles relaciones entre la producción de discusiones y la referencia al porvenir. Este propósito rápidamente se diluyó en el mar de la intersubjetividad que la participación de los entre-vistados, nos dejó ver.

### *Sobre la relación entre espacios de interacción y la referencia al porvenir*

Con cierto temor y con la idea de que la conversación que sosteníamos con los estudiantes podría tomar rumbos insospechados, pero con la convicción de que en tales rumbos nos sería posible abordar junto con ellos las interpretaciones que habíamos obtenido a través de los análisis realizados, formulamos la pregunta acerca de si habían conversado sobre su futuro en el ambiente de modelación. Decidimos comenzar por esta pregunta en

tanto que los temas sobre los cuales estábamos hablando en este momento se referían más a su porvenir que a los espacios de interacción en la clase, pero consideramos que a través de ella nos sería posible conversar sobre asuntos más puntuales del ambiente de modelación.

Al manifestar esta pregunta, los estudiantes respondieron casi al unísono de manera afirmativa, e hicieron referencia a la relación existente entre su porvenir en el momento de la generación del ambiente y el que tenían en el momento de la entrevista. Así, pudimos encontrar dos posiciones contrastantes con respecto a esta relación. La primera de ellas corresponde a Mariana, quien respondió a la pregunta de la siguiente manera:

**Mariana:** Si, pero..., por ejemplo, de mi expectativa, yo quería ser... estilista profesional.

**Andrés:** ¿Quería?

**Mariana:** Quería, porque ya no quiero. Pues si no hago la carrera militar, estudio veterinaria y zootecnia, pero ya... no sé,... no...

La intervención de Mariana nos planteó que su participación en el ambiente de modelación involucró su subjetividad hasta el punto en que significó una modificación de su referencia al porvenir, en tanto que le permitió proporcionar un primer orden de relevancia al aspecto académico con respecto al laboral, lo cual no consideraba al inicio del montaje del escenario. Esto se ve reforzado por el comentario de Juan, cuando plantea: “Me siento como hablando con otra Mariana”, ya que muestra que el cambio en ella resulta notorio para sus compañeros e, incluso, para Tatiana como su profesora.

La segunda posición es presentada por Angélica, quien manifiesta:

**Angélica:** La experiencia me hizo querer aún más lo que, o sea, esa meta, como la tengo, la tengo, la tengo que hacer, ¿sí? O sea, me puso como más en el rol de que tengo que trabajar, tengo que ponerme más juiciosa, ¿sí? Más responsabilidades para lograr lo que yo quiero. Antes, digamos, yo no... era tan responsable, digámoslo así, aunque me falta mucho.

En esta intervención, Angélica dejó ver que para ella su participación en el ambiente de modelación le permitió establecer que le resultaba necesario trazar un camino para lograr su meta de continuar estudiando. En este caso, aunque no se puede decir que la idea de porvenir no haya sido objeto de modificaciones, estas no resultaron marcadas y no implicaron su transformación completa, sino más bien la claridad acerca de los aspectos de su vida que requerían acomodarse para la consecución de la meta.

Este contraste muestra un elemento en común, relacionado con el hecho de que en ambos casos las estudiantes revelaban el involucramiento de su propia subjetividad en el ambiente de modelación, lo que les permitía actuar en este con los demás compañeros y, a su vez, construir su propia subjetividad. Esto refleja que el ambiente de modelación no solo permite el ingreso de la subjetividad de los estudiantes, sino también su construcción a través de la interacción, aún sin compartir exactamente un mismo interés personal.

Una segunda pregunta que planteamos con respecto a la relación entre espacios de interacción y referencia al porvenir, estuvo referida a la aparición de momentos durante el ambiente de modelación en los cuales los estudiantes percibieran limitaciones para hablar sobre su porvenir. Al plantear esta pregunta, varios estudiantes intervinieron, constituyendo la siguiente conversación.

**Mariana:** Sí, porque nosotros como seres humanos siempre tratamos de dar la experiencia de nosotros, ¿no?, de lo que queremos hacer, de, que la gente digamos vea que la vida de cada uno es diferente y cada uno tiene su forma de pensar. Entonces había gente que: Ay, a mí no me importa, de malas, esa es su vida y ya, o sea, a veces uno quedaba muy trancado y, Ay, pero ¿y entonces? A mí me pasó muchas veces, pero pues, si la gente no quiere, pues uno...

**Oscar:** ¿O sea que la limitante básicamente era el mismo grupo?

**Mariana:** A veces, algunas personas.

**Oscar:** O algunas personas del grupo que no... Bien, pero...

**Andrés:** Yo digo que animaba como mucho el trabajar como en grupo.

**Felipe:** Una de las limitaciones...

**Angélica:** Pero pues también en el grupo se vieron personas que pues estaban ahí en el grupo, oían, muy poco hablaban...

**Tatiana:** El grupo de Felipe.

**Angélica:** Pero pues digamos no daban su opinión personal sobre el tema.

La forma en la cual los estudiantes plantean los posibles impedimentos ocasionales para realizar referencia a su porvenir están relacionados con una característica importante de los espacios de interacción, que se escapaban de las categorizaciones que nosotros como investigadores habíamos planteado y con las cuales habíamos construido la matriz para clasificar los episodios seleccionados. Los estudiantes aquí planteaban que, con independencia del tipo de espacio de interacción, de la tarea realizada y del tema trabajado, son más bien las intenciones manifiestas de sus compañeros las que constituían limitaciones para que se realizaran referencias al porvenir, tales como el desinterés o la decisión personal de no intervenir en las interacciones. Este hallazgo nos reveló que, más allá de características

superficiales de los espacios de interacción, son sus características profundas, tales como la posibilidad de establecer diálogos o la valoración que realizan los compañeros sobre las propias manifestaciones de subjetividad —tales como se pueden observar en el concepto de subjetividades incluyentes planteadas por García (2014) y en el de formación histórica y cultural de las subjetividades posibles que describe Valero (2013)—, las que se relacionan con la presencia de referencias al porvenir de las personas que en ellos participan. Así, notamos que un espacio de interacción parece ser un concepto que requiere ser pensado de una manera menos procedimental —como la interacción entre los participantes de un aula de clase—, y más como una condición para la interrelación de las diferentes subjetividades que confluyen en un ambiente de modelación.

Adicionalmente, la revelación realizada por los estudiantes en esta parte de la entrevista nos permitió ubicarlos como participantes que fueron más allá de la “verificación” de nuestras propias interpretaciones y tratamiento de la información, ya que aquí se hicieron partícipes de la constitución de una interpretación que, desde nuestro punto de vista como investigadores, había quedado por fuera de nuestro panorama. El hecho de reconocer que sin la ayuda de los estudiantes, con quienes conversamos en la entre-vista, no hubiéramos podido llegar a establecer una relación en estos términos, nos permite constatar la importancia que tiene como mecanismo para el aseguramiento de la calidad (Ruíz, 2003; Vithal, 2004) de nuestras interpretaciones su consulta con los participantes, con lo que no solo les damos lugar en la investigación como participantes sino también como parte del proceso de interpretación de los datos que pudimos, junto con ellos, construir.

Aunque las respuestas de los estudiantes nos hacían evidente que el aspecto fundamental en los espacios de interacción no estaba dado por los aspectos formales de la clase, realizamos la pregunta acerca de las características de la misma que permitían que se hablara sobre su futuro. A esta pregunta, los estudiantes plantearon que lo que podía observarse era que ellos esperaban a que la persona que estaba presentando una idea terminara de hacerlo, y si no estaban de acuerdo o no les parecía correcto, era el momento en que entraban al tema. Esta idea fue compartida por la totalidad de estudiantes entrevistados, por lo que nos reveló una razón más para considerar que eran las valoraciones de los otros acerca de las intervenciones que tenían lugar en los espacios de interacción las que permitían o no la realización de referencias al porvenir de los estudiantes.

A continuación presentamos la participación de los estudiantes acerca de otra de las relaciones que habíamos planteado como objetivos de nuestra investigación: aquella entre espacios de interacción y discusiones.

*Sobre la relación entre espacios de interacción y discusiones*

En medio de las conversaciones que los estudiantes sostuvieron con nosotros en este proceso de “deambular” juntos acerca de sus expectativas de futuro, intentamos ubicar como referente para ellos, el momento del ambiente de modelación en el cual Tatiana dirigió las sesiones en plenaria en las que ellos presentaron las respuestas al taller de los videos; es decir, en las exposiciones finales. Luego les formulamos la pregunta relacionada con su recuerdo sobre aquello que discutieron en estas sesiones, a lo que la respuesta resultó casi inmediata. Angélica plantea una discusión generada durante la realización de la exposición del grupo en que trabajó, en los siguientes términos:

**Angélica:** Juan me estaba diciendo que yo decía que las universidades distritales eran malas.

**Juan:** ¿Qué yo dije eso?, ¿cuándo dije eso? [Realiza gestos de extrañeza con el rostro].

**Angélica:** Sino que es que yo saqué los precios de las universidades, digámoslo así, privadas, porque no sabía más o menos los de las ... distritales. Tú me estabas preguntando si era mejor las universidades privadas que las distritales, que si eso era lo que yo trataba de decir.

**Juan:** Ah no, eso fue error mío, porque yo siempre he sabido que lo público es lo mejor. Pues claro, no hay que negar que los privados pues también tienen sus beneficios porque hacen más actividades y tienen más preparación y eso, pero en cuanto, yo pienso que en cuanto a creación de mente y a crear personas, en lo público uno aprende más que en cualquier colegio privado.

**Tatiana:** Pero entonces él [señala a Juan] te está debatiendo porque en la exposición tú no consideraste ...

**Angélica:** O sea, no consideré los precios de las universidades distritales.

**Tatiana:** ¿Por qué no fueron considerados esa vez?

**Angélica:** Porque es que ... eso era ... pues era como un ...

**Tatiana:** ¿No se acuerdan?

**Angélica:** Como unos salarios mínimos, creo que era lo que nos decían, pero no nos decían precios fijos porque era dependiendo de lo que sacara en el Icfes, de los estratos, de lo que tuviesen.

**Juan:** Del sisbén

Si bien en esta manifestación inicial no se observa una clara respuesta a la pregunta, en tanto no se hace referencia a un tipo de discusión en particular, la intervención de Angélica muestra que existían temáticas que resultaban relevantes para los estudiantes y otras que les resultaban accesorias o complejas. La situación en que se encontraban tanto Angélica como Juan en la exposición, y aún en la misma entre-vista, resultan muy reveladoras sobre la significación que este suceso tuvo para ellos. Cuando Tatiana pregunta a los demás estudiantes si recordaban esta exposición, ninguno de ellos manifestó hacerlo, pero Juan y Angélica tenían presente la discusión y la reanudaron casi en los mismos términos en que se dio en la clase. Por ello, para Angélica fue muy fácil referirla tan pronto como se planteó la pregunta, y para Juan también lo fue reaccionar frente a ella, haciendo claridad en los motivos que tenía para discutir en la exposición. Así, parece ser que esta exposición fue especialmente importante —significativa— para los dos, en tanto que involucraba sus valoraciones sobre la situación presentada.

No obstante, Angélica plantea una razón fundamental para no haber presentado los valores de universidades “distritales” (haciendo referencia a las estatales): no obtenía información sobre “precios fijos” sino que supo que estos dependían de aspectos variables como resultados Icfes, estrato socioeconómico y demás, que le implicaban la realización de búsquedas adicionales y la elaboración de cálculos que le eran desconocidos. Si bien Juan también conoce algunos de estos aspectos —introduce el del Sisbén, haciendo referencia al puntaje de clasificación asignado a las familias—, no les proporciona el significado de variables que hacen difícil el cálculo, sino que más bien parece reclamar el hecho de que no se hayan involucrado en la presentación de los resultados finales y, por tanto, atribuye a Angélica la idea de que ella considera que la educación pública es mala.

Sobre este aspecto de la exposición llamó mucho la atención que después de esta mención inicial a esta interacción, los estudiantes abandonaron el tema y se centraron en aspectos relacionados con lo que se presentó en la exposición, tales como la presentación de dos universidades extranjeras y la discusión sobre los colegios públicos y privados que, si bien ocuparon una buena parte de tiempo durante la exposición y también generaron, durante la entre-vista, una serie de conversaciones, no resultaron fundamentales para el análisis que como investigadores pretendíamos realizar. Sin embargo, ellas nos llevaban por el camino que los estudiantes querían tomar en esta discusión, que recurría mucho al rescate de aquellas

cosas que para ellos habían resultado interesantes, como las oportunidades de becas en el exterior, la comparación entre los colegios públicos y privados, y la realidad de la vida escolar.

Si bien en estas interacciones no nos resultó posible observar que los estudiantes se centraran con facilidad en los tipos de discusiones (Barbosa, 2006), sí pudimos observar que surgían manifestaciones de sus propios intereses, y tales manifestaciones comenzaban a generar un camino por el cual seguía la conversación, de manera consensuada —aunque tácita— entre los estudiantes. Esto parecía mostrarnos que, a pesar de que estábamos allí para realizar una entre-vista, y a que se supone que habíamos planteado un protocolo de preguntas y aspectos a realizar, era necesario que conserváramos la calma y permitiéramos que la conversación siguiera su rumbo, ya que solo de esta manera podríamos considerar que estábamos “deambulando con” los estudiantes y “haciendo explícitas las historias de su mundo vivido”.

El hecho de que en torno a la pregunta planteada por nosotros solamente se hubieran involucrado dos estudiantes, mientras que la discusión posterior los involucró a todos, nos mostró además que, al parecer, en los espacios de interacción solamente se involucran aquellos estudiantes que desean hacerlo porque la interacción recoge sus intereses, y solamente lo hacen en el momento en que esto ocurre. Esta idea nos resultó bastante llamativa, y la exploramos posteriormente con los estudiantes.

También les realizamos la pregunta acerca de aquello que discutían cuando trabajaban en grupo. La primera reacción tuvo que ver con que algunos señalaban que al grupo con el que trabajaban “no le gustaba hacer mucho”, por lo que consideraban que no había muchas discusiones en el trabajo en grupo. Esta consideración se vio aclarada de una manera muy importante por la intervención de Mariana, quien manifestó:

**Mariana:** Yo creo que en mi grupo había muchos que... mi papá me va a pagar la carrera. Ya, o sea, ya. Ay, no, mi papá me va a pagar la carrera [mostrando un gesto de desagrado].

**Felipe:** Ay, sí, muchos son re mantenidos ahí [mostrando un gesto de displicencia].

**Juan:** Pues sí...

**Mariana:** Y yo les decía, yo les decía eso.

**Juan:** A mí me estresa esa gente.

**Mariana:** Y si Dios no lo quiera su papá se muere o pasa algo y su papá no le puede dar la carrera, ¿ud qué va a hacer? Decían: pues nada.

**Oscar:** A mí me parece que Mariana toca algo importante cuando dice “es que había varios que decían: mis papás me van a pagar”. ¿Qué pasaba cuando había estudiantes que decían eso?

**Mariana:** Únicamente yo me alteraba y yo les decía, pero cómo así que usted ups.

**Oscar:** No, pero me refiero al trabajo de ellos.

**Mariana:** O sea, ellos, hay unos que decían, o sea, hay unos que “Ay, voy a buscar en tal universidad. Ah, ¿vale esto? Le voy a decir a mis papás. Tome Mariana el computador” [hace gesto con las manos de que le entregaban algo]. Porque como Angélica era con la única que “Ay, ¿qué vas a hacer? No sé qué.” Pero la mayoría no era como en esa de toca averiguar qué toca hacer, los pagos, qué toca hacer, toca trabajar, así me toque vender frunas en una esquina, o sea, no se enfocaban en eso. Es un ejemplo.

La intervención de Mariana coloca en la discusión el hecho de que varios de los estudiantes no se integraban en los espacios de interacción porque, en línea con lo que hasta el momento habíamos planteado sobre el hecho de que los estudiantes se involucraban en ellas cuando la interacción recogía sus intereses, para muchos no resultaba interesante la discusión. Como ejemplo, Mariana plantea el caso del grupo en el que ella se encontraba, dado que el hecho de que allí para muchos estudiantes no fuera una preocupación la forma en la cual deberían conseguir los recursos para continuar estudiando después del colegio hacía que no se generaran muchas discusiones. Así mismo, plantea que estas discusiones se generaban con Angélica, porque sus intereses también estaban puestos en la situación que se indagaba.

Esta observación nos muestra además que, de acuerdo con la posición social y económica en la que los estudiantes se encontraban, su intervención en los espacios de interacción resultaba más o menos frecuente, por lo que podríamos considerar que los antecedentes de los estudiantes aquí cobran una gran importancia como condiciones que facilitan o limitan las interacciones de los estudiantes dentro de los espacios de interacción y, por tanto, su participación en el ambiente de modelación matemática.

La consideración de Mariana acerca de la situación de los estudiantes que contaban con apoyo de sus padres para el acceso a la educación posterior al grado del colegio nos generó una preocupación importante, dado que comprometía la idea que habíamos considerado para iniciar el montaje del escenario, consistente en que para la gran mayoría de los estudiantes una de las dificultades percibidas para lograr este propósito estaba dada por su situación económica. Aquí se hizo necesario que pensáramos esta condición, dado que si

esto sucedía así, el ambiente de modelación no convocaba los intereses de algunos de los estudiantes.

No obstante, una intervención surgida a continuación de la presentada por Mariana nos reveló una forma en la cual podríamos interpretar esta situación. En ella, Juan presentó su respuesta personal a la pregunta que habíamos formulado.

**Juan:** No sé si me equivoque, pero el tema que primó en el trabajo fue el precio. Todos, sin importar lo que estábamos investigando, siempre llegábamos a lo mismo, que era el precio, que era lo que a todos nos interesaba, luego, pues sí, yo me incluyo, era lo que a todos nos interesaba más.

**Felipe:** Sí.

**Juan:** En general, más que lo que uno iba a aprender, uno se preocupaba más por el precio, porque uno decía, pues yo era de los que decía: “yo aprendo, pero si no tengo la plata ¿cómo voy a aprender?” Entonces, ese era el tema de discusión.

La respuesta de Juan nos llevó a pensar que existía un tema de discusión que, aún en el caso de que no convocara los intereses de todos los estudiantes, por lo menos capturaba su atención. El surgimiento de este tema durante la entre-vista nos llevó a abordar la pregunta acerca de aquello relacionado con las matemáticas sobre lo cual habían hablado en el ambiente de modelación. Luego de que los estudiantes, casi al unísono, respondieron que habían hablado de matemáticas, comenzaron a comentar que lo habían hecho “para hablar de los promedios de lo que uno pagaba en los bancos”, para describir “lo de los transportes”, para definir “los materiales que se necesitaban”, “para saber cuántos desertan en cada carrera”. “en el cálculo de los pagos de los préstamos”, o “para calcular lo que tiene que pagar y cómo puede pagarlo”. Sobre estas respuestas nos llamó la atención que cada uno de los estudiantes hizo referencia inicialmente a haber hablado de las matemáticas en relación con los temas que a cada uno le correspondieron dentro del ambiente de modelación; es decir, con las aplicaciones de las matemáticas. Este hecho nos llevaba a considerar que, en general, los estudiantes incluían las matemáticas en los espacios de interacción como discusiones tecnológicas, dado que hacían referencia a las “técnicas de construcción del modelo matemático” (Barbosa, 2006; p. 297; 2007; p. 3), que implican la forma en la cual los conceptos y operaciones de la matemática son aplicados a situaciones de la vida real.

Sin embargo, nos resultó de especial interés la intervención de Mariana, dado que fue diferente a la de los demás.

**Mariana:** Yo no hablé casi.

**Tatiana:** Ah, ¿tú no hablaste casi de matemáticas? ¿Por qué, Mariana?

**Mariana:** Pero, yo no... no sé, casi,... es que yo [mueve la cabeza indicando negación]... no es que no me guste, es que yo no...

**Felipe:** Tiene un serio problema con las matemáticas.

**Mariana:** Sí. O sea, yo por más que... yo digamos a veces a la profesora le entiendo pero ya, digamos, la profesora me dice uno más uno es dos, pero la profesora me pone un problema de que Pepito se comió la manzana y no sé qué, y yo como que ¿cómo así?, ¿no era que uno más uno? Entonces... [Risas de los compañeros]

**Tatiana:** O sea, tú y la matemática... [Mueve la cabeza indicando negación]

**Oscar:** O sea, tú crees que el asunto es más que tienes cierta dificultad para...

**Mariana:** Yo la tengo para lo esencial. Por ejemplo, para dar vueltas<sup>5</sup>, o para hacer cosas...

**Tatiana:** ¿La tienes para lo esencial?

**Mariana:** Sí, pues donde yo trabajo me toca dar vueltas.

**Oscar:** O sea, para lo que tiene que ver con tu vida normal.

**Mariana:** A mí me han puesto profesor de matemáticas, y yo... no, no.

Mariana manifestó la razón por la cual no se involucró en interacciones que implicaran temas relacionados con las matemáticas, dado que considera que su habilidad con ellas es bastante limitada. Esta consideración nos reveló básicamente dos aspectos. El primero estaba relacionado con que la consideración de un estudiante como poco capacitado para las matemáticas se constituye en un obstáculo para su participación en el ambiente de modelación, por lo menos en aquellos temas que las involucren. Pareciera que Mariana prefería no participar en espacios de interacción que hicieran referencia a las matemáticas, aunque en realidad lo hizo mediante la generación de reflexiones. Esto podría responder a que el concepto que tiene Mariana sobre las matemáticas se acerca únicamente a su característica formal, dejando de lado cuestiones relacionadas con la comprensión de situaciones que han sido estructuradas por la matemática.

El segundo aspecto que nos mostró esta participación fue que Mariana mencionaba que su uso de las matemáticas se relacionaba con aquellos contextos sociales en los que ella podía utilizarlas “para lo esencial”. Así, y en relación con el primer aspecto, podríamos pensar que aquello a lo que Mariana refiere como “matemáticas” se restringe a la habilidad para desarrollar algoritmos y comprender las formas de organización de la actividad de los estudiantes basadas en el paradigma del ejercicio, propuestas por Skovsmose (2012). Incluso

---

<sup>5</sup> Se refiere a dar el cambio en los procesos de compra y venta

había mencionado que “digamos, la profesora me dice uno más uno es dos, pero la profesora me pone un problema de que Pepito se comió la manzana y no sé qué, y yo como que ¿cómo así?, ¿no era que uno más uno? Entonces...”, lo que nos hizo pensar con mayor claridad que para Mariana las matemáticas son cuentas.

Esto indica que para Mariana resultaba más sencillo participar en formas de organización de la actividad basadas en el paradigma de investigación, especialmente aquellas que involucran la referencia a situaciones de la vida real y de su propia experiencia. En términos de los tipos de discusiones planteados por Barbosa (2006, 2007), consideramos que esta afirmación muestra que en los espacios de interacción en que participan los estudiantes, las discusiones tecnológicas se producen en buena medida debido a que les llevan a la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida real.

Un indicador más de esta idea nos fue mostrado por las palabras de Angélica, quien planteó:

**Angélica:** Pues es, ¿cómo decirlo? Así ... en mí, ¿no?, en mi perspectiva, un ejemplo, como decía Mariana, matemático, ¿sí?, no es que no me interese, es que digamos hay cosas que a uno le llaman más la atención que a otros, ¿sí?, entonces es como decir, un ejemplo, mi participación en español y en matemáticas, ¿sí?, es muy diferente a la que tengo en matemáticas. Ya cuando, ya es algo que a uno pues, digamos, lo entiende y quiere pasar adelante, uno lo hace. Pero digamos en español..., sí, un ejemplo, ya es muy diferente. Igual, abarcando el tema, muchos de mis compañeros decían: no es que mis papás no tienen plata para estudiar, para que yo estudie, o bueno, eso. Pero era la perspectiva de ellos. Yo tengo mi perspectiva de que yo quiero estudiar y es algo que me llama la atención, y aun así, aunque eso tuviera, digamos, matemáticas, me llamó tanto la atención que yo las vi de otra manera.

Angélica habló sobre el hecho de que se encontraba en una situación similar a la de Mariana como estudiante de matemáticas, e incluso mencionó que existían áreas del conocimiento escolar que le merecían una valoración diferente, ya que se le facilitaban y las comprendía mejor. A pesar de ello, consideró que el hecho de tener una “perspectiva” según la cual quería seguir estudiando después de terminar su formación en el colegio la llevó a “ver de otra manera” las matemáticas. Esta afirmación se asemeja a la de Mariana, aunque incluye también una resignificación de las matemáticas en virtud de la importancia que poseían para la comprensión de una situación que le resultaba relevante y que involucraba sus intereses personales. Sus palabras nos permitieron notar una vez más que los estudiantes

apuntan a que el hecho de que las situaciones de las cuales se discute en un espacio de interacción involucran además sus intenciones y disposiciones permite que puedan ingresar en ellos, participar y hablar sobre cuestiones relacionadas con las matemáticas, lo cual nos revela el hecho de que, fundamentalmente, es el significado que las matemáticas poseen para los estudiantes lo que les permite tomar contacto con ellas. Además, esto resultaba coherente con la idea de Barbosa (2003) de que “la modelación [es] una actividad abierta acerca de la cual [los docentes] tenemos poco control sobre la forma en que será desarrollada, pues eso depende del enrutamiento de los estudiantes (p. 71).

Si bien consideramos que los estudiantes incluían las matemáticas en los espacios de interacción cuando establecían formas en las cuales podían utilizarlas en una situación real, también nos resultaba interesante indagar con ellos por las ideas pertenecientes al campo de la matemática pura, con lo cual abordaríamos las discusiones matemáticas. Para ello, les preguntamos acerca de los conceptos matemáticos que consideraban que habían retomado o aplicado en el ambiente de modelación. A esta pregunta, los estudiantes respondieron de la siguiente manera:

**Juan:** Esa pinche tabla<sup>6</sup>.

**Tatiana:** La tabla...

**Juan:** Nos tocó sacar porcentajes.

**Angélica:** Sí, los porcentajes, ¿no?

**Felipe:** Dividir.

**Tatiana:** ¿Dividir?

**Felipe:** Sí, porque me tocó coger el precio que usted terminaba pagando al final, dividirlo en los cinco años y ponerlo...

**Angélica:** Sumar.

En este momento, los estudiantes mencionaron algunos conceptos y operaciones matemáticas que habían resultado importantes para su participación en el ambiente de modelación matemática. Curiosamente, y aunque sabíamos que en el ambiente se había hecho referencia a conceptos y actividades universales relacionados con el pensamiento variacional y pensamiento métrico, por ejemplo, estos no surgieron de manera directa, dado que lo que los estudiantes reportaban era la forma en la cual los habían abordado (con tablas o haciendo uso de divisiones y sumas). Esta forma de describir los conceptos matemáticos involucrados evidenciaba que, a pesar de que los hubieran trabajado y de que tuvieran idea

---

<sup>6</sup> Se refiere a la Tabla 1.

de la manera en que lo habían hecho, su reconocimiento formal no se hizo explícito durante el ambiente de modelación, lo cual tal vez estuviera relacionado con una dificultad para nombrar los conceptos utilizados.

No obstante, y desde nuestras interpretaciones, notábamos que esta situación se relacionaba con el hecho de que a través del ambiente encontramos muy pocos momentos en que surgieran discusiones matemáticas que hicieran referencia puntual a conceptos matemáticos. Más aún, se vio reforzado porque al realizar esta pregunta, y luego de que los estudiantes plantearon las respuestas consignadas en el fragmento transcrito, comenzaron a hablar de aspectos como la necesidad de estudiar y trabajar o la de ahorrar dinero para tener la posibilidad de estudiar. Esto nos indicaba que para ellos la generación de discusiones que involucraran referencias explícitas a conceptos matemáticos resultaba especialmente ajena a sus intereses e intenciones, o por lo menos no se ligaba de manera directa con ellos. Lo que identificamos allí fue que una serie de afirmaciones relacionadas con preocupaciones y pensamientos sobre su propia vida —sobre sus intereses, intenciones y disposiciones— resultaban desplazando de los espacios de interacción la generación o surgimiento de las discusiones matemáticas. De hecho, para centrar la discusión nuevamente en aspectos relacionados con estas discusiones, nos resultó necesario solicitar a los estudiantes de manera explícita que no se dispersaran. Para ello, les realizamos la pregunta acerca de si se presentaron algunos momentos en los cuales consideraran que no se pudiera hablar de matemáticas. A esto, los estudiantes respondieron:

**Juan:** Cuando se hablaba de la forma en la que usted iba a conseguir esta [se frota los dedos índice y pulgar de la mano derecha indicando dinero]. Digamos, en la forma ¿qué va a hacer? O sea. Pues, no sé, investigar primero sobre cuál universidad quiero para... y después sí investigo sobre el precio. En momentos así no hablábamos de matemáticas.

(...) **Andrés:** Digamos, uno escogía las universidades, ¿sí?, digamos, los Andes, ta ta ta, y al buscar uno no usaba las matemáticas. Ya cuando las usaba era cuando miraba cuánto valía.

**Juan:** Pero en definitiva uno terminaba usando las matemáticas. Uno usaba las matemáticas...

**Angélica:** Pues ahí no estaba, pero por ejemplo nosotras en nuestro grupo hablábamos, también hablábamos de qué te gustaría, por qué, y digamos en ese tipo de cosas no hablábamos de la matemática sino ya como de las perspectivas personales de cada persona.

(...) **Felipe:** Yo creo que siempre se usó.

**Juan:** Yo también.

**Felipe:** No más para preguntarle a alguien ¿usted ya está haciendo un tipo de encuesta? Uno ya tenía que usar porcentajes. Creería yo.

La forma en la cual los estudiantes abordan la pregunta resulta muy dicente acerca de que las condiciones que hacían que no se hablara de matemáticas estaban dadas por aquellos momentos en los cuales se realizaban averiguaciones sobre los temas abordados, así como en los que los estudiantes hablaban acerca de sus intenciones y disposiciones, ya que nos permitía evidenciar que en muchos casos la discusión de este tipo de asuntos en los espacios de interacción dificultaban el surgimiento de discusiones matemáticas. No obstante, Juan planteó claramente que “en definitiva uno usaba las matemáticas”, lo que nos mostraba que las matemáticas ingresaban a los espacios de interacción a través de aquellos usos que se les podrían dar en relación con los asuntos estudiados, bien fuera acerca de las formas de cumplir el sueño de continuar estudiando o de sus intereses particulares.

Una vez que habíamos discutido con los estudiantes acerca de lo que categorizamos, con base en Barbosa (2006, 2007), como discusiones tecnológicas y matemáticas, y con base en la idea del ingreso de las matemáticas al ambiente de modelación principalmente a través de las aplicaciones en tanto técnicas de construcción del modelo, realizamos a los estudiantes la pregunta acerca de si en los espacios de interacción habían hablado acerca de lo que sucedía con la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida real. Luego de responder de manera afirmativa, manifestaron que había sido importante utilizarlas en el ambiente de modelación, porque les había sido útil. Así:

**Andrés:** Yo digo que uno ahí se cranió bien, o sea, cuánto uno puede... o sea, si uno saca tal préstamo, cuanto uno llega a pagar y si es conveniente o no.

**Juan:** Y saber si debía arriesgarse o no.

**Tatiana:** Les ayudó para tomar decisiones.

**Juan:** Nos ayudó para la toma de decisiones.

**Felipe:** Como digamos que usted tiene que pagar seis millones, entonces usted va haciendo como que, bueno, le pagan un millón. Con trescientos mil debe pagar los recibos, lo que come, con doscientos mil para la luz, bueno, lalala. Bueno, entonces uno hacía el presupuesto de lo que podía sacar prestado.

Lo que los estudiantes parecían señalar era que el uso de las matemáticas con referencia a las situaciones de la vida real les había permitido la “toma de decisiones”, dado que lograron tomar posición acerca de ellas y establecer la manera en que podrían hacer el sueño realidad. No obstante, involucraban implicaciones sociales, como en el caso en que

Felipe plantea que “uno hacía el presupuesto de lo que podía sacar prestado”, ya que formula una relación entre el ingreso que se obtiene, las obligaciones a las que se debe atender y la posibilidad económica de acceder a la educación, lo cual facilita o dificulta el ingreso de cada estudiante. Además, añade la valoración personal acerca de “si es conveniente o no”, revelada por Andrés.

Esta intervención nos permitió involucrarnos en la pregunta acerca de las discusiones reflexivas, comprendidos como la consideración de implicaciones sociales de la aplicación de un modelo matemático a una situación de la vida real. Durante el momento en que habíamos estado realizando la revisión y análisis de los diferentes episodios tuvimos la oportunidad de presenciar un número importante de discusiones reflexivas. Por ello, les realizamos la pregunta acerca de si dentro de las discusiones que habían tenido en el ambiente de modelación involucraban implicaciones sociales. De este modo, y si bien notamos que los estudiantes no reconocían de manera absolutamente clara lo que queríamos decir con el término “implicaciones sociales” respecto al modelo, se aproximaron a esta idea planteando momentos en los que habían discutido algunas temáticas, como la relacionada con los malos usos del refrigerio escolar y la comparación entre colegios públicos y privados, que los llevaron a generar reflexiones. Adicionalmente, nos manifestaron lo siguiente:

**Juan:** ¿Qué implicaciones sociales tendría? Hay que, de cierta forma, cambiar el pensamiento social, aquí, en general. Si todas las personas quieren, si todas las personas descubrieran que todos tenemos una vocación, por decirlo así, todos tenemos algo que podemos hacer, pero que a veces no concuerda con lo que queremos, si uno pudiera motivar a que todas las personas se dieran cuenta de que todos tienen la capacidad para acceder al estudio, y así mismo ayudar al progreso, eso cambiaría. Porque hay unos casos, por ahí el 80% de la población dice no, yo quería estudiar pero mi papá me dice que no, que eso pa' qué, que mejor me metiera a trabajar y que después me pagaba.

**Andrés:** No, pero no. Porque, digamos, hay mucha gente que, digamos, se limita por un hijo o algo. Hay gente que ya la embarró. Pues no la embarra, pero

**Felipe:** Sí, eso sí pasa. Yo no veo el afán, de verdad, en ese sentido.

**Tatiana:** ¿Tú qué? [dirigiéndose a Felipe].

**Felipe:** Yo no veo el afán de tirarse su vida, o sea, para mí un niño implica mucho, o sea, es pañales, [risas], ahí vendría otra vez la matemática, pañales, aparte...

**Mariana:** Yo siempre he dicho que hasta que uno no se estrella uno no ve la realidad de las cosas.

**Juan:** Aparte del gasto material, el esfuerzo físico porque le toca sacar tiempo, las citas médicas.

**Felipe:** Sí. Pero aparte de eso, usted dejaría su estudio, lo tendría que aplazar muchos meses.

Este fragmento nos permite pensar que muchas de estas implicaciones sociales tienen que ver con características del macrocontexto de los estudiantes, ya que involucran múltiples observaciones provenientes de su realidad cultural, como las relacionadas con la paternidad y maternidad adolescentes. No obstante, nos resultó especialmente interesante una frase de Juan: “todos tenemos algo que podemos hacer, pero que a veces no concuerda con lo que queremos”, dado que podíamos interpretarla en dos sentidos. Primero, como un reconocimiento de que existen limitaciones que hacen que algunas personas no puedan lograr aquello que desean hacer “por vocación”, por lo que desisten de dirigirse hacia ellos. Segundo, como una valoración del hecho de que las personas tienen la posibilidad de hacer algo, lo cual podría involucrar la idea discutida anteriormente de “querer es poder”. Así, si bien plantea que existe una serie de condicionantes culturales importantes para que las personas tomen la decisión de no estudiar, también hace claridad que cada persona podría cambiar esa realidad si le resultara evidente que tiene la posibilidad de estudiar y, por tanto, de no renunciar a su sueño.

Con respecto a los momentos en los cuales los estudiantes consideraban que no era posible realizar este tipo de reflexiones, comentaron:

**Juan:** Yo digo que fue al principio, si no fueron las dos primeras duró hasta la tercera. Porque entre la primera y segunda sesión fue cuando todo el mundo tenía que dar como a conocer su punto de vista, ahí cuando iniciamos las exposiciones era cuando todo el mundo quería no yo quiero decir esto y no me importa lo que ud diga, primero escúcheme y después dice. Pero ya con el tiempo si viste ¿cómo cambiaron las sesiones? [Mirando a Tatiana], ya con el tiempo como todos sabíamos que estábamos buscando un bien en común que era aprender entre todos, ya cada vez que alguien hablaba solamente le preguntaban ahí mismo, cuando se preguntaba el precio, la persona ya podía exponer, cuando se llegaba al precio ahí era cuando se llegaba al tema de discusión.

(...) **Andrés:** Pues yo digo que antes de que comenzara la charla, o sea... desde que la profe trajo la cámara. Antes de eso, cuando venía Perdomo, [risas], ay, Perdomo me cae re bien, eh, uno como que era todo: voy a sacar un crédito o algo cuando termine, si no saco la beca. Y ya, uno como que pensaba que era así de fácil. Ya cuando las sesiones, comenzamos, ya uno se dio cuenta...

**Tatiana:** ¿Aparecieron más variables?

**Juan:** Sí.

**Andrés:** Exacto. Ahí uno como que, ¡Uy, quietos! [Mostrando gesto de sorpresa]

**Oscar:** O sea que cuando comenzamos a tener más información y a trabajar más comenzó a salir más cosas de...

**Andrés:** Sí, eso.

Básicamente, los estudiantes mostraron que en un principio el ambiente de modelación no permitía que ellos reflexionaran porque habían asumido el papel de consultar, dar respuesta a una pregunta y presentar una información a la cual no le habían dado valor subjetivo. Sin embargo, conforme fueron recolectando información y “apareciendo más variables”, el deseo de continuar los estudios se problematizó y el objetivo del ambiente en la clase pasó de ser “dar a conocer su punto de vista” a buscar “un bien común, que era aprender entre todos”, por lo que ellos comenzaron a indagar y a ver en los demás tanto fuentes de información como interlocutores con los cuales “se llegaba al tema de discusión”, razón por la que consideraban que de pasar de dar su opinión sobre una situación llegaron a involucrar sus intereses, intenciones y disposiciones con respecto a ella. Consideramos, adicionalmente, que este involucramiento era el que permitía que se diera la producción de discusiones reflexivas.

No obstante, dejar hasta aquí la interpretación del fragmento de entre-vista presentado significaría omitir una parte fundamental de lo que allí nos presentaban los estudiantes, dado que estaríamos desconociendo la relación que observamos entre la producción de discusiones y las referencias al porvenir por parte de los estudiantes. Por tal razón, abordamos esta relación a continuación.

#### *Sobre la relación entre discusiones y la referencia al porvenir*

Al respecto de esta relación, habíamos detectado que las discusiones reflexivas habían conllevado casi en todas las ocasiones a la presencia de referencias al porvenir, cuya única excepción fue el episodio relacionado con la exposición final del grupo de manutención — en el que participaron Mariana y Angélica presentado en las páginas 65 y 66—, en el que no se presentó referencia al porvenir a pesar de que se había producido una discusión reflexiva. En consecuencia, habíamos planteado que esto podía haberse debido a la exclusión de un elemento fundamental en el propósito de seguir estudiando al egresar del colegio que de acuerdo con nuestros análisis parecía corresponder a la subjetividad de los estudiantes. Así,

con el fin de evaluar el caso particular de este momento de la clase, les presentamos a los estudiantes la grabación con que contábamos de este episodio.

Los estudiantes la escucharon con gran atención y con una actitud bastante inquieta y curiosa, dominada por las críticas acerca de los mecanismos de expresión verbal de sí mismos. No obstante, y tal y como lo habíamos esperado, la observación de este video los ubicó en el momento específico de esta exposición, por lo que pudimos comenzar a conversar sobre la relación que allí se observaba. La grabación presentaba una exposición en la que el grupo mostraba valores de matrícula de un conjunto de universidades privadas, aunque al parecer los estudiantes querían que se consideraran las universidades públicas. En ella se presentó la siguiente conversación:

**Tatiana:** Entonces la pregunta es: ¿Creen que por haber presentado esa información ustedes no hablaron de su futuro?

**Juan:** Puede ser, porque la mayoría, por no decir que el cien por ciento, tomamos la decisión de ir a la Nacional, todos tomamos la decisión de una universidad pública. Entonces, si hay solo privadas entonces a quién le va a interesar, si todo el mundo sabe que la privada es cara.

(...) **Tatiana:** ¿Por qué no incluyeron su planeación de futuro en esa exposición? ¿Por qué no opinaron de su futuro con esa información?

**Juan:** Profe, ya lo he dicho muchas veces, si no estaba lo que me interesaba, no me importaba.

**Angélica:** Yo creo que también faltó darles a conocer como más puntos sobre la carrera. Digamos, por ejemplo, Juan quiere mecatrónica, ¿sí?, entonces como investigar más sobre la mecatrónica.

**Tatiana:** O sea, haberles presentado: vea, Juan, este es el promedio, vea, Mariana, esta es la carrera.

**Mariana:** No, mire en tal universidad tal cosa, y el promedio es este, y esto es lo que toca pagar.

**Juan:** Sí. Creo que si era esto, el nombre y lo que iba a estudiar.

**Felipe:** Eso lo preguntaron.

**Tatiana:** Sí, pero no lo utilizaron para eso (...)

**Oscar:** Es decir que tú crees que si le hubieran preguntado a cada estudiante esto es lo que a usted le interesa y estas son sus opciones, eh, seguramente hubiera involucrado más las posiciones de cada uno.

**Juan:** Sí.

**Andrés:** Sí.

Si bien los estudiantes habían conversado sobre este episodio, aquí lo revisamos a la luz de la relación entre las discusiones reflexivas y la referencia al porvenir de los estudiantes. En este sentido, lo primero que llama la atención es que los estudiantes consideraron casi de manera unánime que a pesar de que en la gran mayoría de los episodios en que se encontraban

discusiones reflexivas estas estaban acompañadas de referencias al porvenir, el hecho de que en estas no se hubieran presentado se relacionaba con que la universidad que se encontraba dentro de sus decisiones no estaba incluida en la información presentada, y las que allí se presentaban habían sido descartadas por ellos en virtud de su elevado costo. De hecho, la misma estudiante que realizó la presentación planteó que hacer la presentación de estos valores en términos tan generales y descontextualizados resultaba muy limitado, dado que habría sido mucho más provechoso si en ellas se hubieran involucrado los intereses de los estudiantes que, de hecho, tuvieron a mano. Esto parece reforzar la idea de que la relación entre discusiones reflexivas y referencias al porvenir de los estudiantes está influida de manera determinante por las intenciones y disposiciones de los estudiantes, razón por la que ellos no forman parte de una discusión —o de un espacio de interacción— si les interesa o ven que les aporta algo en relación con estos elementos de su subjetividad.

Con posterioridad, y con el fin de abordar las relaciones que habíamos encontrado entre las discusiones matemáticas y tecnológicas, y las referencias al porvenir, les presentamos también una grabación de audio en la que se presentaban un episodio que contaba con una discusión sobre un concepto matemático que tenía una referencia al porvenir, y un video de exposición en el cual se presentaba la producción de una discusión tecnológica sin referencia al porvenir. Cuando se le preguntó a los estudiantes acerca de las razones para que se hubieran presentado las referencias al porvenir en unas ocasiones y en otras no lo hubieran hecho, respondieron lo siguiente:

**Angélica:** Yo creería que fue conforme al tema, cuando hablamos eh... pero es que mira, si tú haces este precio y este te da tanto, y si te metes a una beca y la pierdes te da tanto, que era lo que hablábamos antes, ¿no?, pero hablamos conforme a nuestro futuro. Digamos Juan dio su perspectiva, entonces pues digamos, yo lo tomé a mi perspectiva personal. Pero también lo tomamos de que, digamos, si usamos el cuerpo de una persona, ¿sí?, pero digamos a veces no lo tomamos como tanto para nosotros mismos sino en generalizado, de aquí a mañana voy a tener los ojos verdes porque... se lo voy a pedir a mi cuerpo, un ejemplo, ¿sí?

**Oscar:** O sea que tú crees que en algunos momentos uno no metía eso porque...

**Angélica:** No le interesaba.

Sobre esta relación no se presentó una idea muy diferente de la que surcaba aquella entre discusiones reflexivas y referencias al porvenir, ya que los estudiantes plantearon que era el interés que involucraban las temáticas sobre las cuales se estaba hablando el que

permitía o no que surgieran las referencias a su porvenir. Así, consideramos que en la medida en que las discusiones matemáticas y tecnológicas recogían las intenciones y disposiciones de los estudiantes, se podría esperar que hablen de sus perspectivas de futuro.

Una vez finalizada esta entre-vista, agradecemos a los estudiantes por su labor durante esta investigación, no solo por haber participado en el ambiente de modelación matemática sino también por habernos permitido tratar de dar sentido, junto con ellos, a las diferentes interpretaciones que habíamos planteado para negociar con ellos. Así, pudimos tener la oportunidad de que los estudiantes formaran una parte activa en la construcción de los datos de esta investigación.

## CAPÍTULO 5. CONCLUYENDO Y DEBATIENDO

Esa larga calle, hacia atrás, dura una eternidad. Y esa larga calle hacia delante es otra eternidad.

F. Nietzsche. Así habló Zaratustra.

### **Escena 1. Y aquí concluimos**

El problema que ahora nos convocaba era la interpretación de los datos construidos con los estudiantes y la manera en la cual nos permitirían obtener conclusiones significativas. No obstante, para ello tomamos en consideración el hecho de que todo momento implica dos largas y eternas calles, lo que nos llevó a reconocer la importancia de algunas de las impresiones que nos había generado con anterioridad la realización de este trabajo, así como el sendero hacia el que nos llevaba.

Desde nuestro primer encuentro pudimos evidenciar una multiplicidad de intenciones y disposiciones que se colocaban en relación para esta investigación, lo que nos anunciaba vientos y tempestades en una experiencia personal que se asemejaba a la travesía de un bote en mar abierto. Allí, en medio de la incertidumbre que nos generaba investigar en una perspectiva que resultaba ajena a nuestra formación, nos veíamos en la tarea de realizar el montaje de un escenario de aprendizaje que nos permitiera cumplir con el objetivo de generar junto con los estudiantes de 1003 un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica.

Tratamos, durante la narración que realizamos en todo el documento, de presentar aquellos elementos que se hicieron presentes en tal ambiente y de resaltar el papel que cumplen los sujetos en el mismo. Con base en ello, consideramos que una de las características fundamentales que podrían describir toda esta experiencia es el cambio que se logró en las prácticas educativas usuales, tanto para nosotros como docentes—e investigadores— como para los estudiantes y la misma institución educativa. Para unos y otros resultaba novedoso desempeñar un rol en la clase que difería de lo que hasta el momento había sido la forma tradicional de enseñar y de aprender, más aún cuando para ello no

contábamos con un “guion” preestablecido a seguir: nos encontrábamos en una situación de absoluta incertidumbre, que permitía una gran variedad de aprendizajes y la participación activa de los estudiantes en la construcción del modelo, que es una de las unidades de significado dentro de un ambiente de modelación matemática propuestas por Silva & Kato (2012).

Como docentes, nuestro rol dejaba de lado la idea de gestionar la clase de manera previa y precisa, de acuerdo con una planeación diseñada desde el inicio del año escolar, dado que esta función quedaba supeditada a las negociaciones que se llevaran a cabo con los estudiantes que, en tanto relacionadas con unas intenciones que resultaban variables en virtud de su participación en el ambiente de modelación, se realizaban casi en cada una de las sesiones. Renunciar al componente del rol del educador que lo reviste de poder nos resultó una tarea compleja, dado que nos dejaba en el lugar de compañeros de los estudiantes y, por tanto, configuraba entre nosotros una serie de acercamientos que no solíamos tener con ellos porque la dinámica de la clase no lo permitía. El simple hecho de que ellos no estuvieran organizados en filas establecidas bajo criterios impuestos por la profesora y que les resultara lícito —e incluso deseable— conversar entre ellos, transformaba las interacciones dentro de la clase. Sin embargo, nos permitía lograr que el ambiente de modelación cumpliera con la unidad de significado que ubica al profesor como mediador y no como detentador del poder (Silva & Kato, 2012).

También pudimos notar que el inicio del ambiente de modelación, como todo cambio, implicó una serie de alteraciones para los estudiantes. Por ejemplo, evidenciamos que algunos de ellos, que usualmente habían sido “buenos” en la clase tradicional, le reclamaban a Tatiana porque la tarea había dejado de lado, aparentemente, las matemáticas que ellos solían encontrar en la escuela y a las que se habían acostumbrado. Sin embargo, en el momento en que reconocieron que ellos podían incluirse, con sus intenciones, al ambiente de modelación y que, además, estas resultaban fundamentales para tratar de resolver un problema de la vida real que los implicaba directamente dado que formaba parte de su perspectiva de futuro, su participación se hizo mucho más activa. De otra parte, les resultó valioso que las matemáticas no quedaran por fuera del ambiente, dado que se involucraron en tareas que implicaban actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) relacionadas con el pensamiento métrico y variacional. Estos elementos nos permitían establecer que el

ambiente había presentado la unidad de significado relacionada con la solución de problemas no matemáticos de la realidad (Silva & Kato, 2012).

Para el Colegio Divino Maestro IED también resultó novedosa la forma en la cual estudiantes y docentes nos involucramos en el ambiente de modelación. El hecho de que el ambiente mismo nos requiriera el uso de computadores con internet para el acceso de los estudiantes a la información llevaba a Tatiana a recurrir a diferentes estrategias para facilitarlos, tales como los acuerdos informales de cambios de aula con los docentes que tenían asignadas las salas en que estos se encontraban. Si bien contamos con una buena disposición por parte del cuerpo docente, no dejó de ser problemático que en ocasiones no contábamos con los equipos, razón por la cual mostramos en nuestro relato que en algunas sesiones existió una diferencia importante entre la situación que imaginábamos que se podría realizar en el ambiente de modelación y aquella que efectivamente se logró disponer. Este hecho nos colocaba de relieve la distancia entre las situaciones imaginada y dispuesta planteadas por Skovsmose y Borba (2004) que, lejos de constituirse en una circunstancia particular —por demás, común en el día a día de los docentes que trabajamos en los colegios públicos de Bogotá—, atañe a la dimensión sobre la materialidad como obstáculo para el aprendizaje, resaltada por Alrø, Skovsmose y Valero (2006) y por García, Valero y Camelo (2013), y a los cuales nos unimos planteando que esta es también una dimensión muy importante para analizar en los ambientes de modelación matemática.

Por otra parte, dado que recurrimos a una conversación informal —el reconocimiento hecho por mis estudiantes de 1003 derivó en una conversación informal en la que, mientras ellos consumían el refrigerio, indagaban los pormenores de la experiencia en el evento— como el planteamiento de una posible situación a analizar haciendo uso de las matemáticas, consideramos que no teníamos certeza alguna de que aquello que les planteamos a los estudiantes fuera como tal una situación problemática para ellos, aunque se ajustaba a lo que habían manifestado como perspectiva de futuro. Sin embargo, consideramos que con la realización de las preguntas iniciales y la negociación con los estudiantes, logramos darles voz en el análisis de una situación que, aunque no les resultara problemática desde un inicio, se constituyó como tal en el ambiente de modelación, por lo que llevó a la producción de discusiones reflexivas y, de manera más importante, a la toma de decisiones acerca de la forma de realizar el sueño de continuar sus estudios después de graduarse del colegio. Con

esto, evidenciamos la unidad de significado referente a la participación activa del estudiante en la sociedad (Silva & Kato, 2012), en tanto que llevaba a las acciones y al cambio de actitudes por parte de los estudiantes con respecto a la situación modelada.

Esta característica diferencia nuestra investigación de la manera en la cual los ambientes de modelación matemática son planteados en otras partes del mundo (Barbosa 2006, 2007, 2009a, 2009b; Araújo, 2009; Blomjoh, 2009), ya que se acerca un poco más a la trayectoria del grupo de investigación Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades (Edumadis), de las Universidades Francisco José de Caldas y Pedagógica Nacional (García & Samacá, 2009; García, Valero & Mancera, 2009; Camelo, Mancera, Zambrano & Romero, 2013; García, Valero & Camelo, 2013; Salazar, Mancera & Camelo, 2013). No obstante, y a diferencia de la tradicional generación del ambiente de modelación a través del planteamiento de una situación considerada por los estudiantes como problemática, en este caso tomamos como punto de partida las referencias a sus porvenires y, mediante la indagación conjunta a través del ambiente, construimos la problematización de uno de los sueños compartidos por la gran mayoría de ellos (aun cuando dos estudiantes se hayan excluido del escenario). Consideramos, por tanto, que esta forma de llevar a cabo la generación del ambiente proporciona otra posibilidad para los docentes que se propongan acudir a la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica en sus clases.

Adicionalmente es posible que involucrar desde el inicio las referencias a los porvenires de los estudiantes y, por tanto, su subjetividad, proporcione aún mayores posibilidades que, según Vithal (2004), constituye uno de los retos para la investigación en educación matemática crítica. Desde las perspectivas tradicionales sobre la investigación se asume que la información recolectada permite la generación de datos que den respuesta a los objetivos de la investigación, y en muchos casos, se limitan únicamente a ellos. En el caso de esta investigación damos respuesta a nuestros objetivos, pero además obtuvimos información que permitiría realizar análisis sobre dimensiones de los ambientes de aprendizaje como la materialidad para el aprendizaje, las interacciones dialógicas en el aula, o la construcción de la subjetividad social y el reconocimiento a las diversidades culturales de los estudiantes, que han sido seleccionadas como relevantes por el grupo de investigación Edumadis en García, Valero y Camelo (2013). Aunque no consideramos este como un resultado previsto de antemano por nosotros, nos sugiere que el hecho de que el ambiente de

modelación comience con el reconocimiento de las intenciones y disposiciones de los estudiantes, y permita que las expresiones de su subjetividad tengan lugar en la clase de matemáticas, puede revelar una gran cantidad de elementos que forman parte de la complejidad que encierra el ambiente mismo y, por ello, que cobran importancia tanto para el aprendizaje de las matemáticas como para la investigación sobre los ambientes de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica.

A pesar de la bonanza de información y la posible construcción de muchos más datos que los que aquí presentamos, durante este relato preferimos concentrarnos en aquellos elementos que resultaban relevantes para cumplir los objetivos que planteamos, razón por la que presentamos los datos que resultan de esta investigación. En los capítulos 3 y 4 tratamos de presentar el camino que seguimos para construir los datos, tanto a partir de nuestra interpretación como investigadores, como con base en los importantísimos comentarios que realizaron los cinco estudiantes que participaron de la entre-vista. En ellos intentamos plantear una “aparente” separación entre las categorías de espacios de interacción, tipos de discusiones en la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica y las referencias a los porvenires de los estudiantes, con el fin de tratar de dilucidar las posibles relaciones que se tejían entre ellas.

Podemos plantear, con base en los datos, que los espacios de interacción van más allá de la generación de conversaciones entre los participantes en un aula de clase y que son más bien condiciones para la puesta en juego de diferentes subjetividades, en las que los estudiantes se involucran en tanto que vean recogidos sus intereses y en los que sus antecedentes y sus referencias a los porvenires pueden tanto facilitar como limitar la participación en el ambiente de modelación. Por ejemplo, Mariana nos reveló en la entre-vista que ella ingresaba al espacio de interacción cuando los antecedentes de sus compañeros de grupo lo permitían, dado que en los casos en que no era así ella se quedaba sin con quién interactuar. Así, notamos que las condiciones que planteamos para los espacios de interacción no resultaron relevantes, dado que la participación de cada estudiante no dependía, fundamentalmente, del formato de la clase, del tipo de tarea o de la temática abordada, sino que estaba determinada por la relación de subjetividades que involucraba la interacción misma.

También encontramos que las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas surgían en los espacios de interacción cuando involucraban las matemáticas para comprender el modelo, además de sus intenciones y disposiciones; si esta condición se cumplía en el espacio de interacción, se podía esperar que surgieran los diferentes tipos de discusiones, así como las referencias al porvenir de cada uno de ellos. Al respecto encontramos que ninguna de las condiciones que consideramos para los espacios de interacción permitía establecer alguna relación clara con la producción de las discusiones, dado que estaban más relacionadas con el nivel en el que los estudiantes problematizaban la continuación de sus estudios luego de graduarse del colegio y con la forma en que involucraba las intenciones y disposiciones propias y de los demás. Por ejemplo, cuando Andrés planteó en la entrevista que el momento en que consideraron un mayor número de variables en la situación coincidió con la actitud de “¡Uy, quietos!”, nos mostró que el factor que determinó la producción de discusiones fue el hecho de que el ambiente interpelara su intención de continuar estudiando, a la vez que las condiciones con las que consideraba que contaba para hacerlo, y que esto no dependía de la forma en que planteáramos la realización de la clase.

Considerar que en las relaciones entre producción de discusiones y espacios de interacción, y entre estos y las referencias al porvenir, estuvieran enmarcadas de una manera tan importante por la subjetividad de los estudiantes nos llevaba a considerar que la relación que podría darse entre la producción de las discusiones y las referencias al porvenir también estaría surcada por ella. Por supuesto, debemos considerar que al incluir la categoría de referencias a los porvenires de los estudiantes en esta relación estamos ubicando allí la subjetividad misma, aunque de una manera parcial. Skovsmose (1999) plantea que el aprendizaje responde a la relación compleja entre intenciones, disposiciones y acciones, y que la referencia al porvenir es solamente uno de los componentes de las disposiciones, razón por la cual nuestra relación involucraba de una manera fundamental la subjetividad de los estudiantes. Sin embargo, el hecho de que al observar la información solamente encontráramos referencias al porvenir en algunas de las discusiones, posiblemente no indica que la relación entre subjetividad y producción de discusiones no sea muy fuerte, sino que solamente estuvimos rastreando una parte de la subjetividad; es decir, que tal vez no sea posible hacer relación a la referencia al porvenir como una parte de un todo indisoluble: la subjetividad. Por tanto, queda el interrogante acerca de si al intentar identificar posibles

relaciones entre las discusiones y la referencia al porvenir estaríamos cayendo en una trampa más del determinismo y la causalidad: ¿acaso la referencia al porvenir se puede sustraer de la idea de intencionalidad? Así, podríamos plantear en términos más amplios que el hecho de que un ambiente de modelación posibilite el ingreso de la subjetividad de los estudiantes a través de sus intenciones y disposiciones permite que se presente la producción de las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas.

Decidimos centrarnos en las discusiones como categoría de análisis en tanto que constituían las rutas de modelación —casos discursivos que intervienen en la construcción del modelo matemático— que permiten la generación de interacciones en las que se negocien significados, se compartan discursos y se establezcan reglas para intervenir. Las discusiones son planteadas por Barbosa (2006) como una forma de analizar las interacciones en un ambiente de modelación, en tanto que “no solo proporcionan información acerca de lo que los estudiantes dicen sino también sobre la perspectiva usada, los significados compartidos y su naturaleza” (p. 298).

En tanto que la naturaleza de las discusiones es discursiva, remite necesariamente al concepto de discurso que, en el caso de Barbosa (2006), está fundamentado en la propuesta de Lerman (2001). Para este autor, el discurso constituye la conciencia y no es únicamente su trasfondo, aunque plantea que “al argumentar que las personas son constituidas discursivamente el individuo no desaparece; a cambio, la noción de individualidad requiere una reinterpretación” (p. 88). Por tanto, propone que “la individualidad es la unicidad de la colección de múltiples subjetividades de cada persona, a través de las muchas identidades superpuestas y separadas de género, etnia, clase, tamaño, edad, etc., por no hablar de los elementos ‘desconocidos’ del inconsciente” (p. 105). Pero al considerar que el discurso antecede al sujeto y que ya existía antes de que el sujeto lo hiciera, lo que esta colección de subjetividades implica es que la individualidad es una combinatoria de elementos ya establecidos en la que no caben posibilidades de modificación más allá de cambios cualitativos en la estructura social.

Esta idea nos resultaba conflictiva, dado que habíamos considerado con anterioridad el concepto de Valero (2012a) sobre discurso, quien lo entiende como “las maneras de nombrar y verbalizar ideas, valores y normas que surgen de las interacciones constantes y complejas entre los seres humanos mientras están comprometidos en prácticas sociales” (p.

301). En esta definición, lográbamos rastrear la idea de que la direccionalidad entre discursos y prácticas sociales era diferente, dado que no se planteaba únicamente que los primeros constituirían a las segundas, sino que las prácticas sociales tenían la posibilidad de influir en los discursos mismos. Este hecho tendría implicaciones fundamentales para el enlace entre la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática y la perspectiva sociopolítica de la educación matemática, dado que los conceptos de subjetividad son muy distintos. A diferencia de la perspectiva de Lerman (2001), el sujeto en la perspectiva sociopolítica de la educación matemática no se agotaría con la suma de los diferentes elementos culturales que lo preceden, dado que tales elementos son elaborados a través de las interacciones “constantes y complejas” con otros sujetos, en las que se colocan en relación sus intenciones y disposiciones.

La consecuencia de esta diferencia de concepciones sobre el sujeto se observa en el ambiente de la modelación matemática en el momento en que se plantea la forma en la cual se abordan los discursos. Así, Barbosa (2006, 2007) recurre a las transcripciones de las discusiones que tienen lugar en el aula en tanto que considera que con ellas se puede acceder al discurso; por supuesto, en tanto conformado por elementos que anteceden al sujeto y que no dependen de las interacciones mismas, el discurso puede ser estudiado a través de la mirada de una discusión que tiene lugar “aquí y ahora”.

Al tomar posición y alejarnos un poco de esta idea, quisimos acudir a otros tipos de lenguaje o a elementos del contexto que inciden en la producción discursiva; por ello incluimos en las transcripciones alusiones al lenguaje no verbal —Andrés: Nooo, sííí [**respondiendo enfáticamente**] o sea, uno debe buscarse la plata de alguna manera— o condiciones ambientales —pues yo había pensado presentarme.....(**inaudible, suena el motor de un camión que pasa por una calle contigua al colegio**)—.

Pero al pensar el abordaje de los discursos desde la perspectiva sociopolítica de la educación matemática es necesario considerar elementos diferentes, dado que la interacción misma configura los discursos y, por tanto, la observación de las discusiones “aquí y ahora” solamente proporciona una idea de la actualidad del discurso, no de la forma en la cual se ha venido configurando. En consecuencia, consideramos que un análisis más adecuado del papel de los discursos desde esta perspectiva sería a través de la genealogía (Foucault, 1971) o el contar relatos —storytelling, como se plantea en inglés— planteado por Jørgensen & Strand

(2012, 2014), que se centran en el desarrollo histórico y las múltiples y variables condiciones que constituyen los discursos y, por tanto, a los sujetos. Las posibilidades que este tipo de metodologías pueden generar para la investigación en modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica requieren ser consideradas en futuras investigaciones.

Finalmente, al retomar la perspectiva de Barbosa acerca de la ruta de modelación, consideramos que las referencias al porvenir de los estudiantes podrían estar incluidas en aquellas discusiones denominadas “paralelas” (Barbosa, 2007) en tanto que no forman parte de la construcción o análisis del modelo. Si bien Barbosa les otorga un lugar marginal en la ruta de modelación, la importancia que tiene la subjetividad para el ambiente de modelación al permitir la producción de las discusiones que la conforman tendría una consecuencia importante, y es que resultan ser condicionantes de la ruta de modelación. Por lo tanto, consideramos que si las discusiones paralelas contienen las referencias al porvenir y otras manifestaciones de las intenciones y disposiciones de los estudiantes, deberían ser tomadas en cuenta dentro de la ruta de modelación como tal y, por lo tanto, incorporadas a los análisis acerca de las discusiones en la modelación matemática. Esta es otra idea que queda para ser considerada como una posibilidad de investigación en modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica y, sobre todo, con respecto a su relación con la perspectiva sociopolítica de la educación matemática.

Solo nos resta manifestar que nuestro involucramiento como docentes e investigadores en este ambiente de modelación significó la oportunidad de aportar a las vidas de los estudiantes del curso 1003, en tanto que tuvieron la oportunidad de explorar sus perspectivas de futuro y reflexionar acerca de ellas, de tal forma que pudieran generar planes para alcanzar sus sueños. Esta importante labor fue acogida por la institución educativa, de tal forma que se generó la preocupación por generar articulación con entidades educativas externas que brinden a los estudiantes de educación media opciones de formación que convoquen sus perspectivas de futuro —dado que hasta la fecha no existe en el colegio—, además del interés por brindarles espacios para la búsqueda de sus intereses y su proyecto de vida —porque aunque se consideran en la organización institucional, no se evidencian con fuerza en la práctica—. Pese a ello, el resultado más visible del ambiente es sin duda haber evidenciado que los estudiantes piensan mucho sobre su futuro —su referencia al porvenir—, razón por la cual la educación que se les brinda debería tener en cuenta esta preocupación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alrø, H., Skovmose, O. y Valero, P. (2006). Researching multicultural mathematics classroom through the lens of landscapes of learning. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(2), 329-336.
- Alrø, H.; Skovmose, O. & Valero, P. (2007). Inter-Viewing Foregrounds. Institut for Uddannelse, Læring og Filosofi, Aalborg Universitet.
- Alrø, H. y Skovmose, O. (2012): “Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa”. En Valero, P. y Skovmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 149-172.
- Araújo, J. L. (2009). Formatting real data in mathematical modelling projects. In M. Blomhøj & S. Carreira (Eds.). *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: Proceedings from TSG21 at the ICME11* (pp. 229–239). IMFUFA-text no. 461, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- Bajtín, M. (1982). Estética de la creación verbal. México: Siglo XXI.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED*. Caxambu, Rio Janeiro: ANPED.
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*, Vol. 27, n.º 98; pp. 65-74.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt Fur Didaktik der Mathematik*, Vol. 38, n.º 3; pp. 293 - 301.
- Barbosa, J.C. (2007). Mathematical modelling and parallel discussions. En: *CERME 5, Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Eds. Pitta-Pantazi, Demetra and Philippou, George. Cyprus: University of Cyprus. 2101-2109.
- Barbosa, J. C. & Santos, M. A. (2007). Modelagem matemática: perspectivas e discussões. *Anais da 9ª Encontro Nacional da Educação Matemática*. Recife, Belo Horizonte: Sociedade Brasileira da Educação Matemática.

- Barbosa, J. C. (2009a): "Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions". In: Blomhøj, M. y Carreira, S. (Eds.). *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: Proceedings from TSG21 at the ICME11*. IMFUFA-text no. 461. Department of Science, Systems and Models, Roskilde University; pp. 133-143.
- Barbosa, J. C. (2009b). Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, p.69-85.
- Barrios, O. A. & Galvis, L. T. (En prensa). Discursos en la modelación matemática y su incidencia en las dinámicas de inclusión y exclusión desde una perspectiva socio-crítica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 28.
- Bell, A. & Janvier, C. (1981). The interpretations of graphs representing situations. *For the learning of mathematics*, Vol. 2, n.º 1; pp. 34-42.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling – Categorizing the TSG21 papers. En Blomhøj, M. & Carreira, S. (Eds.). *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: Proceedings from TSG21 at the ICME11*. IMFUFA-text no. 461, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University, 1–18.
- Camelo, F.; Mancera, G.; Zambrano, J. & Romero, J. (2013). Reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas sociocríticas de modelación matemática. En García, G.; Valero, P.; Salazar, C.; et al. (Eds.). *Procesos de inclusión / exclusión, subjetividades en educación matemática*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Fondo Editorial.
- Cantoral, R. & Montiel, G. (2003). Visualización y pensamiento matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 16, Tomo 2; pp. 694-701.
- Elmejortrato. (2008). *El mejor trato*. Recuperado de <https://www.elmejortrato.com.co/>. Consultado el 18 de julio de 2015.

- Fenalprou. (2011). *No al Proyecto de Reforma Ley 30 ¡Universidad Pública! ¡La quieren acabar pero no van a poder!* Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=IOaCC5LVVBo>. Consultado el 5 de septiembre de 2014.
- Foucault, M. (1971/1992). *Microfísica del poder* (3ª Ed.). Madrid: Las ediciones de La Piqueta.
- García, G. (2014). La producción de la (in)exclusión, currículo y cultura(s) en el aula de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Vol. 7, n.º 2; pp. 202-221.
- García, G.; Valero, P. & Mancera, G. (2009). Condiciones y oportunidades para configurar en el aprendizaje de las matemáticas la subjetividad en procesos de socialización. En García, G.; Valero, P.; Camelo, F. et al. (Eds.). *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas: un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- García, G.; Valero, P. & Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En García, G.; Valero, P.; Salazar, C.; et al. (Eds.). *Procesos de inclusión / exclusión, subjetividades en educación matemática*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Fondo Editorial.
- García, G. & Samacá, S. M. (2009). Itinerario del encuentro. En García, G.; Valero, P.; Camelo, F. et al. (Eds.). *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas: un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Icetex. (2011). Comercial ¿Quién puede solicitar un crédito educativo? Disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=IOaCC5LVVBo>. Consultado el 5 de septiembre de 2014.
- Jørgensen, K. M. & Strand, A. M. C. (2012). Stories of material storytelling. En Jemielniak, A. D. & Marks, A. (Eds.). *Managing dynamic technology-oriented business: High-tech organizations and work places*. Pennsylvania: IGI Global.
- Jørgensen, K. M. & Strand, A. M. C. (2014). Material storytelling. Learning as intra-active becoming. En Jørgensen, K. M. & Largacha-Martínez, C. (Eds.). *Critical Narrative Inquiry: Storytelling, sustainability and power*. Hauppauge, N.Y.: Nova Science Publishers.
- Kvale, S. (1996). *InterViews—An introduction to qualitative research interviewing*. Thousand Oaks, CA: Sage.

- Kvale, S. (2005). The dominance of dialogical interview research: a critical view. *Barn, Norsk senter for barneforskning*, n.º 3; pp. 89-105.
- Kvale, S. (2006). Dominance through interviews and dialogues. *Qualitative inquiry*, Vol. 12, n.º 3; pp. 480-500.
- Leader, L. F. & Middleton, J. A. (2004). Promoting Critical-Thinking Dispositions by Using Problem Solving in Middle School Mathematics. *Research in Middle Level Education Online*, Vol. 28, n.º 1. En <http://www.nmsa.org/Publications/RMLEOnline/tabid/101/Default.aspx>. Consultado el 12 de marzo de 2013.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. En: Boaler, J. (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*. Westport, CT: Ablex Publishing.
- Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, Vol. 46; 87-113.
- Lincoln, Y.S. & Guba, E.G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, USA: Sage.
- MEN – Ministerio de educación nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf). Consultado el 28 de junio de 2015.
- Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación Matemática*, Vol. 18, n.º 1; pp. 37-72.
- Revista Dinero. (2013). *La educación y sus costos*. Recuperado de <http://www.dinero.com/empresas/articulo/la-educacion-costos/179896>. Consultado el 13 de mayo de 2015.
- Ruíz, J. I. (2003). *Técnicas de triangulación y control de calidad en la investigación socio educativa*. Bilbao: Fundación Horrém Fundazioa.
- Salazar, C.; Mancera, G. & Camelo, F. (2013). Ambientes de aprendizaje e intersubjetividad. En: García, G.; Valero, P.; Salazar, C.; et al. (Eds.). *Procesos de inclusión/exclusión, subjetividades en educación matemática*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Universidad de Aalborg, Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Colciencias.

- Salcedo, A. (s.f.). Apuntes sobre el manejo de la escena. Disponible en [http://bicentenario.fnpi.org/materiales/apuntes\\_sobre\\_el\\_manejo\\_de\\_la\\_escenas.pdf](http://bicentenario.fnpi.org/materiales/apuntes_sobre_el_manejo_de_la_escenas.pdf). Consultado el 15 de julio de 2015.
- Santana, T. S. & Barbosa, J. C. (2012). A intervenção do professor em um ambiente de modelagem matemática e a regulação da produção discursiva dos alunos. *Bolema, Rio Claro*, Vol. 26, n.º 43; pp. 991-1020).
- Silva, C. da & Kato, L. A. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? *Bolema, Rio Claro*, Vol. 26, n.º 43; pp. 817-838).
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2012a). Porvenir y política de los obstáculos de aprendizaje. En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 131-147.
- Skovsmose, O. (2012b). *Escenarios de investigación*. En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 109-130.
- Skovsmose, O. (2012c). Students' foregrounds: Hope, despair, uncertainty. *Pythagoras*, Vol. 33, n.º 2, Art. #162, 8 pages. Consultado en: <http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v33i2.162>. Consultado el 12 de julio de 2015.
- Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. Dordrecht: Kluwer.
- Skovsmose, O. Scanduzzi, P.; Valero, P. & Alrø, H. (2011). Aprender matemáticas en una posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera. *Revista educación y pedagogía*, Vol. 23, n.º 59; pp. 103-124.
- Skovsmose, O. & Valero, P. (2012a). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.).

*Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.

Skovsmose, O. & Valero, P. (2012b). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. En Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.

Valero, P. (2002). *El mito del principiante activo: De lo cognitivo a las interpretaciones sociopolíticas de estudiantes en clase de matemáticas*. The Danish University of Education, Denmark.

Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Foro Educativo Nacional Competencias Matemáticas 2006.: enfrentar un problema es encontrar un mundo de soluciones*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Valero, P. (2012a): “La educación matemática como una red de prácticas sociales”. En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 299-326.

Valero, P. (2012b): “Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática”. En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 195-216.

Valero, P. (2012c): “Posmodernismo como una actitud de crítica hacia la investigación dominante en educación matemática”. En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes; pp. 173-192.

Valero, P. (2013). *Investigación en educación matemática, currículo escolar y construcción de la subjetividad*. VII CIBEM, Montevideo, Uruguay. Disponible en <http://cibem.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1390.pdf>. Consultado el 12 de junio de 2015.

Valero, P.; García, G. & Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en la educación matemática elemental. En García, G. Valero, P. et al. (Eds). *Procesos de inclusión y exclusión: subjetividades en educación*

*matemática*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Universidad de Aalborg, Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Colciencias.

Vithal, R. (2004). Methodological challenges for mathematics education research from a critical perspective. En Valero, P. & Zevenbergen, R. (Eds). *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology*. Dordrecht: Kluwer.