DESARROLLO Y COMPRENSIÓN DE LA SEMIÓTICA MATEMÁTICA A PARTIR DE LA SEMIÓTICA LINGÜÍSTICA Y EL LENGUAJE COMÚN

Autora: María Teresa Garzón Carreño

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACION
MAESTRIA EN COMUNICACIÓN EDUCACION

Bogotá Agosto de 2015

DESARROLLO Y COMPRENSIÓN DE LA SEMIÓTICA MATEMÁTICA A PARTIR DE LA SEMIÓTICA LINGÜÍSTICA Y EL LENGUAJE COMÚN

Autora: María Teresa Garzón
Director de trabajo: Ms. Hernán Javier Riveros Solórzano

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACION
MAESTRIA EN COMUNICACIÓN EDUCACION

Bogotá Agosto de 2015

NOTA DE ACEPTACION

Director de Tesis
HERNAN JAVIER RIVEROS SOLORZANO

EVALUADOR 1:

EVALUADOR 2

Acuerdo 19 del consejo superior Universitario

“Artículo 177: La Universidad Distrital Francisco José de Caldas no se hará responsable por las ideas propuestas en esta tesis”

Dedicatoria:
A mis hijas Laura y Vanessa, por su profundo amor y comprensión
A mi madre Etel, por toda la colaboración en este proceso.

Agradecimientos:
A mi director Hernán Javier por su compromiso en este trabajo
A todos los estudiantes del grado 902 donde se realizó esta experiencia, pero en particular a Solecito, KC, CR, Huequitos, RE, DC, CP Carrera y Bohórquez

CONTENIDO

TABLA DE ILUSTRACIONES

INDICE DE TABLAS

RESUMEN

Este trabajo de tesis titulado Desarrollo y comprensión de la semiótica matemática a partir de la semiótica lingüística y el lenguaje común, desarrollado por la profesora María Teresa Garzón nace de dos necesidades principalmente. La primera como respuesta a las preguntas ¿Cuáles son los niveles de comprensión del signo matemático, por parte de los estudiantes de noveno de un colegio de la localidad de Fontibón en Bogotá Colombia? y ¿Existe alguna o algunas relaciones entre el signo lingüístico y el signo matemático, utilizadas por los mismos estudiantes? Estos cuestionamientos surgen a partir de diferentes observaciones a los estudiantes de grado noveno y los diferentes diálogos con mis pares académicos, para determinar las causas de la altísima reprobación en el área de matemáticas.

El trabajo esquematiza el análisis de los resultados encontrados después de aplicar varios instrumentos, en el segundo semestre del año 2014 y comienzos del primer semestre del año 2015 con el fin de determinar los niveles de comprensión del signo matemático con ayuda de la semiótica lingüística, teniendo en cuenta el significante y el significado del mismo. El documento cuenta con un referente teórico amplio, el cual evoca y relaciona autores como: Saussure Heidegger, Eco, Chomsky, Baena, Habermas, Godino, D¨Amore y muchos otros teóricos que han dedicado su trabajo a aspectos relacionados con el tema.

Como ya se afirmó, las observaciones en las diferentes clases permitieron encontrar diferentes relaciones, entre el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático y determinar cómo los estudiantes de grado noveno comprenden el signo matemático otorgándole una significación específica. Estos hallazgos consolidaron tres categorías, que a su vez permitieron teorizar sobre los factores que influyen directa e indirectamente en la forma de concepción del signo matemático en los estudiantes en donde se realizó este estudio.

Palabras claves: Comunicación, semiótica, significante, significado, signo, significación, lenguaje matemático, lenguaje lingüístico, educación, pedagogía.

1. INTRODUCCION

En varios momentos de la historia en el imaginario de los estudiantes y algunos docentes se ha considerado a la matemática como un mero instrumento de aplicación de los conceptos teóricos. Es decir, se ha enseñado y apropiado una matemática netamente algorítmica. Pero la matemática ha trascendido más allá de esta concepción para verse como parte vital de los procesos sociales y para que los estudiantes analicen la realidad, comprendan los códigos de la misma, los trasladen al lenguaje matemático y puedan transformar o mejorar su entorno.

Entonces, en las diferentes instituciones educativas se requiere de una metodología que ayude a los estudiantes a generar un nuevo significado acerca de la naturaleza de la matemática, donde construya los procesos sociales con pruebas, hipótesis y refutaciones cuyos resultados son analizados en relación al ambiente social. Si se comprende la intensión de los procesos, el estudiante es capaz de comunicarlos o expresarlos, es decir se necesita una metodología que le ayude al estudiante a ser bilingüe.

La metodología, debe brindar a los estudiantes herramientas que aporten a una buena comprensión de enunciados determinando datos o insumos y a predecir conclusiones. La anterior afirmación se podría expresar como: que los estudiantes puedan traducir en forma significativa, el lenguaje literal al lenguaje matemático y así poder solucionar problemas de la cotidianidad. Para optimizar la intensión de las metodologías aplicadas en las diferentes clases de matemáticas, se debe partir de que significado le están dando los estudiantes a como lo hacen (dar significación) al signo matemático.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, se pensó y desarrollo el actual proyecto de grado. Éste, tuvo como referentes teóricos, a autores que han realizado trabajos relacionados con el mismo. Todos los autores consultados permitieron establecer el inicio de este trabajo, el cual consiste en una estructura muy completa de definición de lo que es un signo y sus componentes, para ver que están los estudiantes de ese sistema signico llamado matemáticas. Después se realizó el mismo proceso con el signo matemático, permitiendo realizar una conexión biunívoca del significante y significado de los lenguajes.

El trabajo cuenta con cuatro (4) capítulos, los cuales sintetizan lo que se ha trabajado hasta el momento referente a la problemática de la comprensión del signo matemático en los estudiantes de secundaria. El trabajo inicia con el planteamiento del problema con el que se realizó la presente investigación. Dicha problemática está acompañada de antecedente y marco teórico que sustentan lo estudiado por diferentes autores de gran prestigio en el mundo de la investigación. Estos dos aspectos corresponden a los capítulos uno (1) apartado 1.4 y dos (2). Para dirigir el proceso se plantearon cuatro objetivos, referidos a la misma investigación. Uno es el objetivo general y por consiguiente tres son específicos. Para finalizar los hallazgos encontrados sintetizan los inconvenientes que presentan los estudiantes para la comprensión del signo matemático.

Para realizar este trabajo se aplicaron diferentes instrumentos para obtener la información que se requería. Con diarios de campo, entrevistas y guías de catedra se pudo determinar, diferentes relaciones entre los dos lenguajes y como los estudiantes le otorgan significado a los signos matemáticos.

Los instrumentos aplicados en este trabajo, arrojaron unos resultados muy interesantes como por ejemplo, el papel de la sobregeneralización y la utilización de las analogías para la construcción del significado del signo matemático. Al igual que los procesos de representación de los niños después de un proceso de jerarquización y la utilización del razonamiento deductivo para la solución de problemas. En conclusión la comprensión del lenguaje matemático mantiene unas relaciones directas con el lenguaje lingüístico y se necesita entonces, metodologías y docentes que sean conscientes de dichas relaciones para mejorar en los estudiantes, los procesos de comprensión del signo matemático y solución de problemas de la cotidianidad. Además los estudiantes al ser simbólicos en su naturaleza, se debe aprovechar esta condición para mejorar los procesos de comprensión del signo matemático.

1.1 Justificación

La mayoría de los estudiantes tienen dificultad con la comprensión de los conceptos, desarrollo de habilidades lógico matemáticas y sus actitudes personales y sociales hacen que se incremente la dificultad de concepción de un problema determinado y elaboración de un procedimiento de solución.

Los docentes de matemáticas al ser conscientes de la situación anteriormente descrita, están en la necesidad de implementar una metodología y unos instrumentos que incrementen las habilidades de transcribir del lenguaje lingüístico al lenguaje matemático y viceversa, para resuelvan problemas con mayor eficiencia y eficacia. Se debe pretender que dicha metodología e instrumentos sean los medios de información que propician un acercamiento a los procesos matemáticos, brindando así una experiencia enriquecedora con respecto a los conceptos matemáticos y encontrarles significado en la vida real.

Un factor importante en el desarrollo del pensamiento matemático es la individualización que con el trabajo a ritmo personal, es por eso que las sesiones le deben permitir al estudiante salir del anonimato colectivo. La incorporación de niveles de dificultad progresivos y graduales que requieren el dominio de los anteriores, hace que cada vez que se encuentra el estudiante se enfrente a un reto: superarlo supondrá la consiguiente gratificación de llegar a la meta o a la resolución de un problema complejo. La finalidad de las clases de matemáticas, se percibe en la superación de retos continuos que se sustentan en una constante superación personal. Pero para que el estudiante supere dichos retos se le debe brindar (al estudiante) herramientas para que comprenda el lenguaje de la matemática y lo pueda relacionar con el lenguaje lingüístico y viceversa. Es una recompensa interna que a veces conlleva otra externa, debida a los compañeros o a los docentes. Todo ello hace que el papel de la autoestima se acreciente a medida que los objetivos propuestos se obtienen.

Por lo descrito en los párrafos anteriores, y teniendo en cuenta lo que afirma Scolari todavía no existen teorías de la comunicación interactivas como tal e insiste en la necesidad de que los estudios comunicativos no deben perder de vista “el bosque transdisciplinario donde florecen las grandes modelos pedagógicos actuales”. El autor en sus escritos y en particular en el ensayo “Hipermediaciones, Elementos para una teoría de la comunicación digital interactiva, realiza un análisis sobre la teoría de la comunicación interactiva. (Scolari, 2008)

En tres apartados – El saber comunicacional, El hacer comunicacional y las hipermediaciones- Scolari realiza procesos de comunicación un análisis de comunicación mediado por tecnologías digitales. Además plantea la necesidad de trabajar con nuevos paradigmas teóricos que permitan comprender lo que está pasando en el mundo de las comunicaciones digitales interactivas y plantea los cambios generados por las tecnologías digitales interactivas en los sujetos de la actualidad. Scolari y otros autores como Jesús Martín Barbero, permiten argumentar la necesidad de una estrategia metodológica e interactiva para favorecer el aprendizaje significativo en la transición del lenguaje lingüístico al lenguaje matemático.

1.2. Planteamiento del problema

Si los estudiantes adquieren el conocimiento matemático, en forma sistémica, observando su entorno, y creando conjeturas y son capaces de comunicarlos es porque lo entienden. . La oralidad es fundamental para que los docentes y los estudiantes chequeen si se comprendió un concepto o se desarrolló los procesos lógico-matemáticos. Además si se conoce los caracteres en que está escrito un texto matemático será fácil de entender por parte de los estudiantes y docentes relacionados en el sistema educativo.

Si por el uso adecuado del lenguaje, los estudiantes pueden llegar a entender el significado de cada concepto, entonces ellos (los estudiantes) necesitan tiempo y una alternativa metodológica para observar y trabajar en equipo para edificar en forma comprensiva el lenguaje matemático.

El presente tesis de grado pone de manifiesto algunas dificultades de relación existentes, entre el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático en el trabajo de función lineal y se plantea alternativas metodológicas para superar dichas dificultades, ya que, situaciones tan elementales como la incomprensión de conceptos por parte de los estudiantes y que resultan fáciles para los docentes, puede llevarlos (a los estudiantes) a perder el interés y en ocasiones al fracaso escolar en el área de matemáticas.

A partir del desarrollo de los procesos lógico matemático y las competencias básicas universales se propone investigar sobre las relaciones lingüísticas y matemáticas que manejan los estudiantes para mejorar los procesos de comprensión en el área. Por tal motivo la pregunta problema del proyecto de investigación, se expresa de la siguiente manera:

¿Cómo se desarrolla el proceso de comprensión del lenguaje matemático desde el concepto de signo y su relación con el lenguaje lingüístico?

1.3. Objetivos

La población con la que se desarrollará esta experiencia corresponde a jóvenes de grado noveno, del colegio Instituto técnico internacional, de la localidad de Fontibón. Estos jóvenes oscilan entre los 13 y 16 años. Son estudiantes que resuelven ejercicios en forma, mecánica, pero muy pocas veces pueden traducir problemas del lenguaje común al lenguaje matemático. Por tal motivo se propone los siguientes objetivos:

1.3.1 Objetivo General

Analizar el proceso de comprensión del lenguaje lógico matemático desde el concepto de signo para que los estudiantes de grado 902 de un colegio de la localidad de Fontibón resuelvan problemas relacionados con la cotidianidad.

1.3.1. Objetivos específicos

1. Identificar elementos centrales de la relación existente entre el lenguaje lingüístico y lenguaje lógico matemático para el abordaje de problemas del escenario de las matemáticas.
2. Caracterizar estrategias de comprensión del escenario matemático a través del concepto de signo.
3. Caracterizar las alternativas de uso del signo matemático por parte de los estudiantes para interpretar la realidad.

1.4. Antecedentes

En este segmento del presente trabajo se pretende realizar un recorrido en torno al estado del arte de las relaciones existentes entre el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático. Por una parte, considerando los fines y delimitación de este estudio se enfatizará en el sector de secundaria; por otra parte, se ha tratado de considerar aquellos trabajos, donde la Investigación está enfocada hacia los estudiantes, para determinar los inconvenientes que se presentan en la relación lectura lingüística y lectura matemática y por último, se analizaron algunos trabajos enfocados hacia los docentes ya que el sistema educativo involucra la presencia y opinión del docente para resolver la pregunta problematizadora de este documento.

Dentro de la primera clasificación, es decir los trabajos investigativos enfocados a los estudiantes se encuentra el doctor Juan D. Godino siendo éste el autor más representativo que aporta a esta investigación. Él, junto con Raymod Duval (Duval R. , Semiosis matemática, 2000) y Bruno D´Amore, (D´Amore, 2014) han proporcionado elementos claves para comprender los inconvenientes existentes entre el lenguaje lingüístico y lenguaje algebraico. Godino en su trabajo *Un enfoque ontológico y Semiótico de la cognición matemática* describe como los estudiantes generan significados en el área de matemáticas, proporcionando así un buen insumo para analizar los posibles conflictos semióticos en la interacción didáctica. Para tal fin utiliza una técnica se basa en un modelo ontológico y semiótico para la cognición matemática que se presenta previamente y se ejemplifica mediante el análisis del proceso de estudio propuesto para la mediana en un libro de texto, y de las respuestas de una estudiante a una prueba de evaluación, aplicada tras la realización de dicho proceso de educación. (Godino J. D., 1996). Este trabajo se apoya en las dimensiones de la cognición matemática desarrolladas por Godino y Batanero (Batanero, 1996), así como la noción de función semiótica y la ontología matemática asociada que se habla en Godino y Recio (Batanero, 1996).

Siguiendo por la línea de Godino se encuentran los investigadores Bruno D´Amore, Martha Fandiño y Maura Iori con su trabajo *La semiótica en la didáctica de la matemática.* (D´Amore, 2014). Este libro consta de tres capítulos en los cuales se hace una reflexión frente a los diferentes puntos de vista de la enseñanza de la matemática, ya que solo se considera al matemático como tal. Esta reflexión lleva a plantear interrogantes sobre la naturaleza de la actividad y del pensamiento matemático. A lo largo del libro se evidencia la importancia de la semiótica como agente de desarrollo de la matemática.

Los autores precisan varias conclusiones para tener en cuenta en el quehacer docente:

1. *La semiótica en las clases de matemáticas es inevitable.*
2. *Muchos estudiantes no tienen dificultades con las matemáticas, sino con la gestión del aparato semiótico de la enseñanza- aprendizaje.*
3. *Todo objeto matemático que se expone a los estudiantes, está relacionado con un sistema de significados*
4. *Exagerar con las representaciones tiende a confundir a los estudiantes y a esconder a los estudiantes con dificultades semióticas.*

Godino, D´Amore, Fandiño e Iori aportan a esta investigación ya que permiten utilizar una teoría de carácter semiótica de los objetos matemáticos, dando una alternativa del ¿por qué? Se da la reprobación de los estudiantes en el área de matemáticas.

Por otro lado, una investigación que analiza la forma como los estudiantes de ingeniería comprenden el concepto de función a partir del lenguaje verbal y sus posibles transformaciones es decir, lenguaje algebraico, aritmético y geométrico, es la que propone el profesor Héctor Hernando Díaz de la Universidad de la Sabana en Bogotá, quien establece en su trabajo *El lenguaje verbal como instrumento matemático*. El profesor Díaz asegura que los objetos matemáticos se pueden aprender mediante el lenguaje verbal, pero sin abusar de él ya que *los conceptos matemáticos se pueden descuidar o trastocar.* (Díaz, 2009)

En la segunda clasificación, es decir los trabajos enfocados a la visión semiótica de los docentes, se pueden nombrar a Dominique Mancha Faquín docente de Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Esta investigadora tiene dos trabajos que están aportan a este trabajo de investigación. El uno esta titulado como *Recursos semióticos del profesor de matemática: funciones complementarias del habla y los gestos para la alfabetización científica escolar* (Haquin, 2004) y el otro titulado, *La medición del profesor especialista para la alfabetización semiótica en el aula de matemáticas*. Esta investigaciones están referenciadas por las observaciones hechas a dos docentes de primer año de escuela secundaria de Valparaíso Chile. Haquin asegura en su primer escrito que los docentes y estudiantes construyen un sistema comunicativo muy fuerte y por ende los recursos semióticos utilizados por los docentes de matemáticas son decisivos en la comprensión del signo en los estudiantes. Los resultados indican que los recursos semióticos principales son el habla y los gestos deícticos, los cuales dan una significación particular a los objetos matemáticos.

Habla y gestos construyen el conocimiento matemático, y constituyen una combinación especializada propia de la pedagogía matemática. Tradicionalmente se ha creído que el lenguaje constituye el medio principal y único para enseñar y aprender en la escuela, mientras que la segunda creencia asume que hay sólo una forma de usar el lenguaje en el colegio, y que esa forma sirve para comunicarse y aprender de manera eficiente en todas las asignaturas escolares. Lo anterior conlleva que los docentes reproducen en el aula aquellas maneras especiales de representar y comunicar dichos conocimientos específicos. En el caso de las clases de matemáticas, los medios prototípicos utilizados por los profesores son la interacción cara a cara, el tablero, el cuaderno, la guía escrita y la prueba escrita (Haquin, 2004)

El otro trabajo de esta investigadora, *La medición del profesor especialista para la alfabetización semiótica en el aula de matemáticas*, (Haquin, 2004) la autora asegura que los estudiantes aprenden a comunicarse a través de la educación lingüística semiótica social. *Ellos seleccionan continuamente una combinación de recursos semióticos para cubrir las necesidades de representación y comunicación de sus integrantes y sus funciones sociales*. (Haquin, 2004)

La relación docente-estudiante y en particular en las clases de matemáticas que orienta la profesora María Teresa Garzón en el colegio que realiza esta investigación se ha creado una relación semiótica como lo describe Dominique Mancha Faquín en sus dos investigaciones aquí referenciadas. Es el caso de los recursos semióticos principales usados por docente. El habla y los gestos deícticos, despliegan configuraciones de significado particulares con objetivos determinados.

La investigación titulada *Herramientas semióticas y currículo de matemáticas* de los profesores Gabriel h Tamayo Valdés, Alcides a Fernández guerrero, pedro j torres Flórez, Jorge I Ortiz padilla y Álvaro solano (Tamayo G, 2009). Permite vislumbrar que el trabajo colaborativo en la educación institucional tiene como base las herramientas semióticas.

Este trabajo ayuda a la presente investigación porque se hace necesario orientar los procesos de modelación que le dan sentido a la incorporación de las herramientas semióticas al aula de matemáticas. Además para el desarrollo curricular de las matemáticas, las herramientas semióticas se convierten en amplificadores y reestructurarte del currículo.

Otro trabajo de investigación que es pertinente tenerlo en cuenta porque utilizó el enfoque Onto-semíotico propuesto por Godino para detectar los conflictos semióticos en 643 estudiantes mexicanos entre 14 y 19 años, estudiando la relación entre el tipo de respuesta y el grupo, corresponde a la investigación titulada *Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales* de las doctoras Silvia Mayen, Carmen Díaz y Carmen Batanero (Mayen S, 2000) cuyo propósito fue analizar los conflictos que tienen los estudiantes cuando se les pide que comparen dos conjuntos de datos ordinales en una situación comprensible para ellos. Como resultado vale la pena resaltar que los estudiante deben trabajar con los datos ordinales y con los aspectos conceptuales y procedimentales que atañen a la media, la mediana y las ideas aún más elementales de variable estadística y distribución, es decir con la significación de este objeto matemático.

Se encontraron varias clases de conflictos, de los cuales se hace referencia a los conflictos relacionados con definiciones de distintos objetos matemáticos, ya que son los que relacionan en mayor medida con el objeto de estudio de este trabajo. Los conflictos hallados son: Confundir las medidas de tendencia central con el valor de la variable; la media con las frecuencias absolutas; las frecuencias absolutas con los porcentajes, y el valor de la variable con la frecuencia. Estos conflictos *son preocupantes en los estudiantes de bachillerato, ya que dificultarán su comprensión de otros conceptos estadísticos que deberán estudiar en la universidad, los cuales están basados en las ideas de variable, valor, frecuencia absoluta y relativa y medida de tendencia central. (Mayen S, 2000).*

La investigación hecha por la doctora Olga León que fue sintetizada en el artículo *La relación: matemática-semiosis-argumentación, en la elaboración de diseños didácticos. Revista científica. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 2010* (León, 2006) presenta las relaciones entre los componentes curriculares, cognitivos, comunicativos, matemáticos, que se requieren para los diseños didácticos que buscan la formulación de relaciones geométricas como la pitagórica. *El diseño investigativo general se estructuro desde la ingeniería didáctica. En su artículo se presentan los análisis antes y después de uno de los talleres del diseño didáctico los cuales determinaron los puntos críticos del trabajo*.(León, 2006).

Un trabajo cercano a esta investigación, porque este trabajo fue aplicado a estudiantes de grado noveno, los cuales, tienen como tema principal el de sistemas de ecuaciones, es el titulado *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas* (Figueroa, 2009). Este trabajo de investigación surge a raíz de la experiencia en las aulas de educación secundaria y universitaria, al notar que los estudiantes no son eficientes en la resolución de problemas de matemáticas en general y específicamente, problemas relacionados con sistemas de ecuaciones lineales.

Los estudiantes están más orientados a resolver sistemas de forma rutinaria y algorítmica, usando los métodos de forma mecánica y resuelven problemas típicos y sin darle un sentido lógico a lo que están resolviendo. De este trabajo se puede rescatar que el planteamiento y solución de problemas son actividades complementarias, porque estimula aún más la creatividad y contribuye a precisar la situación-problema, el lenguaje, los conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, que se espera manejen los estudiantes, en el marco de una configuración epistémica adecuada. Los profesores de cualquier nivel educativo pueden incluir la creación de problemas en las actividades programadas para el aprendizaje de los alumnos. Además los resultados obtenidos ayudaron al presente trabajo, ya que se evidencio que independiente del contexto los estudiantes se les dificulta resolver problemas con sistema de ecuaciones lineales, porque no diferencian entre dato y variable, es decir, no le asignan la significación correspondiente. Además los alumnos también presentan dificultades para realizar los cambios de registros.

Por último una investigación que contribuye al desarrollo de la presente, es la elaborada por Luz Helena Osorio titulada “representaciones semióticas en el aprendizaje del teorema de Pitágoras” (Oviedo, 2009) la cual permite afirmar que aunque existen múltiples representaciones semióticas alrededor de los objetos matemáticos y en particular del teorema de Pitágoras que fue el objeto de estudio, no todas se transforman directamente en otros tipos de representación semiótica, es decir que los estudiantes no comprenden el objeto matemático.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. El signo lingüístico y su relación con la matemática

En el escenario escolar la matemática es vista con una inusual dificultad. Incomprensible, con niveles de esfuerzo que en ocasiones parecieran imposibles de cumplir y con la fama de ser una asignatura compleja, que pocos disfrutan y que por lo general está asociada al escaso entendimiento conceptual, es decir, se trata de una asignatura frente a la que los desempeños y las motivaciones generalmente no son las más altas y, cuando se avanza de los niveles más básicos a los desafíos del algebra, la trigonometría y el cálculo, lo que se encuentra más que con el disfrute del saber, con un padecimiento ante los aparentemente intrincados caminos de los números. Pero, ¿Qué es lo que hace difícil este camino?, ¿en dónde dentro de un universo tan complejo como el de la matemática, estriba la dificultad que tanto hace temer a los estudiantes cuando se enfrentan a los retos de la asignatura? Una de las respuestas es, en esencia, una de las más sencillas y a la vez se cuenta entre los desafíos centrales de la enseñanza de la matemática y tiene que ver justamente con su comunicabilidad y el hecho de que la matemática hace parte del complejo universo de signos en el que se mueve la condición humana.

Esto se explica toda vez que si se analiza (dejando por un momento de lado las habilidades pedagógicas y didácticas del proceso de enseñanza en su conjunto) de la relación entre el estudiante y los números, saldrá a la vista un problema central: la imposibilidad de comprender el sistema signico que sale al encuentro. Como si se tratara de una lengua extranjera sin diccionario ni gramática ni enseñanza de sus códigos básicos, el estudiante se encuentra ante una compleja red de relaciones que no comprende desde el primer encuentro y donde si bien ha tenido la posibilidad de leer en diferentes estadios de su vida académica, tiene poco o ningún peso en relación con su existir cotidiano o su manera de representar la realidad. Así, la valiosísima abstracción que se halla implícita en el signo matemático no es reconocida por el estudiante y, por el contrario, se convierte en una dificultad tan grande como la de querer desempeñarse en una lengua sin siquiera conocer sus estructuras gramaticales más elementales. El problema es pues, un problema de comunicación, en el fondo, de manejo de signos, de conocimiento de ese universo vasto y a las vez espectacular que encierran las relaciones de significación en la matemática y los conceptos de representación, sentido y razonamiento que le son propios y que definitivamente vendrían a ser un faro orientador a la hora de comprender las relaciones complejas que se dan entre los signos de esta disciplina y que, si se mira en detalle, funcionan casi que analógicamente con cualquier sistema de representación que parta de la base de una relación arbitraria entre significado y significante.

Es así como el problema de la matemática desde la dimensión del lenguaje y su sistema de signos, conlleva necesariamente a una preocupación central y definitiva: la de empezar a establecer el camino mismo del funcionamiento de cualquier sistema sígnico y de lo que el signo en sí implica. Se necesita entonces, analizar las características esenciales del signo matemático para generar un escenario en el campo de la comunicación educación que mejore los procesos de comprensión y acercamiento significativo a la cotidianidad.

Pero para comprender estas nociones, es preciso entonces, iniciar el camino por el proceso mismo de definición de lo que es un signo y sus componentes, así como también el entendimiento de lo que implican procesos tan importante como la representación y la existencia de unas competencias lingüística y comunicativa, que son, en definitiva las que abren el camino para comprender que si el lenguaje es la casa del ser, como lo plantea Heidegger, (Heidegger, 2010) y definitivamente el mundo matemático es un espacio que es preciso comenzar a amoblar para habitarlo como escenario de realización del ser y de acercamiento a la comprensión de varios fenómenos del universo que no podrían ser explicados de no ser por la presencia de ese sistema signico que a muchos de nuestros estudiantes les parece más cercano a una lengua muerta que a uno de los sistemas más abstractos (y por tanto, concretos) para entender los misterios profundos de asuntos como la variación, la incertidumbre, el azar y otros más cercanos como la naturaleza medible del espacio y el diseño general de esos tantos lugares en los que transcurre la vida.

Así pues, antes de entrar en el campo de la matemática, es preciso dar un viaje por el escenario de la lingüística y comprender, desde las voces de algunas de sus figuras más representativas, lo que implica el concepto de signo y la manera en que, como seres de lenguaje, construimos distintos sistemas signicos para representar, dar sentido y ofrecer un proceso de significación de la realidad, entre los cuales la matemática ofrece uno de tantos como los que nos pueblan en nuestro acontecer cotidiano. Sea esta pues, la puerta de entrada al encuentro con el mundo del signo, sus definiciones, elementos y características esenciales que en últimas no solamente permiten entender cómo funcionan los sistemas de representación y sentido, sino cómo funciona nuestro pensamiento y la configuración misma de nuestros sistemas mentales, culturales y sociales.

2.2. Signo, significado y significante

Para empezar el camino por el espacio de la comprensión del concepto de signo, es preciso situarse en el inicio mismo de la disciplina de la lingüística y encontrarse directamente con uno de sus conceptos centrales: el signo lingüístico como unidad dentro del lenguaje. Una noción que debe mucho de su historia a la figura capital de Ferdinand de Saussure y su desarrollo en el planteamiento no solo de la lingüística como ciencia, sino, desde una visión estructuralista de la realidad, la formulación de una estructura del signo como una entidad compuesta de dos caras: significado y significante y que, por esa relación dialéctica entre ambos componentes permite el proceso de significación. Pero, ¿cómo es posible que esto se desarrolle y defina lo que es, efectivamente el proceso mismo del lenguaje? La respuesta a esta pregunta lleva necesariamente a explorar en detalle la noción de signo, pero también las posibilidades que tiene tanto el significado como el significante y por qué no, el valor que representan en las dinámicas de las sociedades contemporáneas y que, en últimas, también puede coadyuvar a establecer nexos muy interesantes con las dificultades de comprensión no solo de los signos en matemáticas, sino de los signos en general.

En esta estructura, se distinguen dos conceptos esenciales: significado y significante, que son los que de acuerdo con Saussure componen esa unidad lingüística fundamental que es conocida como signo. De este modo, el significante se constituye como aquello que nos es posible ver o en el caso de Saussure, escuchar, es decir, el encadenamiento de fonemas (en su teoría) o lo que valdría para nuestro lenguaje escrito, las palabras que componen el sistema o aquel componente visible y material del signo El significado, por su parte, alude al proceso mental, a la posibilidad que se tiene de conseguir entender y conocer lo que este significante busca señalar y que no tiene una relación directa, sino más bien un nexo que Saussure ha denominado como arbitrario, en tanto que no existe ninguna conexión directa entre ese significado y ese significante.

Así mismo, el signo se constituye a la luz de la teoría de Saussure como una entidad que puede definirse desde el tiempo en los niveles sincrónico y diacrónico así como en el matiz espacial desde lo sintagmático y lo paradigmático, estableciéndose la estructura propia del planteamiento del ginebrino como el planteamiento de una estructura de oposiciones binarias, que termina por amplificar el espectro de un concepto central como es el del signo como unidad básica y central de sentido y alma esencial del lenguaje.

No obstante, el signo termina por trascender la existencia únicamente de esta doble naturaleza y ofrece un camino a la comprensión de fenómenos sumamente interesantes como la significación, la posibilidad de la existencia de unas funciones en el lenguaje, la consolidación de una relación entre emisor-receptor mediada por una dimensión comunicativa y toda una serie de implicaciones que desde la perspectiva de Peirce, Eco y Chomsky (Chomsky N. , 1976) amplía la dimensión de esa estructura postulada por Saussure y que es justamente, la piedra angular de nuestro sistemas de sentido y significación.

2.3. Signo, una unidad compleja

Una primera perspectiva para comprender estos aspectos, es justamente la que recoge Umberto Eco (Eco U. , 1975) quien plantea en su obra signo, más de 20 acepciones de este concepto en una revisión a las definiciones que usualmente se le han dado y adicionalmente se centra en las posibilidades de que esta noción posea no solo una dimensión, sino que, retomando a Saussure, pueda tener dimensiones semántica, sintáctica y pragmática que definen la naturaleza múltiple del signo y su aplicabilidad en diversos niveles. Pero esto no solamente tiene esta noción, pues si hay algo esencial en el planteamiento de Eco, es la posibilidad de plantear al signo como una unidad central en el proceso comunicativo, de modo que afirma que "el signo no es solamente un elemento que entra en el proceso de comunicación (puedo también transmitir y comunicar una serie de sonidos sin significado), sino que es una entidad que forma parte del proceso de significación". (Eco U. , 1975). El signo, se hace comunicación cuando trasciende efectivamente al nivel de la significación

En este marco, es bueno contemplar, en aras de entender la potencia del concepto, una noción de significación polivalente, sociocultural y creativa que postula Baena (1989), ya que en primer término, la significación, en el nivel de los aspectos, posee básicamente tres: el de la referencia, que es un concepto que "no debe limitarse al de objetos referidos, sino que debe ampliarse para explicar como 'referido' los eventos y relaciones de lo real" (Cardona, 1999), es decir los diversos componentes reales; el de lo formal, o *el contenido lógico de cualquier expresión el cual refleja las operaciones que el pensamiento verifica sobre una estructura de representación conceptual* (Cardona, 1999) o en otras palabras la estructuración propia del lenguaje; y por último, lo semántico, que viene a ser *el contenido de connotación recuperable en todas y cualquiera de las manifestaciones del lenguaje* (Baena, 1980), es decir todo el componente lógico representacional y sociocultural que permea la significación.

Esta mirada, genera una estructura y proceso de significación, en el cual interviene lo real, (como de configuraciones sintácticas, semánticas, fonológicas y fonéticas, donde la significación se convierte en *proceso de elaboración humana sobre la realidad objetiva, natural y social* (Baena, 1980), donde la comunicación se semantiza, en el sentido de perder su carácter de emisión y recepción para entrar en el plano de la transacción de significados.

De modo tal, que la función significativa del lenguaje, (la capacidad de nombrar una realidad a partir de la interacción con múltiples variables tanto cognoscitivas como sociales) se convierte en el eje central del mismo, ya que no solamente permite la construcción y producción de sentido, sino también la configuración del acto humano a partir del sentido, donde el hecho de significar, es la posibilidad de integrar en los actos de significación *los esquemas de la significación empírica, los esquemas de pensamiento y los esquemas socioculturales de la significación* (Baena, 1980), como productos y hacedores de cultura, pero sobre todo, como procesos de construcción de sujeto.

En este sentido, el lenguaje como función imaginativa, se convierte en una posibilidad de desarrollo que paralelo a la significación convierte a éste en una función socio cultural que trasciende los límites de la lingüística y la gramática, 'puesto que *casi todo aquello con que nos relacionamos en el mundo social, no podría existir si no fuese por un sistema simbólico que le da existencia a ese mundo, es decir, la palabra en la que el lenguaje no solo transmite... crea o constituye el conocimiento de la realidad* (Baena, 1980) donde el significado se negocia como construcción mediante la integración de las diversas representaciones.

2.4. Signo y competencia lingüística

En la noción de signo, aparece en el panorama también una forma de comprenderlo desde el papel del lenguaje en la existencia humana que se vuelve completamente fundamental: se trata de la noción de competencia lingüística, en donde aparece como un elemento central la comprensión de la interiorización que se tiene de los sistemas signicos y su materialización desde el horizonte de lo que se podría considerar como la relación entre una gramática externa y una gramática interna, que fue lo que Chomsky denominó la gramática generativa transformacional, a la luz de su exploración directa y dinámica de lo que sería la forma en que desde las estructuras sintácticas era posible plantearse una explicación acerca de la naturaleza misma del lenguaje.

En esta medida, en la perspectiva y la visión chomskiana, si bien aparece por un lado el componente central de la configuración de lo que denominó la Gramática Generativa Transformacional y que implica un proceso de paso de lo interno a lo externo, lo central emerge justamente de la comprensión de dos nociones ligadas a ello: la competencia y la actuación lingüística, en donde la primera se convierte en el conocimiento que tiene el hablante del sistema (de signos) y que le permite realizar una actuación lingüística, es decir la acción de consolidar un sistema lingüístico resultado de la gramática interna interiorizada e innata según su teoría.

En este proceso, que se podría comprender básicamente como una especie de proceso de traducción, es sumamente importante ubicarse en la posibilidad de entender la capacidad que se tiene para hacer uso del lenguaje y la dinámica de tipo humano que esto encarna. Más allá de la fijación que Chomsky plantea sobre la sintaxis, es sumamente interesante profundizar en el asunto de que su perspectiva sitúa al hablante en posición de conocer la lengua y por tanto de estar en posibilidad de hacer uso de la misma, lo que nos ofrece un escenario investigativo sumamente interesante, importante y fundamental para la comprensión no solo de la complejidad del signo, sino esencialmente de su conexión con el proceso de pensamiento.

2.5. De la competencia lingüística a la competencia comunicativa

Ahora bien, el amplificar la noción de competencia lingüística y mirarla dentro del escenario de la dimensión comunicativa nos lleva necesariamente a revisar un tránsito esencial entre el factor de la comunicación como un ejercicio necesario, cotidiano pero que en principio no es tan sencillo como lo plantearía una teoría cerrada de los sistemas comunicativos desde el esquema clásico de emisor y receptor, puesto que más que un proceso en una o doble vía, cuando se trata de la comunicación, se está hablando, en esencia de una cuestión de carácter intersubjetivo, de relación entre sujetos, de posibilidad de establecimiento de puentes y conexiones.

Es así como la figura de Habermas se convierte en un antecedente importante en la comprensión de la dimensión comunicativa del proceso de la competencia y por tanto del entendimiento del signo más allá de la relación entre significado y significante. Como lo plantea desde su teoría, es esencial entender al ser desde la perspectiva de estar implicado en un mundo de la vida en el que el lenguaje cumple un papel innegable y las dimensiones objetiva, subjetiva e intersubjetiva hacen parte de su sistema cercano y contextual, en el que solo es posible habitar desde la manifestación y desarrollo de un proceso de acción comunicativa (Habermas, 1985).

Pero esta acción comunicativa no es algo que surge meramente en el ejercicio expresivo o en el dominio del código o del lenguaje, como lo plantearía una competencia lingüística, sino que se posiciona desde la existencia de una competencia adicional, en la que entran a jugar las disposiciones que le permiten al ser encontrarse definitivamente en su condición de sujeto. Este cambio permite que se piense entonces en la noción de existencia necesaria de una competencia comunicativa, en la que es preciso comprender su papel valioso como punto de partida de la acción comunicativa y su materialización como realización de las relaciones intersubjetivas.

Así, esta noción de competencia comunicativa se convierte en una amplificación y planteamiento de importancia capital para la comprensión más que del sistema lingüístico o comunicativo per se, de las posibilidades de establecimiento de contacto con otras consciencias y del desarrollo con ello de procesos negociados, de entendimiento y comprensión, en donde el conocimiento del código no es una garantía central, sino el de las dimensiones objetiva, subjetiva e intersubjetiva de la comunicación.

2.6. El concepto de representación

Pero ahora bien, el desarrollo de estas nociones lleva también a pensar definitivamente en lo que atañe al concepto de representación y sus características, pues tanto el desarrollo de la significación como el de las competencias lingüística y comunicativa implican necesariamente continuar amplificando la dimensión del conocimiento de los sistemas signicos hasta el encuentro con nociones sumamente importantes como es el caso de la representación y su necesaria relación con la configuración de una semiosis, en donde el marco de referencia también se encuentra en el proceso de funcionamiento del pensamiento y su conexión directa con el uso y significación a partir de esta posibilidad que más que pragmática es la de la materialización de procesos del pensar.

Así, si en el acto de comprensión del signo se vuelve central la referencia a la semiosis como una condición necesaria del mundo de los signos como entidades significativas y que consolidan representaciones en diversos órdenes y niveles, es preciso a su vez entender que en el marco de ejercicio como acción de lenguaje, "*el fenómeno importante para comprender el papel de la semiosis en el funcionamiento del pensamiento y en el desarrollo de los conocimientos, no es el empleo de uno u otro tipo de signos sino la variedad de tipos de signos que pueden ser utilizados*". (Duval R. , 2008). En otras palabras, el signo como tal, no significa en un espacio de semiosis, sino que es la variedad signica y su uso la que termina por definir el sistema empleado y con ello, plantear lo que se podría consolidar como representación.

En este segundo nivel es donde aparece nuevamente el signo, ya entendido desde el espacio del uso del lenguaje, la significación y la comunicación, con funciones que desbordan meramente el ejercicio comunicativo y se ponen en conexión directa con lo que sería el ejercicio de consolidación y comprensión del pensamiento mismo, toda vez que *las representaciones…cumplen pues una función de comunicación.*

Pero igualmente cumplen otras… funciones cognitivas. (Duval R. , Semiosis matemática, 2000)

Entonces el signo implica el pensamiento, no solo una competencia, no solo un sistema (ya sea en forma de moneda como el de Saussure o en árbol como el de Chomsky), sino en últimas un acto de pensar, de razonar y con ello de generar sentido ese mismo que permite que habitemos el mundo de otra manera, desde las posibilidades de los signos y desde el universo que entretejen con sus múltiples significaciones.

2.7. Sentido del signo

Entonces, si se tiene que en el espacio de los signos se encuentra esencialmente un proceso de pensamiento, es preciso también pasar al plano de la comprensión del razonamiento como enclave para la comprensión del sentido. Esto se explica toda vez que al observar el signo y su capacidad de significar más desde la relación con otros elementos, se empezaría a consolidar la perspectiva de una comprensión de elementos tales como las proposiciones, compuestas por diversos signos dentro de una semiosis. Así, en este marco, la exigencia central vendría dada por un ejercicio comprensivo en términos de razonamiento, puesto que *la característica principal de toda… forma de razonamiento es la de movilizar explícitamente proposicione*. (Duval R. , Semiosis matemática, 2000)

En este marco, vale la pena aclarar que este proceso no es sencillo ni simple, por el contrario, como sucede con cualquier escenario de significación, tiene una multiplicidad de dimensiones y valores que implican un análisis riguroso y detenido, capaz de desentrañar todos sus elementos y donde *no se puede explicar el funcionamiento lógico de un razonamiento válido sin recurrir a las distinciones entre valor epistémico y valor de verdad, entre valor epistémico teórico y valor epistémico semántico, entre estatus operatorio y contenido de una proposición enunciada.* (Duval R. , Semiosis matemática, 2000).

Así, el lenguaje y el signo, o en otros casos las proposiciones, no pueden ser simplemente comprendidas en una primera observación, sino que requieren de un ejercicio múltiple, dinámico, en el que se entre en contacto con los diversos valores que le componen y de este modo pueda encontrar su conexión con un sistema significativo. Un aspecto que seguramente no se pone de manifiesto cuando se habla en la cotidianidad, pero que definitivamente viene al encuentro cuando se trata del uso de códigos no familiares como los matemáticos y los que atañen a otras lenguas. Ahora bien, pese a esta dificultad, como lo señaló Heidegger, el lenguaje en últimas, es la casa del ser.

2.8. El lenguaje como casa del ser

Como lo señala Gadamer (1998), *el lenguaje es el centro del ser humano, donde el llena el ámbito de la convivencia humana, el ámbito del entendimiento, del consenso siempre mayor que es tan imprescindible como el aire que respiramos.* Medida en la que éste se encuentra en cada acto, como la capacidad de representar, comunicar y en grado sumo interpretar o comprender el mundo objetivo.

En esta misma dirección, el lenguaje es un ente vivo, cercano a la individualidad y la colectividad, que camina paralelo a la evolución del ser, precisamente porque *el lenguaje vive pese a todos los conformismos* (Gadamer, 1998), donde son las situaciones y los ambientes los que crean lenguajes. Y sin embargo, esta apertura, esta mediada por el asombro y la capacidad hermenéutica del lenguaje, el ser humano, cifrado en la palabra usa la misma para definirse en sus misterios.

Es así como cobra importancia el hecho de que *todo lo humano debemos hacerlo pasar por el lenguaje* (Gadamer, 1998)), y en este sentido, la tarea es pasar del desconcierto y el asombro a un conocimiento más profundo, donde es posible desencadenar *la sana fantasía lingüística* (Gadamer, 1998) que no es más que entrar en dialogo con aquello que nos deja sin palabras, escuchándolo, dejándolo hablar para luego poder responderle.

Este dialogo, se relaciona directamente con el aprendizaje, en la medida en que, a semejanza de un investigador, en el lenguaje, a medida que aprendemos a hablar, a entrar en el dialogo, crecemos, conocemos el mundo, vamos conociendo a las personas y en definitiva entramos en el dialogo con nosotros mismos, donde aprender a hablar se entiende como *conocimiento del mundo tal como nos sale al encuentro* (Gadamer, 1998).

Pero, ¿Qué sucede con ese mundo que pareciera a veces uno de los espacios más extraños y de difícil definición?, ¿Qué sucede cuando se pasa a ese plano donde los signos parecieran más ajenos que las cercanas y conocidas palabras? Es en este punto en el que es preciso abrir el camino hacia ese mundo de sentido, representación y razonamiento que se encuentra desde el horizonte y el plano del encuentro con el sistema de la matemática.

2.9. En el mundo matemático

El conocimiento matemático tiene un origen ontológico y epistémico, por consiguiente, es importante en la reflexión pedagógica de este trabajo de investigación, el papel central del lenguaje. Se debe tener en cuenta tres (3) aspectos que identifican los problemas de desarrollo de competencias comunicativas en el quehacer matemático, como lo asegura, Dora Inés Calderón en su artículo *Argumentación y competencias argumentativas en matemáticas una experiencia de investigación acción en Colombia.* (Calderon, 2008)

La naturaleza de los saberes matemáticos: por ejemplo pensar en geometría, algebra o estadística y sus particulares epistemologías. Es decir pensar en la especificidad de cada saber y su conectividad con el lenguaje.

1. La manera de comunicar en los campos de la geometría, algebra o estadística
2. El desarrollo del lenguaje matemático se da en forma natural y como tal exige el desarrollo de procesos cognitivos asociados y de registros semióticos, que representen y expresen los saberes construidos en la experiencia matemática.
3. La forma de representación.

En las diferentes prácticas docentes y en particular en las mías, con los estudiantes de grado noveno, del colegio donde laboro, se identifican los conflictos entre el lenguaje matemático y el lenguaje común, ya que a pesar de que el lenguaje matemático se construye en forma natural, dicho lenguaje es totalmente diferente del lenguaje cotidiano, no se aceptan los elementos discretos, o no se pone un punto de referencia, importante para representatividad de los objetos matemáticos.

El lenguaje natural que manejan los estudiantes, afecta con frecuencia la traducción de un enunciado dado en este lenguaje, al lenguaje algebraico. Se evidencia una jerarquización del lenguaje en el salón de clase, al igual que se observa algunas estructuras que el estudiante tiene que aprender, ya que dichas estructuras no tienen lugar con frecuencia en el lenguaje natural.

Infortunadamente el manejo o uso del lenguaje natural, no se relaciona frecuentemente con la estructura con la que se trabaja en las diferentes clases de matemáticas

En el desarrollo cultural de cualquier comunidad el lenguaje es el vehículo para conseguir tal fin. Es por eso que los sujetos que posean mejores habilidades y procesos lingüísticos tendrán más y mejores oportunidades para ejercer su ciudadanía. Entonces se necesita en la escuela acciones que innoven en la exploración de la comunicación y que desarrollen la creatividad de los estudiantes (sobre todo en los primeros años de escolaridad) para convertirlos en comunicadores eficientes y en todos los campos del conocimiento

La estrategia de la narrativa tanto oral como escrita es una gran herramienta para motivar de manera adecuada a docentes y alumnos y así mejorar el quehacer académico y pedagógico en un clima de tolerancia, respeto y participación. La narrativa permite que de forma natural los estudiantes expongan la comprensión de la simbología matemática.

En cuanto al pensamiento que maneja las matemáticas, es decir, el lógico, determinando un orden específico o categorizando hipótesis y sus respectivas tesis, necesitan, como lo asegura Rubiela Aguirre en su artículo *Pensamiento narrativo y educación de un lenguaje regulado por requisitos de coherencia y no contradicción, conexiones formales y referencias verificables*. (Aguirre, 2012) La narrativa les permite a todos los maestros (inclusive a los de ciencias y matemáticas), construir conocimiento y sociedad. Es por eso que los maestros deben ser los mediadores y dirigentes de acciones formativas. Es claro que es una labor difícil mas no imposible, por cómo están concebidos los pensamientos para los docentes de ciencias y matemáticas, el propiciar un acercamiento a la narrativa como herramienta que amplía la habilidad para comprender distintos modos de relacionarse con la información. Al igual que permite expandir el vocabulario y desarrolla el interés por la lectura y escritura en general.

Para matemáticas existen ya unas aproximaciones que ayudarían a acortar la distancia entre lo paradigmático y lo narrativo.

Es el caso de El hombre que calculaba *de Malba Tahan profesor de matemáticas y aprendiz de escritor, quien empezó a narrar sus carrocerías en Persia y entonces como en un cuento de las mil y una noches, las puertas de la fama se le abrieron. Su libro es, en definitiva, un hombre que intenta hablar con su hermano, transmitir historias en las que los seres humanos entienden que en la vida no todo es cálculo, y que es en la búsqueda de un equilibrio sincero, real y justo, donde será posible hallar la felicidad de los días* (Tahan, 1985).

También se encuentra una publicación de Hans Magnus Enzensberger, *El diablo de los números, donde un niño llamado Robert no le gustan las Matemáticas, como sucede a muchas personas, porque no las acaba de entender. Pero una noche él sueña con un diablillo que pretende iniciarle en la ciencia de los números. Naturalmente, Robert piensa que es otra de sus frecuentes pesadillas, pero en realidad es el comienzo de un recorrido nuevo y apasionante a través del mundo de las Matemáticas. Robert sueña sistemas numéricos cada vez más increíbles. De pronto, los números cobran vida por sí mismos, una vida misteriosa que ni siquiera el diablo puede explicar del todo* (Enzensberger, 1997).

Y por último *"Malditas matemáticas" de Carlo Frabetti Carlo Frabetti (Bolonia Italia 1945) es un escritor, guionista de televisión y crítico de cómics residente en España y que escribe habitualmente en castellano. Su libro relata cómo Alicia odia las matemáticas hasta que un día Lewis Carroll la transporta al país de los números, donde en forma divertida comprende las matemáticas".* (Marin, 2000)

Esos tres ejemplos permiten determinar que si podemos leer y escribir en áreas como la matemática y por ello se le debe otorgar a la narrativa el espacio necesario para que colabore en la comprensión de los procesos valiosos en la construcción del pensamiento de la comunidad académica, ya sean niños, padres o docentes.

Al hablar de lenguaje lingüístico, la escritura juega un papel relevante. La escritura es efectivamente una tecnología que necesita herramientas además de una metodología sistemática para su uso y por consiguiente para comunicar en forma significativa un concepto. Por tal razón la escritura entendida como tecnología permite a los estudiantes de matemáticas transmitir los conceptos propios de la asignatura.

La filosofía -decía Galileo (en Il Sagitario, 1963)- está escrita en ese grandísimo libro que continuamente está abierto ante nuestros ojos (a saber, el universo), pero no puede entenderse si antes no se procura entender su lenguaje y conocer los caracteres en que está escrito. Este libro está escrito en lenguaje matemático, y sus caracteres son triángulos, círculos.

Para Galileo, la naturaleza es un libro escrito en lenguaje matemático. Como él mismo dice, si los hombres no la habían entendido hasta entonces es que *"no conocían los caracteres en que estaba escrita"*. Pero la naturaleza no es un libro ni está escrita en lenguaje alguno. Lo que sí es un *libro* es una teoría física y ésta es la que puede estar escrita en lenguaje matemático.

Además Platón asegura *la escritura es inhumana al pretender fuera del pensamiento lo que en realidad solo puede existir dentro de él.* Yo diserto de esta premisa ya que la concepción de un mundo estructurado, y que el lenguaje viene después, reflejando con mayor o menor perfección la estructura de ese mundo. Podemos aproximarnos al mundo con distintos lenguajes y habrá tantas estructuraciones distintas del mundo como lenguajes diferentes usemos para describirlo.

Escribir en matemáticas enfrenta a los alumnos a su propio conocimiento. Escribir una demostración correctamente implica un alto nivel de revisión que fuerza a que se aprenda el material con más profundidad. Lo anterior no quiere decir que el conocimiento matemático deba ser repetitivo y memorístico, por lo contrario los estudiantes tienen la oportunidad de cuestionar las demostraciones cuando esta forzado a revisar el material de consulta. Escribir siempre fomenta la creatividad, y ello es cierto también en el caso de la escritura matemática.

2.10. Las particularidades del lenguaje matemático

Los conceptos matemáticos son ideales y no permiten la referencia a objetos reales. “una flor representa el concepto de flor” pero algunos conceptos matemáticos se demuestran mediante relaciones lógicas y no mediante referencia a los objetos o figuras”. Si a lo anterior se le adiciona la edad temprana con la que llegan los estudiantes para los grados donde se trabaja el pensamiento variacional, (oscila entre 12 y 13 años), en los grados que oriento, los jóvenes no han desarrollado su pensamiento abstracto a cabalidad. Es decir los objetos matemáticos tienen una naturaleza netamente abstracta y los estudiantes no la han desarrollado a profundidad.

La condición idealizada de las matemáticas, permite crear los conceptos mediante descripciones discursivas, cuya forma más elaborada es la definición. El lenguaje matemático no le da cabida a la ambigüedad, cada símbolo está muy bien definido en cuanto a su objetivo.

El carácter esencial, intelectual, y diagramático de las matemáticas, conlleva a una teoría semiótica bien definida con los objetos matemáticos, así como lo expresa Salvador Gutiérrez en su libro *El lenguaje de las matemáticas.*

“Todo signo posee, al menos, dos sentidos o contenidos. Uno eidético; otro, operacional. Dentro de un sistema, un signo ‘significa’, designa algo; todo sistema lo es porque sus signos poseen una carga semántica interior, ya que cuando se utiliza el signo es para comunicar algo a alguien, y el contenido de esta comunicación es, precisamente, el contenido eidético del signo. Por otro lado, un signo posee sentido operacional, en el sentido de que se sabe cómo puede ser utilizado”. (Gutierrez, El lenguaje de las matemáticas, 2010)

La utilización de cualquier lenguaje relaciona constantemente las funciones discursivas. Estas funciones están divididas en dos grupos: Las que representan el objeto mediante descripciones y las que ayudan al lector a ubicarse en un proceso de comunicación (relación con el o los interlocutores). Se hace necesario, una reflexión permanente para identificar y relacionar, los dos grupos y potencializar la didáctica en el área de matemáticas.

El conjunto de símbolos que representan un objeto matemático pueden ser externos o internos. Los diagramas y gráficos son de representación externa y se usan permanentemente en la cotidianidad, al igual que las notaciones simbólicas. Estas representaciones son conocidas como como representaciones semióticas. Las representaciones internas están dentro de la mente del sujeto y permiten mirar el objeto aún en ausencia del significante. Los principales obstáculos semióticos en la enseñanza de la matemática radican en la poca distinción entre objeto y representación. Por lo tanto se hace de vital importancia en las diferentes actividades curriculares reconocer y comprender estos procesos semióticos.

Entre las tareas principales del profesor, se encuentra el diseñar herramientas para que a los estudiantes se les facilite el aprendizaje y por consiguiente diseñar alternativas para tal fin. Por la afirmación anteriormente expuesta se hace necesario analizar con detenimiento el *enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática* (EOS) (Godino & Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Batanero y Font, 2007; D'Amore & Godino, 2007; Font, Godino y D'Amore, 2007) para optar y aplicar por un modelo basado en la semiótica que permita realizar un análisis del discurso acorde a las exigencias de los estudiantes actuales y realizar una verdadera comunicación matemática.

Se hace necesario delimitar los niveles de análisis, para determinar aspectos como el lingüístico, el vocabulario y la gramática, utilizada en los problemas matemáticos. Fairclough considera al uso lingüístico como una práctica social que implica, en primer lugar, que es un modo de acción, y, en segundo lugar, que siempre es un modo de acción situado histórica y socialmente, en una relación dialéctica con otros aspectos de 'lo social' que está configurado socialmente, pero también, que es constitutivo de lo social, en tanto contribuye a configurar lo socia. (Fairclough N. , 1989) Es necesario que se especifique las interacciones históricas de como a través del desarrollo de la humanidad se ha trabajo el lenguaje matemático.

Desde los egipcios hasta la actualidad, los textos referentes o relacionados al lenguaje matemático, han tenido transformaciones e intencionalidades de acuerdo con la época. En el transcurso histórico de la humanidad, la matemática o la concepción que se tiene de ella ha jugado un papel fundamental para desarrollo de la misma. Realizaré un análisis histórico destacando las épocas más sobresalientes.

Signos matemáticos de los egipcios:

El aporte más significativo, al propósito del análisis de este trabajo, de esa civilización, fue la ordenación de símbolos más sencillos para que la totalidad de la información que se manejara en forma sintética. Sin embargo los problemas que hay en los documentos que se han hallado de esta época piden lo equivalente a resolver ecuaciones lineales de la forma $x + ax = b$ ó $x + ax + bx = c$, donde a, b y c son números conocidos y x es desconocido ("aha" o "monton". (Lorante A. C., 2009)No existe diferencia entre la interpretación de los textos de los problemas actuales. La diferencia radica en la forma de resolverlos. En el siguiente cuadro se realiza una comparación entre la forma de plantear los problemas en la época de los egipcios y la actualidad:

Tabla 1 Comparación de textos Egipcios - actuales (creación propia con base al texto de Ana Lorante Historia del álgebra y de sus textos)

TOPICO	CIVILIZACION EGIPCIA	ACTUAL
Expresión	Una cantidad, su 1/7, su totalidad asciende a 19.	La suma entre un número y su séptima parte da como resultado 19
Expresión matemática	$x + x/7=19$	$x + x/7=19$
Solución	se toma como valor de prueba para la incógnita el 7, de manera que	

	la ecuación toma el valor 8 en lugar del correcto que debía de ser 19, pero en vista de que 8(2+1/4+1/8) =19, tenemos que multiplicar 7 por 2+1/4+1/8 para obtener el valor correcto del "montón"; Ahmes halla la respuesta correcta, 16+1/2+1/8 y "comprueba" su resultado mostrando que si a 16+1/2+1/8 se le suma un séptimo de él mismo, es decir 2+1/4+1/8, se obtiene efectivamente 19.	
Respuesta	16+1/4+1/8	133/8
Conclusiones	Los egipcios solucionaban problemas de una incógnita tal como los de la actualidad con las ecuaciones lineales. La diferencia	

	radica en que el algoritmo era netamente aritmético.

La época le aporta a esta investigación las alternativas de representación semiótica para solucionar los diferentes problemas matemáticos. Dentro de la abstracción del área se puede dar diferentes algoritmos de solución sin desconocer el significado del objeto matemático.

Signos matemáticos de los babilónicos:

Los babilónicos ya contaban con representaciones simbólicas (fórmula) para la resolución de ecuaciones de un grado mayor a las lineales, pero la interpretación de este texto o discurso se quedaba corta ya que ellos desconocían la existencia de los números negativos y por consiguiente problemas como La suma de dos números es 5 y su producto es 84. Halla dichos números. Se consideraba incomprensible, pero su trabajo sobresale porque pudieron reducir problemas complejos a problemas más sencillos por medio de transformaciones. La siguiente tabla representa la solución del problema expresado como ejemplo:

Tabla 2 Comparación textos babilónicos actualidad (Autoría propia con base al textos de Ana Lorante Historia del álgebra y de sus textos)

BROBLEMA LINGUISTICO	EXPRESION MATEMATICA	SOLUCION	RESPUESTA
La suma de dos números es 5 y su producto es −84. Halla dichos números.			

Signos matemáticos de los Griegos:

Los griegos son considerados los padres de la matemática, trabajaron todos sus tratados aritméticos y algebraicos desde una representación geométrica, marcando un orden lógico y sintético. “Así pues Los Elementos de Euclides son una exposición en orden lógico de los fundamentos de la matemática elemental; y por su valor didáctico y su carácter de síntesis, ha sido utilizado como manual escolar hasta no hace mucho tiempo” (Lorante A. C., 2009). La importancia del trabajo de los griegos en que sus enunciados mantienen la forma narrativa en forma de frase dándole cabida al el álgebra armónica. El siguiente cuadro representa la abreviación de los problemas. Es decir la interpretación dada en esta época:

Tabla 3 Comparación griegos actualidad (autoría propia con base en el texto de Ana Lorante Historia del álgebra y de sus textos)

Ítem	Griegos	Actualidad
Texto lingüístico	calcular dos números, tales que su suma sea 20 y la suma de sus cuadrados 208	calcular dos números, tales que su suma sea 20 y la suma de sus cuadrados 208
Solución	10 +*x* y 10-*x* , entonces se tendrá que verificar únicamente que (10 +*x*)" +(10-*x*)" =208 , luego *x* =2	
Respuesta	Los números buscados son 8 y 12.	Los números buscados son 8 y 12
Conclusión	La simplificación de los textos algebraicos en textos más sencillos, favorecen la solución de problemas.	

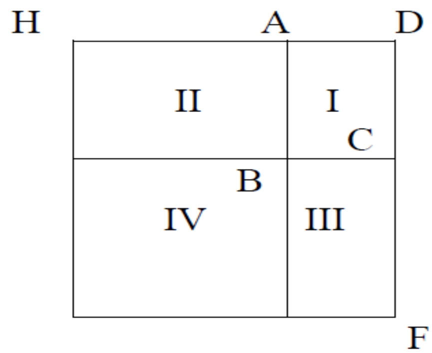
Este periodo histórico le ofrece a este trabajo la alternativa metodológica para que los estudiantes comprendan el significado de la letra (incógnita) de una forma más sencilla. Proporcionan un lenguaje lógico y simple que ofrece un valor didáctico por ser más sintético.

Signos matemáticos en Arabia:

"Los árabes contribuyeron al álgebra con el nombre. La palabra álgebra viene de un libro escrito en año 830 por el astrónomo Mohamed ibn Musa al-Khowârizmî, titulado Al-jabr w´al muqâbala, que significa restauración y simplificación" (Lorante A. C., 2009). Las representaciones algebraicas eran solucionadas por métodos netamente aritméticos o geométricos. Entonces se veían en la necesidad de representar los problemas matemáticos mediante constructos geométricos para poderlos analizar y resolver. El siguiente cuadro representa las interpretaciones para resolver problemas matemáticos en la civilización arábiga y la actual.

Tabla 4 Comparación texto árabe - actualidad (Autoría propia con base al texto de Ana Lorante Historia del álgebra y de sus textos)

Ítem	Arabia	Actual
Expresión	x" +10x =39	
Representación	Sea AB el segmento que representa el valor de la incógnita x y construyamos el cuadrado ABCD. Prolonguemos DA hasta H y DC hasta F de manera que AH =CF =5, que es la mitad del coeficiente de x. Entonces las áreas I, II y III son x", 5x y 5x respectivamente. La suma de las tres es el primer miembro de la ecuación. Añadimos ahora a ambos miembros el área IV. Luego el cuadrado completo tiene área 39 +25 ó 64 y su lado	Por lo general no se hace representación geométrica

	debe valer 8. Por tanto AB o AD *x* es 8-5 ó 3. Este es el valor de x. 	
Conclusión	Después de conocer la fórmula cuadrática o la factorización pocas veces se utiliza otra representación (algebraica)	

Signo matemático en el Renacimiento:

En el renacimiento un mejor simbolismo y la simbología propia hacen su aparición. En esta época las vocales son usadas para representar las incógnitas o valores desconocidos y las constantes para los valores conocidos. Estas son las bases para el álgebra moderna.

Siglo XIX

En este siglo sobresale Gauss, quien en su obra Disquisitiones arithmeticae, desarrolló la teoría de las congruencias por medio del desarrollo del lenguaje y de las notaciones. La notación que adoptó Gauss en su obra es la misma que utilizamos en la actualidad, y procedió a construir un álgebra para la relación análoga al álgebra usual expresada en el lenguaje de la igualdad.

Signo matemático en el Siglo XX

A comienzos del siglo XX el lenguaje matemático y en particular el algebraico se caracterizaba por los axiomas que permitían hallar conclusiones mediante iteraciones de dichos axiomas. En este momento aparecen dos grupos los lógicos y los intuicionistas. Es claro que el primer grupo defiende a la lógica formal como herramienta eludible. Se trabaja con enunciados de la forma “si, entonces”, para solucionar problemas de la matemática. Los segundos, en cambio, construyen sus bases más sólidas en una determinada visión del lenguaje, en una específica teoría del significado.

En este siglo se eleva el nivel de abstracción del algebra y por consiguiente la forma en que se redacta los problemas. “Aparece una nueva ciencia llamada topología que invade al ámbito algebraico, creando un nuevo tipo de álgebra, al que se le denominó algebra moderna, donde las letras x y y ya no eran cantidades desconocidas sino objetos de cualquier tipo, figuras geométricas El alto nivel de abstracción formal que se produjo tanto en el análisis como en la geometría y topología a comienzos del siglo XX, no podía por menos que invadir el álgebra. El resultado fue un nuevo tipo de álgebra al que se denominó “álgebra moderna” y se desarrolló a lo largo de la, matrices, etc. En este momento es cuando la abstracción alcanza su mayor representatividad” (Lorante A. C., 2009). En el caso de la investigación en el contexto actual, se observa esa abstracción que se menciona, ya que la rigurosidad del lenguaje matemático, hace de esta ciencia, una ciencia abstracta. El lenguaje usado es un lenguaje de las aulas en clase, donde el lenguaje natural pasa a un segundo plano. Afortunadamente los docentes del área de matemáticas, preocupados por los índices de reprobación de los estudiantes, hemos hecho una continua reflexión sobre los inconvenientes de traducción del lenguaje lingüístico al lenguaje matemático y se han realizado varias investigaciones para clarificar la naturaleza del lenguaje matemático y los pormenores de su apropiación.

2.11. La comprensión del signo matemático en el campo comunicación educación

Los documentos que hablan sobe la conceptualización del aprendizaje en matemáticas coinciden en el aprendizaje como adquisiciones personales. (Sfard A. , 2008) Sfard trabaja como idea principal el concepto de metáforas que son propias del campo de la comunicación. En este apartado se tendrá en cuenta lo expuesto por Sfard para relacionarlo con la construcción del significado del signo matemático. En este apartado se tomará como referencia el concepto de metáforas propio del campo de la comunicación y su influencia en la construcción del significado del signo matemático.

Desafortunadamente la metáfora del aprendizaje se ha quedado corta en la actualidad, ya que el currículo en el área de matemáticas se desarrolla en un contexto de comunicación y las aulas son escenarios comunicativos y la educación debería (de hecho lo es por su naturaleza) llegar al estudiante para que él tenga un aprendizaje desde la comunicación. Es decir, el aprendizaje de las matemáticas debe estar guiado como una actividad para desarrollar un tipo especial de discurso.

Se hace necesario pensar sobre las habilidades lingüísticas para que los estudiantes comprendan el significado del signo matemático. Las estrategias verbales son muy funcionales, ya que con ellas se puede estudiar con mayor facilidad la comprensión de la semiótica matemática para comprender la realidad que los rodea. La importancia de la comprensión de las matemáticas hoy en día radica en las estructuras mentales y sociales y lo que los estudiantes dicen en las diferentes aulas de matemáticas, ayuda a verificar dicha comprensión. *"La vida en las aulas se convierte así en un ámbito preferente de observación y de análisis: el aula ya no es sólo el escenario físico del aprendizaje escolar, sino también ese escenario comunicativo donde se habla y se escucha (y donde algunos se distraen), donde se lee y se escribe, donde unos se divierten y otros se aburren, donde se hacen amigos y enemigos, donde se aprenden algunas destrezas, hábitos y conceptos a la vez que se olvidan otras muchas cosas"*. (Lomas, 2008).

En conclusión se ve la necesidad de diseñar clases donde se desarrolle la comprensión del signo matemático y una alternativa de realizar este trabajo es mediante el lenguaje verbal.

Anna Sfart propone en su libro Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional, en pensar sobre el aprendizaje de las matemáticas como actividad de desarrollar un tipo especial del discurso. Esta afirmación supone un cambio de concebir las matemáticas desde un punto de vista más cercano al desarrollo de lenguaje porque al hablar, al leer al escribir y al comprender el signo matemático, es decir al intercambiar significados los estudiantes dialogan teniendo en cuenta un lenguaje determinado que en este caso se llama matemáticas y no se reduce a una simple adquisición de conceptos como algunas personas están acostumbrados.

Para darle significado al discurso matemático se necesita de una persistente y permanente participación del estudiantado. Además para dicha significación la representación simbólica es esencial desde el inicio. Es claro que la construcción de un nuevo discurso que se debe realizar dentro del discurso mismo es un proceso complejo y muy difícil de lograr a causa de la circularidad de los componentes inherente en esta construcción. El siguiente cuadro relaciona los tres componentes en la construcción del discurso matemático.

Ilustración 1 Autoría propia basado en el libro de Anna Sfard Aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque comunicacional

En el proceso de construcción del discurso matemático se evidencia tres procesos uno público o locutivo, uno privado o ilocutivo y uno denominado perlocutivo que actúa como mediador entre los otros dos Estos tres componentes están en continuo cambio y no se encuentran siempre en la misma situación, ocasionando un discurso particular y diferente para cada estudiante. Esto significa que los modelos empleados en las diferentes clases de matemáticas deben contener un modelo con un fuerte contenido comunicacional. (Sfard A. , 2008)

La representación simbólica permite a los constructores del discurso matemático tratar con cosas que no son tangibles, es decir es una excelente herramienta para hablar y calcular sobre los fenómenos. La representación simbólica es en conclusión la base para nuevos objetos matemáticos.

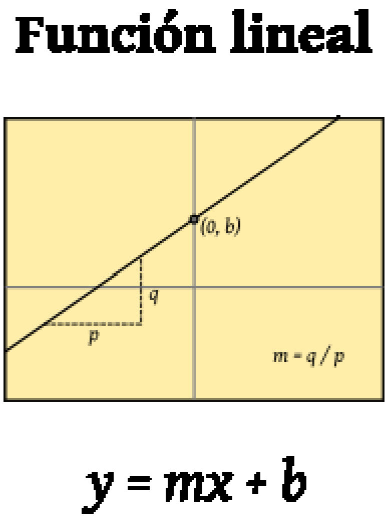
La no separación entre procesos de pensamiento y contenido es decir, entre significante y significado, incrementa la significación en una actividad discursiva. *"como ningún otro el investigador comunicacional, está buscando esas características del discurso que indica que es significativo para el aprendiz. De manera breve el enfoque comunicacional, más que eliminar cualquier cosa que haya sido siempre crucial para la comprensión del pensamiento humano, se rehúsa a ver los elementos diferentes como separados"* (Sfard A. , 2008) Saussure, como se asegura al comienzo de este marco teórico, puso las bases para un estudio científico del lenguaje al asegurar que el lenguaje está constituido por dos entidades la lengua (la langue) y el habla (la parole). (Gómez, 2005).

Saussure caracteriza al habla como una actividad individual, es decir el uso de la lengua por cada individuo. Mientras que la lengua es una actividad social que interrelaciona a los miembros de un grupo determinado. En conclusión la lengua con su conjunto de signos permite que los miembros de una comunidad o sociedad comuniquen en forma codificada todos los mensajes necesarios de dicha comunidad.

Por otro lado Algunos, como Hockett (1958), trabajo con el concepto de lengua individual, con un sistema de signos y usos de los mismos. Independiente de la línea o planteamientos de diferentes autores reconocidos el lenguaje debe ser prioridad en el trabajo de los maestros y estudiantes y en general en todo el sistema educativo y por supuesto matemáticas no puede ser la excepción. Como se puede observar en matemáticas, al trabajar con gran variedad de signos (al igual que lo trabaja Saussure, Hockett y otros en el lenguaje lingüístico) y por consiguiente las diferentes significaciones, cada sujeto de la comunidad académica puede darle su propio significado a un signo determinado.

En este momento se encuentra una similitud entre el lenguaje matemático y el lingüístico. Los dos cuentan con un conjunto de signos que articulan la comunicación ya sea natural o matemática. La lengua y el habla son componentes del lenguaje lingüístico, pero en el lenguaje matemático también se encuentran, *"solo que el habla no existe (o se manifiesta) exclusivamente a través de impresiones sonoras, como en el lenguaje natural, sino que aparte de ellas lo hace con impresiones de carácter gráfico y simbólico, e incluso informático (aunque muchas de estas impresiones también pueden ser verbalizadas), en correspondencia con el medio utilizado para enviar mensajes. En este sentido, el sistema de signos para el lenguaje matemático abarca signos del lenguaje natural, gráficos, visuales, gestuales, etc., lo que confiere a este lenguaje una dificultad intrínseca".* (Gómez, 2005).

Tabla 5 Función lineal www vitutor.com



Para representarlos utiliza unas convenciones propias del lenguaje matemático, como lo son: Letras a, b, c para datos (invariantes) y x, y para variables (variantes o incógnitas). Además en la función lineal y=mx+b m representa la pendiente de la recta y b el punto de corte con el eje y. Esto quiere decir que el lenguaje lingüístico ya no interviene directamente en este proceso sino que ya se utiliza una simbología propia del lenguaje matemático con sus respectivas características y condiciones. No se puede escribir y=mx+b por y=m(x+b). Es decir los principios de ordenación o sintáctica no pueden desligarse de la semántica o significación, para hacer uso adecuado de este lenguaje. En conclusión los docentes de matemáticas no pueden dejar pasar alternativas de comprensión del signo matemático, para que los estudiantes interioricen la significación matemática y obtener mejores resultados referidos a esta área del saber

2.12. La semiótica matemática como metodología

En el transcurso de la historia la noción de significado, a pesar de su naturaleza compleja, desempeña un papel esencial en el desarrollo de la didáctica matemática. En varias ocasiones el causante de la reprobación o no comprensión de las matemáticas no es la ciencia como tal sino la no comprensión del símbolo y su respectivo significado. Existen algunos trabajos, realizados por los autores que más han investigado al respecto como lo son Godino, D´Amore, Martha Fandiño y la profesora Dora Inés Calderón, entre otros.

El doctor Juan D Godino En su trabajo Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática plantea una técnica aplicable para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, para identificar la problemática desde el punto de vista semiótica de la didáctica de la misma ciencia. La base de la técnica es *"un modelo ontológico y semiótico para la cognición matemática que se presenta previamente y se ejemplifica mediante el análisis del proceso de estudio propuesto para la mediana en un libro de texto, y de las respuestas de una estudiante a una prueba de evaluación, aplicada tras la realización de dicho proceso de estudio"*. (Godino J. D., 1996)

Teniendo en cuenta la funcionalidad de las entidades matemáticas se pueden agrupar en varias categorías, como lo enuncia Godino en su Libro:

1. Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos). El registro del lenguaje usado en los textos matemáticos, se hace en forma escrita y gráfica. Pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Mediante el lenguaje (regular y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos.

Procedimiento

1. El secreto radica en ir suprimiendo, sucesivamente, los signos de agrupación más interiores
2. Cuando el signo de agrupación está precedido del signo +, no se cambian los signos de los términos una vez "*destruidos los paréntes*"
3. Cuando el signo de agrupación está precedido del signo menos, se cambian los signos de los términos una vez "*destruidos los paréntes*"
4. Se reducen los términos semejantes

Simplificar, suprimiendo los signos de agrupación y reduciendo términos semejantes:

1. $2a+[a-(a+b)]$

Solución - Juan Beltrán:

$2a+[a-(a+b)]=2a+[a-a-b]$ {suprimiendo los paréntesis},

$\Rightarrow$ $2a+[a-(a+b)]=2a+[-b]$ {reduciendo};

$\therefore$ $2a+[a-a-b]=2a-b$ {suprimiendo los corchetes}.

2. $3x-[x+y-\overline{2x+y}]$

Solución - Juan Beltrán:

$3x-[x+y-\overline{2x+y}]=3x-[x+y-2x-y]$ {suprimiendo la barra},

$\Rightarrow$ $3x-[x+y-\overline{2x+y}]=3x-[-x]$ {reduciendo},

$\Rightarrow$ $3x-[x+y-\overline{2x+y}]=3x+x$ {suprimiendo los corchetes};

$\therefore$ $3x-[x+y-\overline{2x+y}]=4x$ {reduciendo}.

Ilustración 2 Ejemplo de problema del Algebra de Baldor

2. Problemas de Aplicación (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios...); son las tareas que inducen la actividad matemática.

3. Acciones del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos). El siguiente es un ejemplo de resolución de un ejercicio en forma algorítmica:

Procedimiento

1. Se identifican tanto el minuendo como el sustraendo
2. Se escribe el minuendo con su propio signo y a continuación el sustraendo con signo cambiado. O también, el minuendo en una fila y en la fila inferior el sustraendo, cada término con el signo cambiado; y, cada término en la misma columna que su semejante.
3. Se reduce la expresión resultante

Nota1: el minuendo es la cantidad de la que se resta otra cantidad. El sustraendo es la cantidad que se resta de otra.

Nota2: dos términos son semejantes cuando tienen las mismas letras y afectadas por el mismo exponente.

De:

1. 1 restar $a-1$

Solución - Juan Beltrán:

1: minuendo

$a-1$: sustraendo

Se escribe el minuendo con su propio signo y a continuación el sustraendo, cada término con el signo cambiado:

$1-(a-1)=1-a+1=2-a$.

Ilustración 3 Ejemplo de problema del Algebra de Baldor

4. Conceptos: dados mediante definiciones o descripciones (número, punto, recta, media, función...). La siguiente es la definición de recta consultada en http://www.ditutor.com/geometria/rectas.html.

Una recta es una sucesión infinita de puntos, situados en una misma dirección.

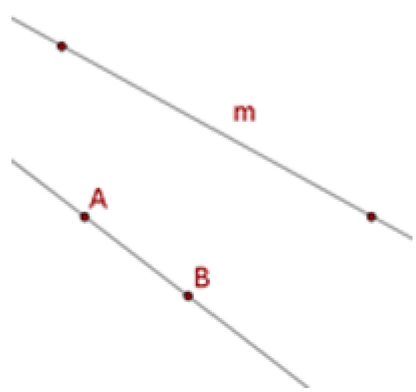


Ilustración 4 Definición de rectas www.vitutor.com

5. Propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados o proposiciones.

6. Argumentaciones que se usan para validar y explicar las proposiciones (sean deductivas o de otro tipo) (Godino J. D., 1996)

Estas entidades matemáticas hacen parte de un sistema dual, que se representa con mayor facilidad en el siguiente cuadro.

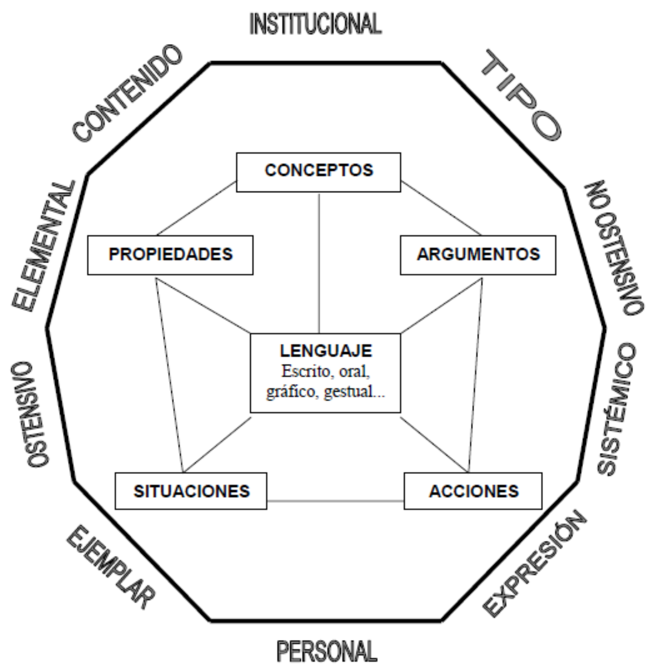


Ilustración 5 Relación de objetos matemático Godino

Esta clasificación justifica el modelo aplicado ya que es útil para caracterizar significados elementales y sistémicos puestos en juego en los procesos de estudio matemático. Las entidades lingüísticas ocupan un lugar central ya que Godino las considera como el punto de entrada para indagar la presencia y el papel desempeñado por las restantes entidades.

La noción de función semiótica ayuda a interpretar el conocimiento (significado) y la comprensión de un objeto por parte de un sujeto. Como se propone en Godino (2009), esta herramienta, ayuda a estudiante y docente desarrollar y evaluar permanentemente el conocimiento y competencias para el desarrollo de competencias laborales. Además sirve como instrumento de valoración interna o externa de un proceso de estudio implementado. Este trabajo de investigación pretende analizar todas las variables referidas en los párrafos anteriores para que brindar a los estudiantes herramienta para facilitar la comprensión y utilización de esa área del saber.

La realidad problemática es directamente proporcional a la realidad humana y es por eso que existe una relación cercana de esfuerzos para estudiar los mecanismos en la resolución de problemas, desde varios frentes, en este caso los lingüistas y matemáticos, los cuales, unen sus esfuerzos para cumplir de forma significativa con tal tarea. *“No todo problema naturalmente es científico: los problemas científicos son exclusivamente aquellos que se plantean sobre un trasfondo científico y se estudian con medios científico y con el objetivo primario de incrementar nuestro conocimiento. Si el objetivo de la investigación es practico entonces el problema es de ciencia aplicada.”* (Sierra, 1974)

Cuando ciertos problemas se pueden resolver con un número finito de pasos, se dice

….que tiene un algoritmo para su solución. Un algoritmo es según la Real Academia de la Lengua Española, el número finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema. En los últimos años Chomsky y otros pensadores, han intentado dotar a la lingüística de una teoría matemática de los algoritmos, Esto se debe a que la defectuosidad de la gramática tradicional es más bien técnica: dice Chomsky. …aunque se comprendía perfectamente que los procesos lingüísticos son en cierto sentido creativos se careció hasta hace muy poco de los medios técnicos para expresar una serie de procesos recursivos. Es mas hace treinta años no se contaba con estos hallazgos para volver a los problemas suscitados, pero no resueltos, por la teoría lingüística tradicional, e intentar una formulación explicita de los procesos creativos del lenguaje…. (Chomsky N. , 1976).

Saussure en 1894, escribía: *Las relaciones, en el lenguaje, son regularmente expresables en su naturaleza fundamental por expresiones matemáticas*. En el siglo XIX Boole después de hacer un análisis al lenguaje cotidiano concluye que las palabras son signos y que la matemática no es exclusiva de números, ya que puede existir una formulación de carácter matemático del lenguaje ordinario que apele a sistemas de signos sujetos a interpretación y susceptibles de ser combinados según leyes determinadas. El proyecto de lógica en algebra de Boole lógica tuvo un importante impacto en el desarrollo de la matemática y la lógica subsiguientes.

Es evidente que se encuentra una fuerte relación entre el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático la lingüística como ciencia empírica está ligada a la utilización de modelos matemáticos y esta a su vez está ligada al desarrollo de la gramática generativa. Este trabajo de grado pretende determinar las relaciones existentes entre estas dos ciencias. Esas relaciones se basan en una teoría formulada en lenguaje formal, o mejor un metalenguaje formal y la matemática juega el papel de estructuradora de este.

3. MARCO METODOLOGICO

En las diferentes investigaciones, se analiza gran variedad de problemas pero no la solución de dichos problemas. La intención de este trabajo de investigación es abarcar los dos ámbitos tal como lo hace la metodología de investigación acción en el aula, ya que, esta metodología ofrece alternativas para que los aspectos observados se puedan comunicar a la comunidad en forma ordenada, rigurosa, sistemática y crítica.

La investigación acción en el aula, comparte con este trabajo, los términos participativos de toda la comunidad educativa del colegio donde se va a realizar la presente investigación. Este tipo de investigación es impulsado desde las mismas universidades. Es la metodología más apropiada para este trabajo ya que los tópicos a analizar, como lo son las relaciones existentes entre el lenguaje lógico matemático y el signo lingüístico para que los estudiantes aborden los problemas de índole matemático con un bagaje más amplio de herramientas para su respectiva solución.

La metodología Investigación Acción en el aula genera un verdadero diagnóstico de como los estudiantes elaboran la semiótica matemática y como hacen la transición del lenguaje lingüístico al lenguaje matemático. Este diagnóstico permite tener una visión más confiable sobre el autoaprendizaje de toda la comunidad académica, que se muestra más participativa por identificar los problemas y por consiguiente las soluciones acerca del quehacer académico.

3.1. Etapas del Proceso de la Investigación

Las etapas señaladas por Lewin 1946, son las que han proporcionado mejores resultados en el campo de la investigación. *Se hace necesario que antes de poder estructurar las líneas generales de la investigación, es necesaria una primera fase de acercamiento e inserción en la problemática investigativa. Esto ayudará a definir un esquema de la investigación, el área de estudio.* (Martínez M. , 2000)

Diseño General del Proyecto

Se plantea el trabajar la pregunta ¿Cómo se desarrolla el proceso de comprensión del lenguaje matemático desde el concepto de signo y su relación con el lenguaje lingüístico? a partir de los resultados obtenidos en un análisis realizado a los estudiantes de grado noveno de un colegio de la localidad novena de Fontibón en Bogotá Colombia. Los resultados muestran con preocupación que los estudiantes no manejan con eficacia las relaciones expuesta en la pregunta de la investigación.

Recolección de la Información Necesaria

Inicialmente se realizará un diagnóstico, mirando los antecedentes que tienen que ver con la pregunta de investigación. Para este ítem se utilizaron instrumentos como 1 encuesta y guías de trabajo, además de la observación directa y filmaciones.

Pilotaje:

Tanto los instrumentos para determinar el diagnostico como los elaborados para la investigación han estado en una etapa de Pilotaje: Se han aplicado a los estudiantes del grado 903 del mismo colegio donde se realizó la experiencia, en Bogotá Colombia.

NUMERO DE ESTUDIANTES		EDAD DE LOS ESTUDIANTES			
NIÑOS	NIÑAS	13	14	15	16 Y MAS
15	25	1	18	15	6

Instrumentos del pilotaje

Para realizar un pilotaje acertado, además de observaciones directas y talleres, la entrevista se aplicó al grado 903 de la misma institución. (Ver anexo 1). Con la prueba de pilotaje se pudo determinar algunos aspectos referentes al instrumento como tal y otros a los resultados obtenidos.

- Las preguntas están diseñadas en forma abierta difícil de tabular o encontrar resultados concretos que ayuden a la investigación.
- El hecho de que la prueba deba ser firmada cohíbe a los estudiantes a contestar en forma sincera.
- No determina resultados dentro de las categorías que se están investigando

Resultados de los estudiantes:

Además se realizaron observaciones y unidades didácticas como las que se exponen en las siguientes figuras:

Dentro del análisis de los instrumentos se pude rescatar que la prueba era muy extensa. Que combinaba funciones y ecuaciones lineales. Se recomienda realizar una guía de catedra para funciones y otra para ecuaciones o que sea menos extensa. Los resultados de los estudiantes permiten hacer el siguiente análisis:

- No identifican los conceptos propios que intervienen en el objeto matemático de Funciones ni noción de pendiente.

Los estudiante traza la recta que pasa por los puntos señalados y le asigna a la pendiente el signo positivo, pero realizan en forma mecánica sin una interiorización de los ¿Por qué?

- No identifican datos ni variables. Los problemas propuestos no fueron resueltos
- La utilización de una representación algebraica se observó apenas en estos estudiantes, que la establecieron correctamente.
- Se les dificulta la notación de la relación expresada en los problemas.
- Se les dificulta la representación algebraica para una recta.

Diagnóstico

Este diagnóstico permite ver que los procesos en la adquisición del razonamiento proporcional (fundamental para el análisis de funciones) son insatisfactorios. En este curso se evidencia un desarrollo lento de lo que se había supuesto, al igual que solo se ha enseñado la manipulación de símbolos y fórmulas carentes de significado.

Después de rediseñado el instrumento de diagnóstico, en el pilotaje se reestructuró de la siguiente forma (ver anexo 2). El resultado de la encuesta junto con los demás instrumentos se resume en la tabla 11:

Tabla 6 Diagnostico

ESTUDIANTE	ENUNSIADO, SIGNIFICANTE–CONCEPTO, SIGNIFICADO	CONCRETO-ABSTRACTO	OSTENSIVO Y NO OSTENSIVO
	JUSTIFICACIONES		
CR	Se le facilita comprender el lenguaje matemático		
Huequitos	En ocasiones identifica los objetos matemáticos con solo la ecuación		
O B	Se le dificulta comprender el lenguaje lingüístico y hacer la transposición al lenguaje matemático		
L N	Identifica de que función se trata si mira la gráfica pero no si solo tiene la ecuación		
CC	Se le dificulta comprender el lenguaje lingüístico y hacer la transposición al lenguaje matemático		
KC	Si diferencia las funciones una de la otra		
solecito	Se le dificulta comprender el lenguaje lingüístico y hacer la transposición al lenguaje matemático		
CP	Se le dificulta comprender el lenguaje lingüístico y hacer la transposición al lenguaje matemático		
D	Se le dificulta comprender el lenguaje lingüístico y hacer la transposición al lenguaje matemático		

En términos generales se puede observar que el 75 % de los estudiantes encuestados del grado noveno del colegio donde se realizó la investigación sienten credibilidad y seguridad de los docentes de la institución que han orientado las clases en años anteriores, causándoles cierta seguridad en sí mismos. Se presenta un caso de total apatía a la clase y por consiguiente interrumpe el buen desarrollo de la misma. Al curso pertenece un niño de necesidades educativas especiales el cual realiza un trabajo diferente. Dicho trabajo (resultados con este niño) no se tendrá en cuenta para el análisis de esta investigación.

Aunque el 65% de los estudiantes contestaron Si a la pregunta que identifica la función lineal, no pudieron justificar que su respuesta era cierta además con las observaciones del trabajo de clase, se puede corroborar este resultado. El 70 % de los estudiantes no identifica la representación gráfica de una función teniendo solamente la expresión algebraica. Esto significa que los resultados de las preguntas tres (3) y la observación hecha en clase concuerdan. Los estudiantes no tienen un significado claro de los objetos matemáticos presentes en una expresión algebraica y los parámetros de

$$y = {}^{-1}/_{5}\, x + 7 \quad y \quad y = 2x^2 + 3$$

Aparecen completamente desconectados. Además el 80% de los niños no cuentan con la habilidad de identificar la relación lineal de dos (2) o tres (3) variables x, y, z desde un problema expresado en forma lingüística. Un problema clave en el aprendizaje de la matemática es la representación de un objeto, debido a la naturaleza abstracta de dicha ciencia. Esta confusión por el registro donde ha sido generado produce un problema de identificación y aplicabilidad en otros contextos más elaborados.

El razonamiento proporcional se considera como uno de los componentes importante del pensamiento formal adquirido en la adolescencia. Las nociones de comparación y variación están en la base subyacente al razonamiento proporcional, siendo a su vez los soportes conceptuales de la razón y la proporción. El desarrollo deficiente de estas estructuras conceptuales en los primeros niveles de la adolescencia obstaculiza la comprensión y el pensamiento cuantitativo en una variedad de disciplina que van desde el álgebra, la geometría y algunos aspectos de la biología, la física y la química.. (Godino J. D., Matematicas y su didactica para maestros)

El razonamiento variaciones y en particular el que tiene que ver con proporciones es insatisfactorio durante el transcurrir de los estudiantes en las instituciones educativas. En este curso se evidencia un desarrollo lento de lo que se había supuesto, al igual que solo se ha enseñado la manipulación de símbolos y fórmulas carentes de significado.

Al igual que los instrumentos de diagnóstico, se han elaborado instrumentos para categorizar los resultados que ayudarían al desarrollo de este trabajo de tesis. Entre los instrumentos mencionados se tienen guías de cátedra, observación directa e indirecta.

Paralelamente al diseñar los instrumentos se realizó una organización de categorías para el análisis de los instrumentos.

3.2. Instrumentos de la experiencia

Los instrumentos utilizados en el desarrollo de esta experiencia, fueron diseñados con el referente de estudiar como los estudiantes de grado noveno de una institución de carácter público de Bogotá, comprendían el signo matemático.

Unidades Didácticas

Fase Inicial:

Se diseñaros unidades didácticas con la siguiente estructura

Descripción

Donde los estudiantes escriben el concepto de palabras claves a usar en el tema determinado. Definiciones de conceptos.

Fase de trabajo

Esta parte es donde los estudiantes permanentemente están explicando con sus propias palabras los significados de los signos matemáticos. Además de los que no identifica y formula una pregunta para indagar sobre su significado

Objeto	Definición	La identifica Si o No, por qué?
$f(x)$	FUNCION	SI
x	ABCISAS	SI
m	PENDIENTE	SI
y	ORDENADAS	SI
+ o -	CRECIENTE	SI

Ilustración 6 Trabajo de CR estudiante

Fase de salida:

Resuelven problemas relacionados con el tema. Además realizan auto evaluación. Todo relacionado con la comprensión del significado.

Diario de campo

También se elaboró un diario de campo con la siguiente estructura

FECHA	
TEM	
OBJETIVO	
MATERIALES	
DCRIPCION D LA ACTIVIDAD	
REFLEXION	

Encuestas:

Se realizaron 2 cuestas. Una al iniciar y otra al final

Después de aplicar los instrumentos se realiza un análisis de resultados

3.3. Propuesta pedagógica

Esta experiencia estuvo enmarcada bajo dos referentes pedagógicos: Uno la pedagogía crítica, ya que se pretendía enmarcar este trabajo en un tipo de pedagogía que permitiera a los estudiantes a debatir las prácticas impuestas. Como autores sobresale el brasileño Paulo Freire. Una figura esta que se ha convertido en uno de los pensadores y teóricos de la enseñanza y de la educación más importante de todos los tiempos.

"El primer paso de la pedagogía crítica es lograr que el estudiante se cuestione a sí mismo como miembro de un proceso social (que incluye las normas culturales, la identidad nacional y la religión, por ejemplo). Una vez hecho esto, el alumno advierte que la sociedad es imperfecta y se lo alienta a compartir este conocimiento para modificar la realidad social. La pedagogía crítica, el profesor trata de guiar a los alumnos para que cuestionen las prácticas que son consideradas como represivas, a cambio de generar respuestas liberadoras a nivel individual y grupal." (pedagogía, 2000). Los estudiantes que participaron en esta experiencia, lograron este cuestionamiento y fueron conscientes de empezar el cambio social, del que habla la definición.

El segundo referente pedagógico es la enseñanza para la comprensión, ya que aprender a aprender es muy importante para todos los estudiantes y en particular los participantes de este trabajo. Este diseño pedagógico "es una herramienta que les permite asumir posturas frente a las teorías, organizar la información, seleccionarla, utilizarla coherentemente en cada circunstancia de la vida y, sobre todo, ahondar en el descubrimiento de sus procesos meta cognitivos. Desde esta perspectiva, se prioriza la idea de llevar a cabo procesos de cualificación docente en los que se genere la innovación de pensamientos y posturas al interior de las clases. Es decir, se pase de un docente transmisor de conocimientos a un docente posibilitador de los mismos; de un docente que busque la homogeneidad, la igualdad en las formas de asimilación y estructuración del pensamiento, a un docente que busque potenciar las habilidades y destrezas individuales, que crea en la idea de aprender a aprender y reconozca la existencia de ritmos, estilos y estructuras de aprendizaje distintos". (Patiño, 2012). Con este diseño pedagógico se tiene en cuenta no solo los resultados sino los procesos que son inherentes a cada sujeto.

4. RESULTADOS

El análisis de la experiencia de este trabajo de grado permitió establecer tres categorías, las cuales infieren un acercamiento de como los estudiantes comprenden, representan y utilizan el signo matemático. Las tres categorías se han titulado de acuerdo a las características encontradas en los diferentes instrumentos aplicados. Estos son:

- Sobregeneralización y analogías en la comprensión del signo matemático
- Relaciones de jerarquía para las representaciones
- Razonamiento deductivo e inductivo para solucionar problemas (utilización).

A continuación se expondrá las diferentes categorías, con sus voces que reflejan las características de las mismas. Seguido de esto se realizará un análisis de los hallazgos de una forma más general.

4.1. Sobregeneralizacion y analogías en la comprensión del signo matemático

La matemática, se relaciona con el lenguaje lingüístico ya que ambas están estructuradas en un grupo de signos con su respectivo significado. Sin embargo la sobregenerización y la construcción de analogías intervienen en la significación en el uno como en el otro, para comunicar la interpretación de la realidad por parte de un sujeto.

Con el surgimiento del álgebra simbólica en el siglo XVI, surge a la par una semiótica matemática. Este lenguaje tiene una característica en particular, la de auto explicarse, es decir, expresa los teoremas y los demuestra. Esta concepción del algebra como lenguaje autosuficiente condujo a una crisis que a la vez permitió grandes y profundos estudios que intentaron y siguen intentando el clarificar la naturaleza del lenguaje matemático y su estrecha relación con el lenguaje lingüístico.
La sobregeneralización de las reglas tanto lingüísticas como matemáticas, conllevan a una forma de interpretar los signos en los estudiantes de grado noveno, con los

que se realizó este trabajo. Las reglas semióticas y sintácticas tienden a ser usadas en todas las circunstancias así no tengan que ver en forma directa. “Por ejemplo, la presencia y posibilidad de rectificación de los llamados errores de sintaxis algebraica, como el de la sobregeneralización de reglas o propiedades (uno de los ejemplos más populares de este tipo de sobregeneralizaciones es el de la distribución lineal de un operador respecto a otro, como en $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ (ROJANO, 2008). La explicación de este efecto radica en el escenario de utilización de este lenguaje. El escenario de la formalización de este lenguaje se reduce al aula de clase al igual que la formalización algorítmica del mismo.

Otros aportes relacionados con la sobregeneralización del signo en matemáticas hacen presencia en los modelos lineales. Satanizados por unos y aprovechados por otros, puede actuar como error epistemológico o como “el resultado de la enseñanza, y no tanto de la naturaleza implícita de los objetos de conocimiento y en particular en los modelos lineales”. (Gilberto Obando, 2014)

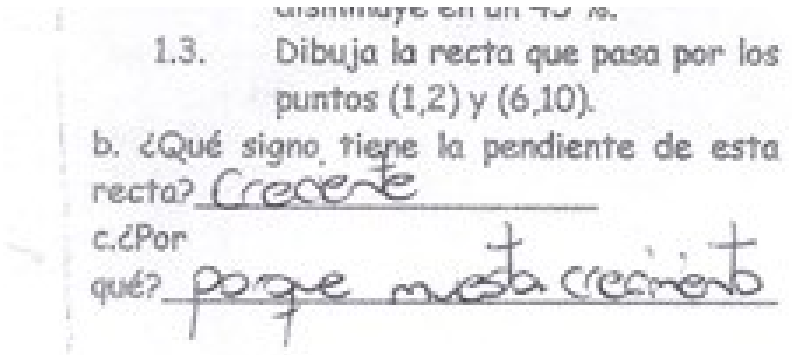
Si la traducción del lenguaje lingüístico al matemático se asume como una significación y clasificación asertivas de variables y datos invariantes y sus respectivas relaciones entre ellas se podría lograr una buena aproximación a situaciones más elaboradas y más que un error epistemológico sería una buena alternativa para organizar los procesos de pensamiento de los estudiantes de los diferentes grados de escolaridad de las instituciones escolares.

La inferencia que tiene la sobregeneralización en el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático, determinan errores diferentes de un lenguaje a otro. Es decir mientras el estudiante dice “la pendiente de esa montaña es muy grande” y la relaciona con que va aumentando a medida que va subiendo o disminuyendo cuando va bajando, no tiene mayor incidencia porque en su explicación natural si sube la pendiente aumenta (por el esfuerzo físico) y si baja la pendiente disminuye (por la misma razón: esfuerzo físico). Es decir el error se puede corregir en las interrelaciones sociales o por experiencia propia.

Pendiente aumenta

Pendiente disminuye

Pero en el lenguaje matemático como se enunció en párrafos anteriores cuenta con la formalización de su propio vocabulario y al no identificar variables y datos y sus respectivas relaciones la interpretación o significado asignado a $y = mx + b$ conlleva a errores que no son fácilmente corregibles. El significado se ve seriamente alterado en los estudiantes. “La pendiente es positiva es creciente es decir la pendiente crece” (argumento de 5 de los 10 estudiantes). Las siguientes figuras son las respuestas de algunos estudiantes en la aplicación, de uno de los instrumentos que corresponden a lo expuesto en los párrafos anteriores:

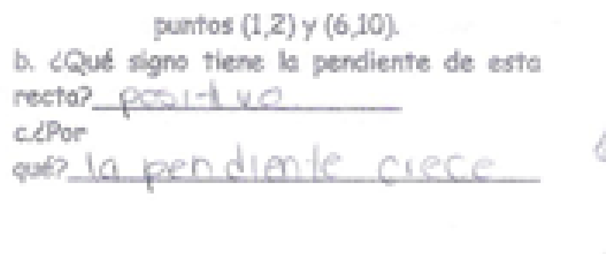

disminuye en un 45 %.

1.3. Dibuja la recta que pasa por los puntos (1,2) y (6,10).

b. ¿Qué signo tiene la pendiente de esta recta? Crecente

c.¿Por qué? poqe muesta creciento

Ilustración 7 Unidad didáctica de un estudiante


puntos (1,2) y (6,10).

b. ¿Qué signo tiene la pendiente de esta recta? positivo

c.¿Por qué? la pendiente crece

Ilustración 8 Unidad didáctica de un estudiante

Además en el transcurso de la experiencia de este trabajo de grado, se evidencia una problemática en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la necesidad de establecer el significado de los signos referentes a la interpretación de los objetos matemáticos. La sobregeneralización conlleva a que los estudiantes, al tener y= mx+b que m es positiva entonces la pendiente es creciente y que b (intersecto con el eje y) sea siempre positivo +b. El modelo semiótico sirve como base a la representación formal de imágenes cognoscitivas para la construcción del conocimiento a partir de la visualización de los problemas del entorno. Pero al analizar los datos arrojados por los instrumentos se observa que las relaciones entre el lenguaje lingüístico y el matemático en cuanto a la sobregenerización de estructuras desencadenan en errores que difícilmente se pueden corregir en el ámbito matemático.

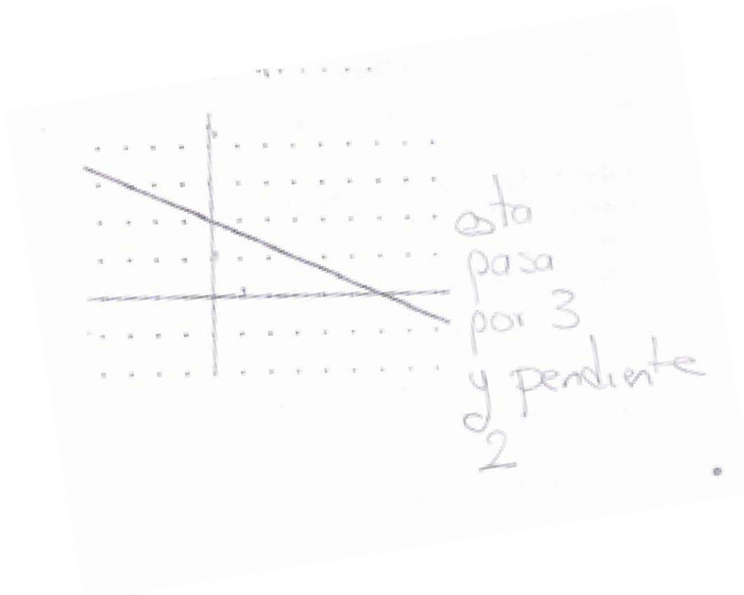


Ilustración 9 Punto 5 unidad didáctica

El razonamiento por analogías, es decir, la capacidad que tienen los estudiantes para comprender regularidades entre variables y generalizar dichos procesos en situaciones similares, o proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo). El estudiante debe comprender la información abstracta y trasladar lo aprendido a otros ámbitos, es también una relación entre el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático para la elaboración del significado del signo, ya que en el lenguaje lingüístico las analogías consolidan rasgos importantes entre relaciones entre dos pares de palabras o conceptos.

Las analogías juegan un papel fundamental en el descubrimiento y aprendizaje de las matemáticas y es en el lenguaje lingüístico donde la analogía actúa como una herramienta efectiva en la comprensión de duplas de palabras o conceptos. Los estudiantes generaron analogías en el momento que en las guías se realizó una fase de entrada para definir los componentes de las funciones y en particular en las funciones lineales. *Dominio de una función es el conjunto de partida.*

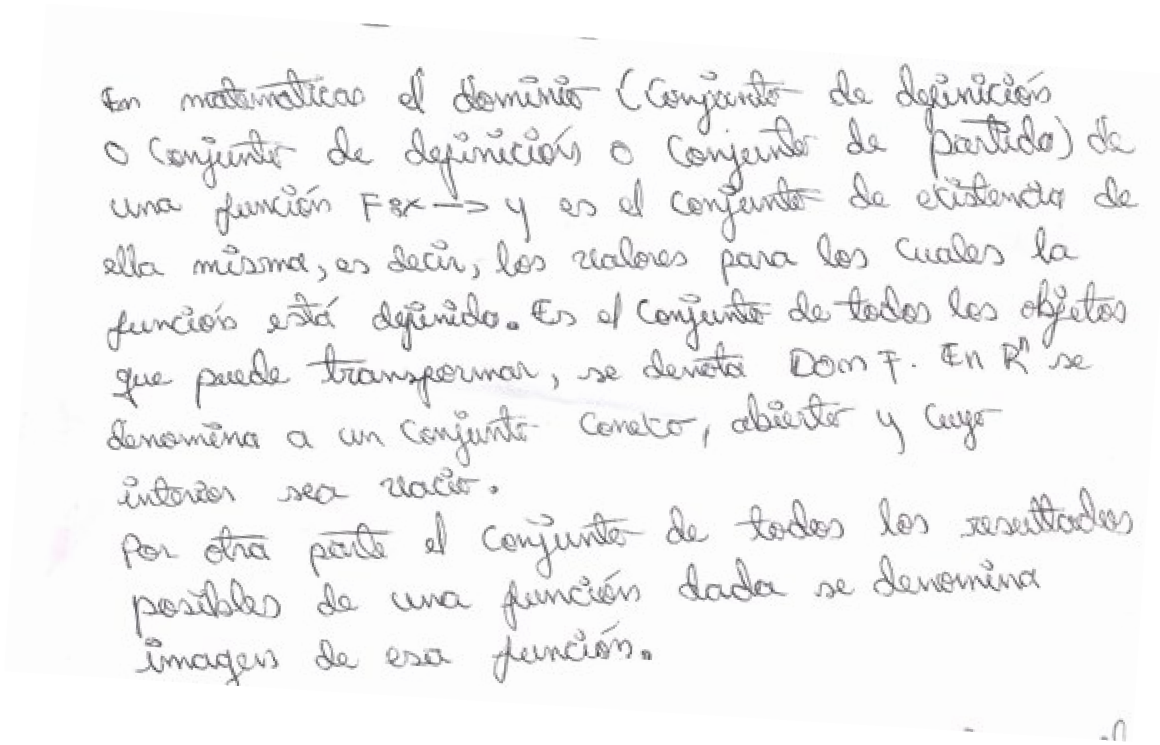

En matemáticas el dominio (Conjunto de definición
o Conjunto de definición o Conjunto de partida) de
una función F8x —> y es el Conjunto de existencia de
ella misma, es decir, los valores para los cuales la
función está definido. Es el Conjunto de todos los objetos
que puede transformar, se denota Dom F. En R^n se
denomina a un Conjunto Conexo, abierto y cuyo
interior sea vacío.
Por otra parte el Conjunto de todos los resultados
posibles de una función dada se denomina
imagen de esa función.

Ilustración 10 Unidad didáctica

Punto 3 de la guía:

Un determinado día Ana ha pagado 3,6 euros por 3 dólares y Álvaro ha pagado 8,4 euros por siete dólares

c. Cuanto habríamos pagado por 15 dólares

Cuatro de los diez estudiantes tratan de hacer una analogía, hallando una proporcionalidad, pero los alumnos que tuvieron unos resultados de aprendizaje más bajos fueron aquellos que no tuvieron una explicación analógica. En el trabajo del juego los estudiantes determinaron en forma rápida analogías de conceptos y definiciones.

La matemática aunque es una ciencia abstracta, se relaciona con el lenguaje lingüístico que la misma está fundamentada en un grupo de signos con su respectivo significado que tienen por objeto servir de enlace para comunicar de una u otra la interpretación de la realidad por parte de un sujeto. Todo aprendizaje matemático involucra procesos lingüísticos asociados a la comprensión o interpretación del signo y creación de sistemas verbales. Pero también el lenguaje lingüístico involucra procesos inherentemente matemáticos como método, lógica formal del discurso.

En la experiencia de este trabajo de grado se hace manifiesto lo enunciado en el párrafo anterior, cuando todos los estudiantes en la unidad didáctica todos los estudiantes le asignan signo positivo a la recta y asocian el signo de la pendiente con la inclinación de la recta, pero solo 5 de ellos justifican acertadamente. Los restantes no diferencian los datos de las variables. Consideran que la pendiente crece o decrece, es decir la consideran variable.

Pero el juego realizado en el patio, lectura de libros y presentación de proyecto los estudiantes reconocen y comprenden las condiciones para que una relación sea una función y en particular una función lineal ya que tienen una semejanza directa entre el lenguaje usado en el juego y el significado del objeto matemático. Esto significa que mientras el proceso de enseñanza aprendizaje este enfocado al desarrollo dual de la interpretación del signo lingüístico y el matemático el estudiante interiorizara con mayor facilidad este aspecto.

Tabla 7 Aparte del diario del campo

Indicaciones antes del juego

Profesora: Hoy vamos a jugar en el patio a las funciones

Solecito: Y ¿cómo?

Profesora: Todos los niños (varones) Se hacen en un grupo y escogen una y solo una niña para correr cogidos de la mano

Solecito: ¿Solo una?

Profesora: Si solo puede tener una sola pareja. Es condición necesaria

KC: ¿Y las niñas solo pueden tener una pareja?

Profesora: No. Las niñas pueden tener más de una pareja

Risas

Profesora: El juego consiste en correr cogidos de la mano, una pareja para tratar de coger a las demás parejas. Las parejas que son atrapadas se unen a la pareja que inicialmente está atrapando, para ayudarles a coger a las demás.

Durante el juego

Diversión y planteamiento de estrategias para coger a los demás.

El juego tuvo dos modalidades cuando la pareja atrapaba a otra, la pareja atrapada se unía y atrapaba a los demás (condición inicial) y la otra la pareja atrapaba a otra pareja y la pareja atrapada empezaba a atrapar pero la primera pareja ya no.

Consideraciones después del juego

Profesora:

¿Quién corría más rápido las niñas o los niños?

Todos: Los niños… bueno algunas niñas corren más rápido

Profesora: ¿Pero por lo general quien corre más rápido?

Todos: Los niños

Profesora: ¿De acuerdo con lo consultado, al conjunto de los niños que nombre le ponemos?

CR: Dominio. El dominio es el conjunto de partida. El que domina

Profesora: ¿Y las niñas como las llamamos?

CR: Pues recorrido

Profesora: ¿Y qué les llamó la atención del juego?

Solecito: Que los niños solo podían tener una pareja y las niñas varias

Profesora: ¿Y eso a que se les parece?

CR: a la definición de funciones

Profesora: ¿Osea que jugaron a las funciones?

Todos: Si

La profesora retomó la consulta previa hecha por los estudiantes y concluyó la clase con la explicación de conceptos de función y sus componentes.

Es relevante manifestar constantemente la importancia de la relación biunívoca del signo lingüístico y el lenguaje lógico matemático, y hacerlo manifiesto en cuanta actividad didáctica se presente. Esto debido a que la mayoría de los estudiantes y en particular algunos de los que participaron en esta experiencia vulneran la interpretación del con palabras y expresiones lingüísticas salidas de todo contexto. *"La pendiente es positiva porque se reemplaza por cero en la expresión f(x)= axbx+c". "Es una función lineal Es una variable real y muestra crecimiento y decrecimiento*" A su vez se encontraron expresiones como *"¿la gráfica que corresponde a la ecuación* $y = 5x + 2$ *es? no entiendo no sé qué significa 5 ni 2"* que son de tipo matemático que vulneran el significado lingüístico. En ambos casos, lo que se encuentra es que se pierde el significado de la interpretación en un momento de la realidad tratada ya sea en clase o en la cotidianidad de los estudiantes.

"DOMINIO =territorio dependiente de otro, RECORRIDO= Amplitud de la variación de un fenómeno"

"El signo es positivo Pendiente creciente" "FUNCION LINEAL Función polinómica de primer grado Es decir lineal cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta".

La finalidad de este trabajo de grado es establecer el significado que le otorgan los estudiantes de grado noveno de una institución escolar de carácter público al signo matemático y signo lingüísticos para visualizar la construcción del conocimiento. Con los ejemplos dados al inicio de este párrafo se observa que cualquier medio de expresión (lenguaje formal o natural) está en continua relación con expresiones de símbolos o palabras y conjuntos de objetos matemáticos que se encuentran en el mundo físico con alto nivel abstracto. El inconveniente es la ruptura que también se observa en la concordancia de lo que se estaba trabajando. Es claro que los estudiantes que hicieron estas afirmaciones se limitaron a una definición encontrada en cualquier diccionario.

Así, si se tiene un conjunto de axiomas que define la teoría de cualquier concepto matemático dichos axiomas facilitan la solución de problemas. "Por consiguiente, la combinación de enunciados para solución de problemas y la manera en que la mente atribuye relaciones permanentes entre estas combinaciones son relacionados naturalmente con los procesos semióticos. En este sentido. La semántica desde una perspectiva matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje es altamente valorada desde la conducta que implica un proceso reflexivo por parte del sujeto y este a su vez es capaz de proyectar aspiraciones a largo plazo, que le permiten regular su comportamiento en sus modos de actuación con el máximo aprovechamiento de las potencialidades individuales".

"Creación del cuento. Especifica las clases de funciones. Elementos de las funciones. Función polinómica de primer grado, cuya representación es una línea recta en el plano" "La pendiente es positiva porque la recta muestra crecimiento" "En el video juego establece el máximo de puntaje en la traducción del lenguaje lingüístico al matemático" "La actividad lúdica permite que los estudiantes se interesen por la clase. Reconocen las condiciones para que una relación sea una función, ya que tienen una semejanza directa reconocen el dominio como el conjunto de partida y le asignan este nombre porque está relacionado con el significado de dominio en el lenguaje natural. El recorrido (niñas) ya resulta por simple asociación del complemento de los niños en la actividad. El hecho de que los niños solo pudieran tener una pareja y que las niñas pudieran ser pareja de varios niños quedó claro por la relación directa con el lenguaje natural" En el transcurso de la experiencia se observa que el hacer consciencia en los estudiantes la necesidad de la interpretación permanente del lenguaje matemático y su respectiva conexión con el lenguaje lingüístico, es decir qué significa la simbología para los estudiantes en el proceso de comunicación matemática, para la solución de problemáticas planteadas ya sea dentro como fuera de la clase de matemáticas.

A medida que el estudiante entra en contacto con diferentes alternativas metodológicas para interpretar o darle significado al signo matemático su comprensión de las mismas mejora considerablemente. Si se hace conciencia del significado del signo se establece una relación directa entre el mismo signo y su significado. Al hacer tangible el proceso signo lingüístico y lenguaje matemático se reduce el fracaso existente en la comprensión de conceptos matemáticos ocasionados por la no comprensión de algunos términos. Además si se tiene en cuenta los diferentes procesos de pensamiento en matemáticas (pensamiento variacional, numérico, aleatorio, métrico y espacial) se puede hacer una significación más amplia referida a que las significaciones no son aisladas sino que siempre han sido y van a ser fruto de relaciones de lenguajes.

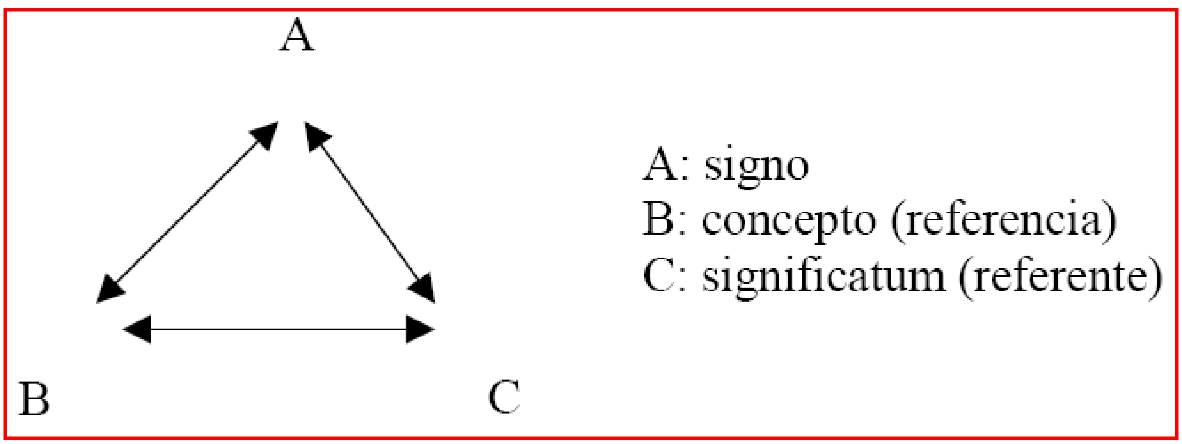
Fragmento de la entrevista a CP

Profesora: 7. ¿Si algunos estudiantes saben leer y escribir en español porque crees tú que ellos tienen dificultad en leer y escribir en matemáticas?:

CP: *“En el lenguaje lingüístico todo está explícito en el lenguaje matemático se debe interpretar. La matemática es procedimental. Las alternativas de trabajo permiten que se le dé una mejor interpretación al signo”.*

“El análisis del significado de los objetos matemáticos está estrechamente relacionado con el problema de las representaciones externas e internas de dichos objetos. La relación de significación se suele describir como una relación ternaria, analizable en tres relaciones binarias, dos directas y una indirecta, como se propone en el llamado "triángulo básico” de Ogden y Richards (1923)

Tabla 8 Triangulo básico de Ognen y Richards



Por ejemplo, A es la palabra 'mesa', C es una mesa particular a la cual me refiero y B es el concepto de mesa, algo existente en mi mente. La relación entre A y C es indirecta por medio del concepto de mesa. Si consideramos que existe un concepto matemático C en algún mundo platónico, el concepto C sería el referente, A el significante matemático (palabra o símbolo) y B el concepto matemático individual. (Godino J. D., 1996).

El anterior cuadro y su respectivo ejemplo determinan que el significado de una palabra solamente puede averiguarse estudiando su uso. Además esta concepción es la más acertada para el este trabajo de investigación el cual el significado se concibe de una forma pragmática relativa al contexto donde se trabaja.

La sobregeneralización y las relaciones de analogías intervienen en el proceso de interpretación en el marco de signo lingüístico y lenguaje matemático. Dicho proceso de interpretación se fortalece con los principios tratados en la comunicación educación, porque ésta actúa como base dialéctica y global en donde toda la comunidad educativa enseña y aprende es decir son emisores y receptores al mismo tiempo. Como una de las relaciones encontradas en esta categoría debe desarrollar el pensamiento crítico ante situaciones de la cotidianidad, la relación pedagógica con la comunicación educación radica en la conversión en una situación de aprendizaje entre los que se comunican.

Además y ya para terminar este hallazgo se puede asegurar que dentro del proceso de adquisición del lenguaje matemático se debe brindar al estudiante alternativas pedagógicas para que desarrolle su pensamiento abstracto y para que poco a poco agregue símbolos, terminología, y conceptos entre otros aspectos matemáticos a su vocabulario cotidiano, para la solución a problemáticas de su cotidianidad.

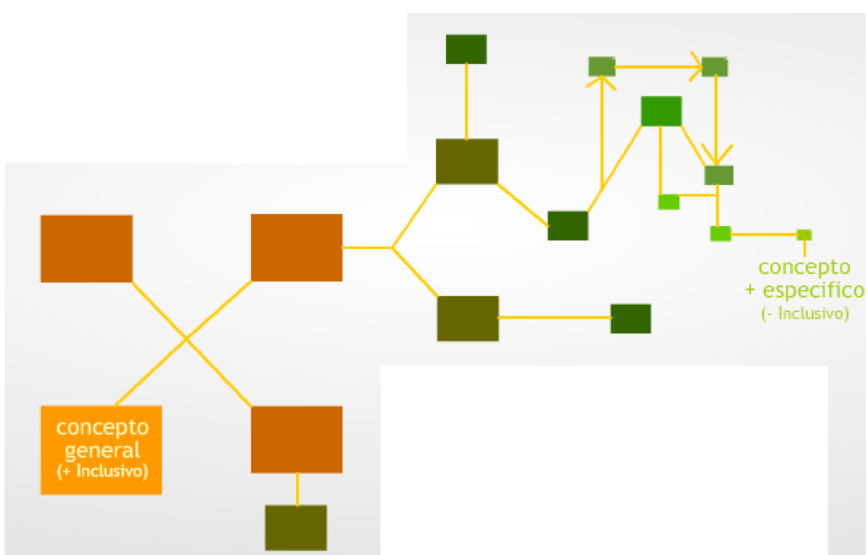
4.2. Las relaciones de jerarquía para la representación

Los registros son los medios que expresan y representan la comprensión de un tema por parte de una persona o comunidad. Están constituidos por signos como: los trazos, los íconos, graficas o símbolos. Los signos están asociados por lazos del contexto que ocurren de manera interna y la manera de combinación en expresiones o configuraciones que son de forma externa.

En el griego es donde encontramos el origen etimológico de la palabra jerarquía. Así podemos ver, de manera exacta, que emana del vocablo hierarquía, que es fruto de la suma de dos términos: hieros, que puede traducirse como “sagrado”, y arkhei, que es sinónimo de “orden”. (definición, 2014). Los procesos de observación, ordenamiento o reversibilidad entre otros, colaboran con la jerarquización de los signos matemáticos para que los estudiantes puedan representar en forma significativa lo comprendido del signo matemático. La representación y por consiguiente la comunicación de lo comprendido del signo permitirá confeccionar modelos e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos; construir símbolos matemáticos o representaciones simbólica (ecuaciones) realizar relaciones entre representaciones matemáticas para su aplicación en la resolución de problemas; y comunicar las ideas matemáticas de forma coherente y clara, utilizando un lenguaje matemático preciso.

El proceso de jerarquización se da tanto en el lenguaje lingüístico como en el matemático pero en ambos casos permite la representación o comunicación de los significados interiorizados por los estudiantes. Una representación fundamental para comunicar la jerarquización en el lenguaje lingüístico es el mapa conceptual. En esta representación se identifican los conceptos amplios y generales y se diferencia progresivamente los conceptos que serán afianzados en forma progresiva por parte del lector.

Tabla 9 Esquema de mapa conceptual



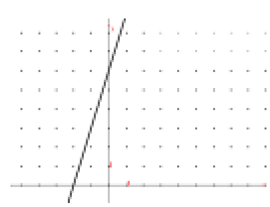
Los mapas conceptuales tienen por objeto entonces representar relaciones entre significados en forma de proposiciones. Es decir un mapa conceptual representa un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones. (Aula virtual, 2014).

Mientras que en el lenguaje matemático, cuando el estudiante le da significado a un objeto matemático, es decir lo comprende, los puede representar, es decir, la referencia al lenguaje matemático, es directamente proporcional a la comprensión y representación del signo matemático. “La opción epistemológica "representacionalista", presupone que la mente de las personas produce procesos mentales y que los objetos externos a las personas generan representaciones mentales internas. La opción representacionalista presupone que tanto el referente como el significante tienen un equivalente en la mente del sujeto que los utiliza. (Godino J. D., 1996)

Los estudiantes utilizan un proceso de jerarquización para representar. En esta investigación se encuentra diferentes características que se pueden agrupar en tres grupos. Comprende y reconstruye situaciones determinadas. *Al realizar la Creación del cuento. Especifica las clases de funciones. Elementos de las funciones. Función polinómica de primer grado, cuya representación es una línea recta en el plano.*

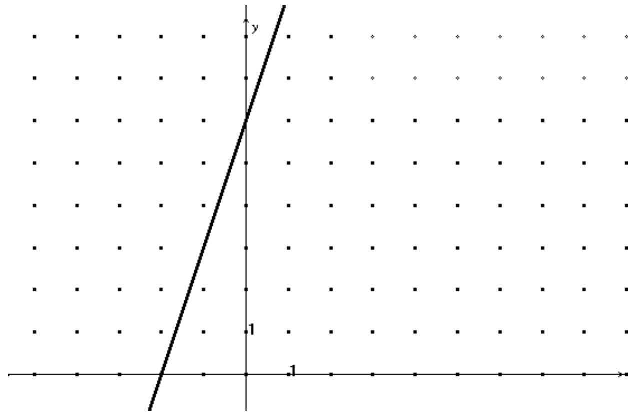
Realizan una transformación interna de un registro dado . *En la guía en el punto 1.5 grafican punto a punto y en la forma que da en la gráfica deducen que es una recta. De la representación gráfica se les dificulta determinar el valor de b y más aún el valor de la pendiente.*

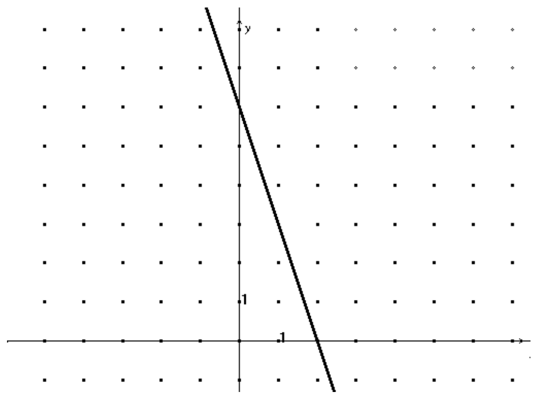
1. *Determine la expresión algebraica cuya gráfica es la siguiente:*

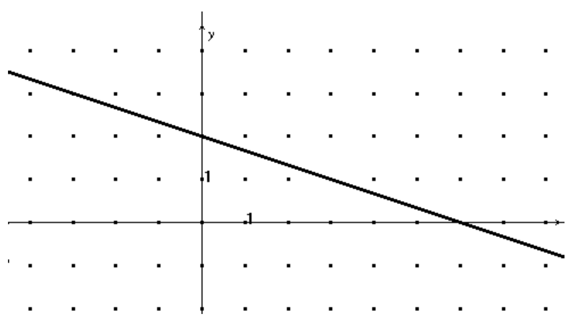


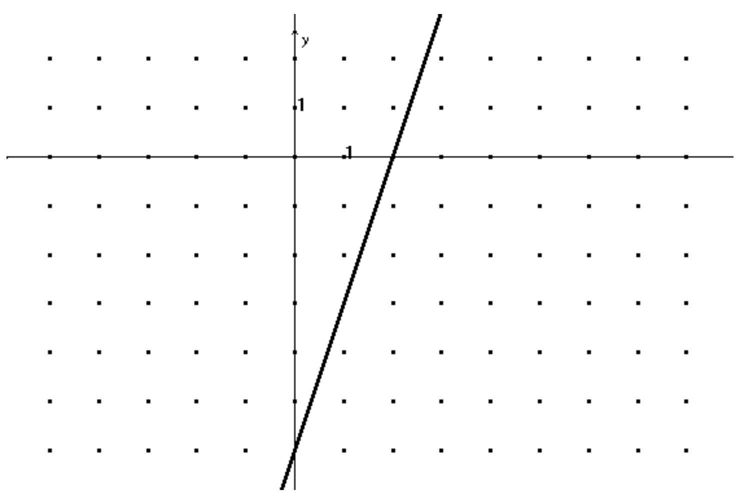
$$y = -2x - 3$$

Identifique cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función y = −3x + 6

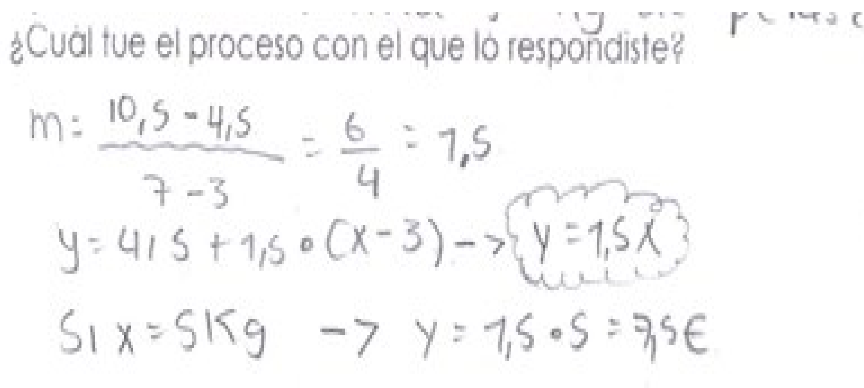

y
1
1


y
1
1


y
1
1


y
1
1

4 estudiantes Identifican que la pendiente es positiva entonces la función crece y si la pendiente es negativa la función decrece pero al identificar cual es, se les dificulta. Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos (10.5,7) y (4.5,3)



¿Cuál fue el proceso con el que lo respondiste?

$m: \frac{10,5-4,5}{7-3} = \frac{6}{4} = 1,5$

$y = 4,5 + 1,5 \cdot (x-3) \to y = 1,5x$

$Si\ x = 5Kg \to y = 1,5 \cdot 5 = 7,5€$

Ya para finalizar este proceso de jerarquización también se encuentran los estudiantes que decodifican e interpreta y distingue entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, relacionándolos en diferentes representaciones.

Apuntes de diario de campo
La actividad referida a video juegos e interesante para los estudiantes y casi todos pueden resolver todo el video juego. Utilizan la simbología matemática cuando les presentan expresiones lingüísticas sencillas
El multiregistro permite mayor comprensión de los conceptos matemáticos

PROBLEMA NO.

Tres Kilos de peras nos han costado 4,5 €; y los 7 Kilos habriamos pagado 10,5 €. Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio total, y, en función de los Kilos que compremos, x • b
¿Cuánto costaria 5 Kg de peras?

¿Cuál fue el proceso con el que lo respondiste?

$$m = \frac{10,5 - 4,5}{7 - 3} = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$y = 4,5 + 1,5 \cdot (x - 3) \rightarrow y = 1,5x$$

$$\text{Si } x = 5\text{Kg} \rightarrow y = 1,5 \cdot 5 = 7,5€$$

Ilustración 11 Aplicaciones de matemáticas

¿Cómo fuel el proceso para llegar a al solución?

1. Saber los puntos del eje x y y
2. Remplazar valores en la ecuación m
3. Remplazar valor de la ecuación punto pendiente

¿Qué termino no extendiste durante el proceso?

los terminos son entendibles

¿Qué termino te llamo más la atención durante el proceso?

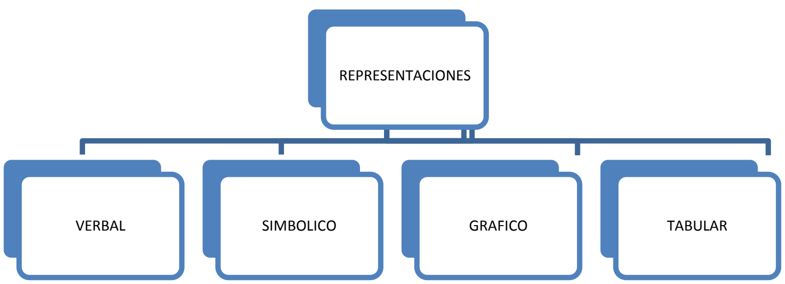
Encuentra la ecuación de la recta

Ilustración 12 Unidad didáctica

La diversificación de los registros de representación semiótica incrementa el desarrollo de los conocimientos, desde lo individual como en lo cultural. Es la característica que jerárquicamente está en el nivel superior ya que *“su importancia para el funcionamiento del pensamiento por lo general se explica con base en las diferencias de costo o de limitación para la función del tratamiento y en las diferencias en las posibilidades de presentación para la función de comunicación que existen entre los registro”.* (Duval R. , Semiosis matemática, 2000).

El siguiente cuadro resume los diferentes tipos de registros semióticos utilizados en matemáticas

Tabla 10 Autoría propia



La representación simbólica permite efectuar unos procesos de cierta manera más económica y más potente que otro registro. El registro algebraico es más económico y potente que el lenguaje natural. Al igual que en problemas físicos los registros analógicos (figuras o gráficos) resulta más funcional que recurrir a registros del lenguaje (texto descriptivo). En forma general el multiregistro constituye una herramienta fundamental que facilita los procesos de aprendizaje porque ofrece procedimientos de interpretación más eficientes para solucionar problemas del entorno.

4.3. Razonamiento deductivo e inductivo para solucionar situaciones del entorno. Utilización del signo matemático.

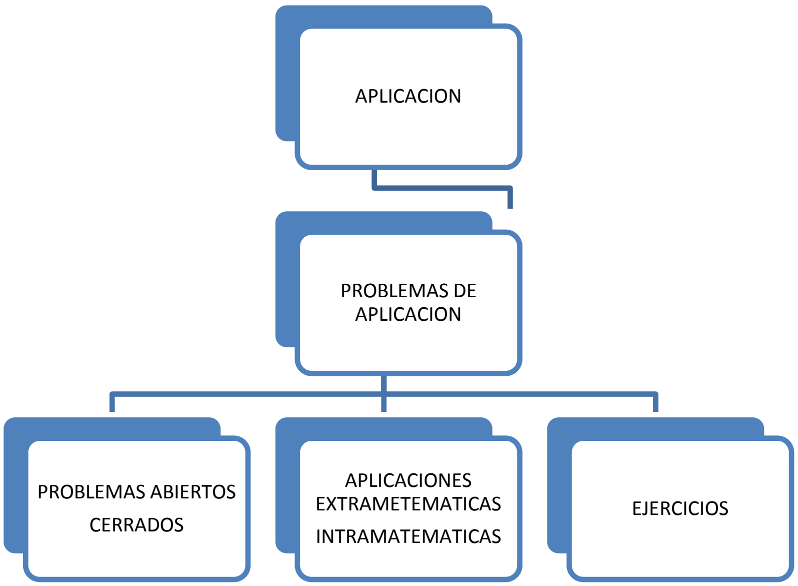
El razonamiento deductivo permite la utilización de premisas de un modo abstracto y objetivo, es decir sin agregar conjeturas de índole personal. La lógica permite entonces el solucionar cuestionamientos tales como: “que sucedería si”. El razonamiento deductivo es propio tanto de la interpretación del signo lingüístico como del signo matemático ya que el razonamiento humano se apoya de los procesos temáticos y abstractos.

Los procesos de pensamiento deductivo permiten que el sujeto manipule las representaciones mentales del signo, que puede ser lingüístico o matemático y lo utilice para comprender el entorno. Lo que hace el pensamiento es que transforma esa representación mental en una nueva forma que pueda dar respuesta a un problema, o ayude a llegar a una meta. El sujeto con un razonamiento deductivo con ayuda de los conceptos reduce la complejidad del mundo en categorías cognitivas más simples y fáciles de usar. En conclusión el razonamiento deductivo, lleva al sujeto a una conclusión que se deduce mediante el uso de reglas generales.

Existe otro razonamiento que permite que los estudiantes formulen y solucionen problemas. Es el razonamiento inductivo, el cual permite que el sujeto infiera una regla general a partir de cosas específicas, usando nuestras observaciones, conocimientos, experiencias y creencias acerca del mundo. Con todo ello desarrollamos una conclusión resumida.

El uso del signo lingüístico y el uso del signo matemático mantienen una relación complementaria y biunívoca. Los estudiantes no pueden hacer uso del signo matemático sin comprender lo que está tratando de comunicar el enunciado de un problema de aplicación. Los problemas de aplicación en matemáticas se dividen en dos categorías, la primera la aplicación de algoritmos para solucionar problemas abiertos o cerrados o ejercicios que hacen alusión a un concepto determinado y la solución de problemas intramatemáticos o examatemáticos. La segunda categoría cuando los estudiantes formulan los problemas teniendo en cuenta una temática determinada. El siguiente cuadro resume las posibilidades de uso del signo matemático.

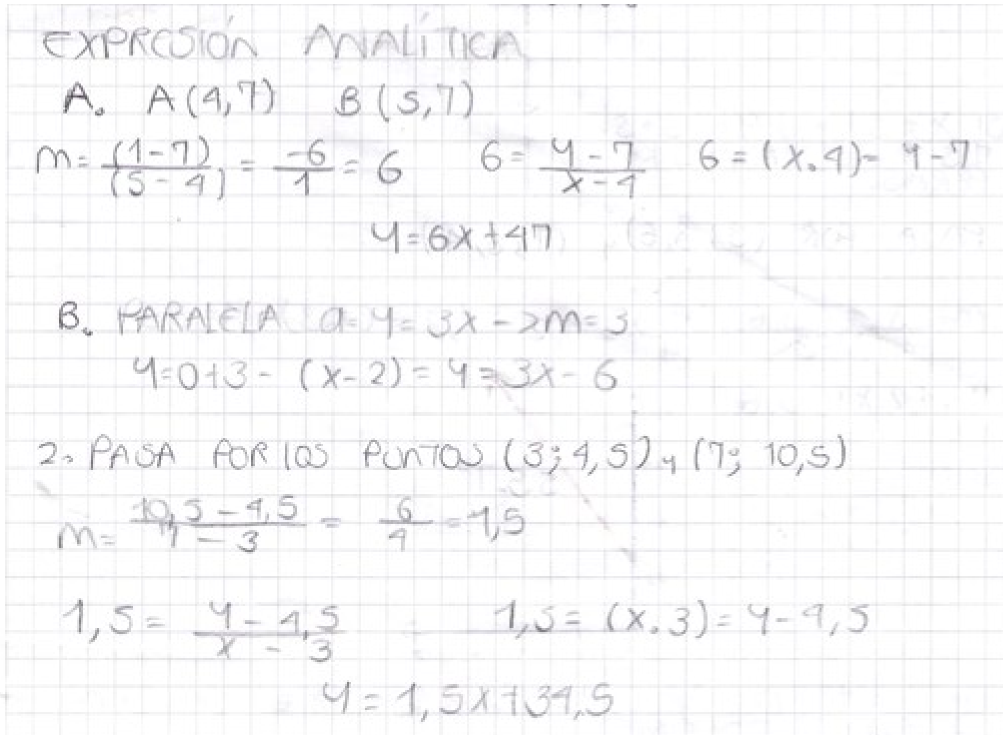
Tabla 11 Autoría propia



Los estudiantes que participaron en esta experiencia utilizan el razonamiento deductivo más que el inductivo, ya que el deductivo sistematiza los conceptos ayudando a desencadenar los alcances de los mismos, mientras que el razonamiento inductivo permite desarrollar los procesos de lo conocido a desconocido. Lo anterior no implica que estos dos razonamientos estén desligados uno del otro, sino por el contrario, los dos se complementan para la solución de problemáticas de la cotidianidad.

Los diferentes instrumentos utilizados en esta experiencia y el trabajo realizado en el aula por parte de la docente pretendían encontrar el cómo los estudiantes solucionan problemas de la cotidianeidad y qué relaciones entre el lenguaje lingüístico y el lenguaje matemático utiliza para tal fin. Los estudiantes utilizan algoritmos, es decir, regla que se deduce mediante el uso de regla que de seguirse garantiza la solución del problema, ya que se puede usar aunque incluso no entiendan la teoría que lo fundamenta. Les proporciona una solución a un problema específico y es siempre preciso.

Lo expuesto en el párrafo anterior no contradice que los estudiantes para solucionar problemas utilizan el razonamiento deductivo e inductivo (aunque en menor escala). Los instrumentos usados en la experiencia permitieron observar que a partir de razonamientos generales, expuestos por la docente los estudiantes pueden deducir procesos de solución para problemas intramatematicos y examatematicos.


EXPRCSIÓN ANALÍTICA

A. A(4,7) B(5,7)

$m = \frac{(1-7)}{(5-4)} = \frac{-6}{1} = 6 \quad 6 = \frac{y-7}{x-4} \quad 6 = (x.4) - y - 7$

$y = 6x + 47$

B. PARALELA a $y = 3x \rightarrow m = 3$

$y = 0 + 3 - (x-2) = y = 3x - 6$

2. PASA POR LOS PUNTOS (3; 4,5) y (7; 10,5)

$m = \frac{10,5 - 4,5}{7 - 3} = \frac{6}{4} = 1,5$

$1,5 = \frac{y - 4,5}{x - 3} \qquad 1,5 = (x.3) = y - 4,5$

$y = 1,5x + 34,5$

Ilustración 13 Solución de unidad didáctica CC

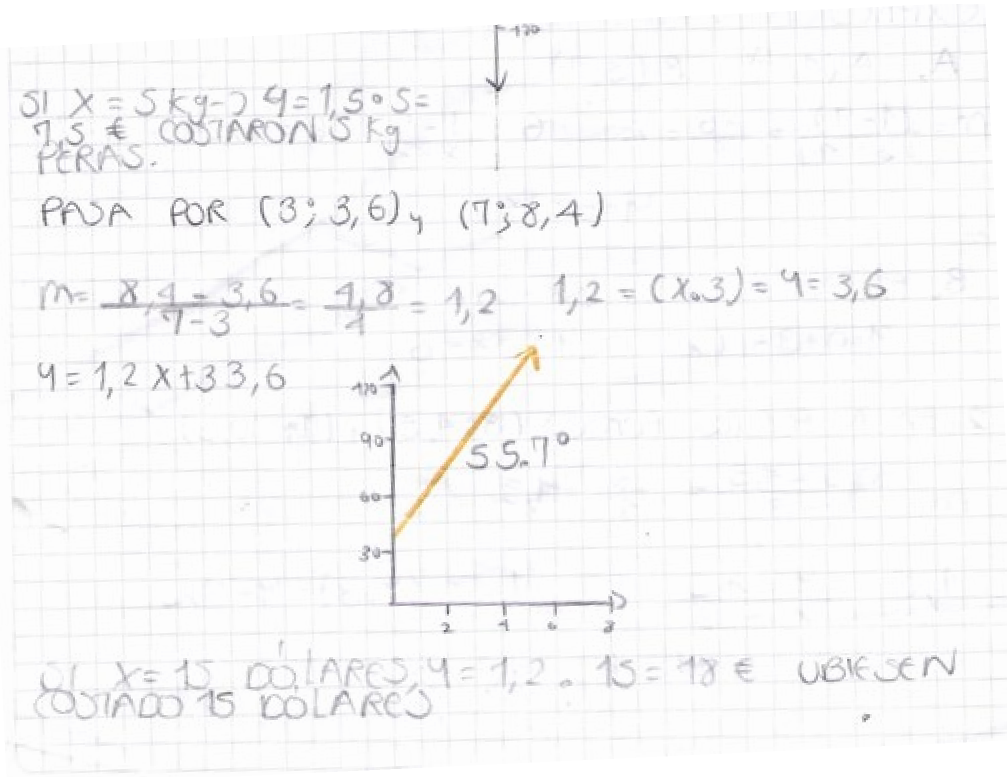


Ilustración 14 Unidad didáctica CC

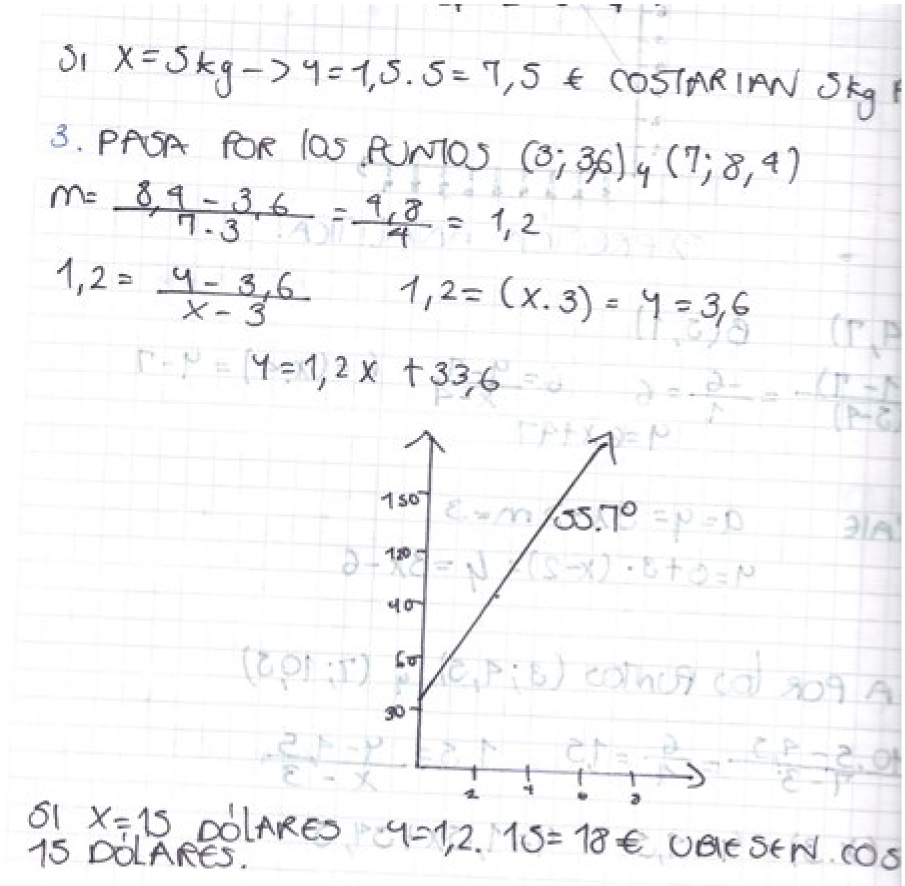


Ilustración 15 Unidad didáctica

El razonamiento inductivo aunque en menor escala, por la forma de preguntar de los docentes de años anteriores, también es usado por los estudiantes para resolver problemas. Desafortunadamente algunos docentes (de años anteriores) conciben la enseñanza de las matemáticas como una colección de algoritmos que los estudiantes en ocasiones utilizan para resolver ejercicios de índole matemático. El razonamiento inductivo es poco desarrollado y depende en la forma en que se formule la pregunta.

PROBLEMA NO.

Por el alquiler de un carro cobran 100€ diarios más 0.30 € por Kilometro. Encuentra la ecuacion de la recta que relaciona el coste diario con el no de Km y representarla. Si en un dia se ha hecho un total de 300 Km

¿Cuál fue el proceso con el que lo respondiste?

$y = 0.3x + 100$

$y = 0.3 \cdot 300 + 100 = 190€$

Rta/ Debemos abonar un importe de 190 €

¿Cómo fuel el proceso para llegar a al solución?

1. Saber la formula general de la ecuación de una recta.
2. Remplazar valores sabiendo el valor de x y y.
3. Sumar

¿Qué termino no extendiste durante el proceso?

Todos entendibles.

¿Qué termino te llamo más la atención durante el proceso?

Relaciona el coste diario con los Km.

Ilustración 16 Ejemplo de solución de problemas

La segunda categoría se presenta cuando los estudiantes plantean sus propios problemas después de observar su entorno, y les dan solución. En este proceso interviene pensamiento deductivo e inductivo, ya que los estudiantes pueden inferir conclusiones desde una hipótesis general y al mismo tiempo avanzan de lo conocido a lo desconocido.

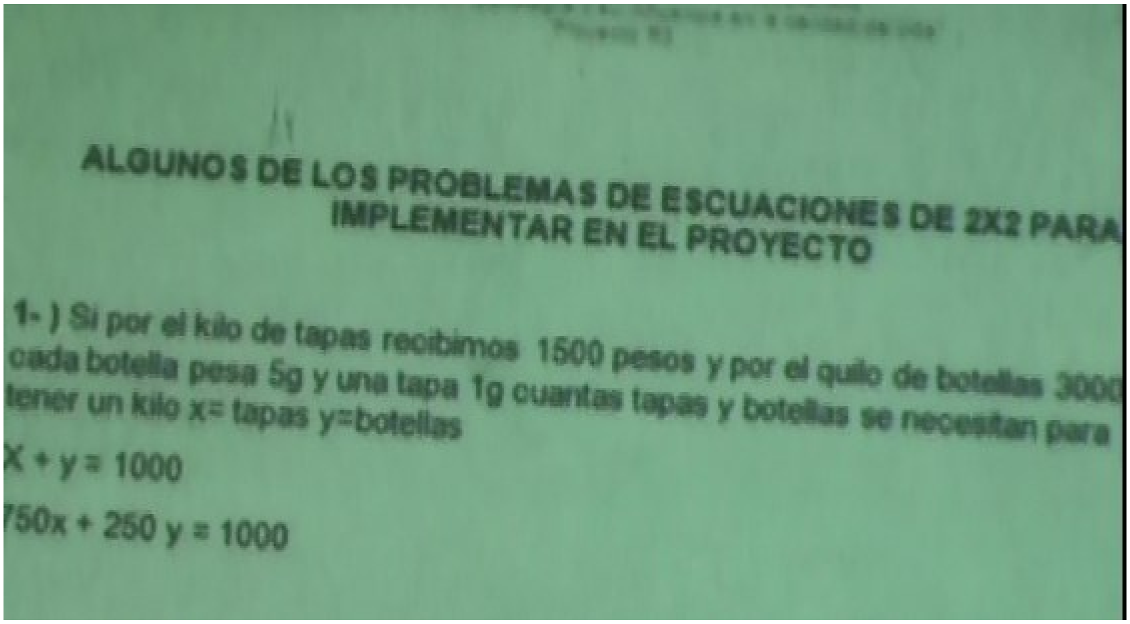


Ilustración 17 Presentación del proyecto

En la experiencia se observa que los estudiantes, con otra alternativa de trabajo pueden desarrollar capacidades más eficientes para solucionar problemas. Un problema bien definido es aquel que tiene la información clara para resolverlo. Un problema mal definido es aquel que no cuenta con toda la información necesaria para resolverlo.

Además los estudiantes plantearon y resolvieron el problema, siguiendo los siguientes pasos:

1. Comprensión y diagnóstico del problema

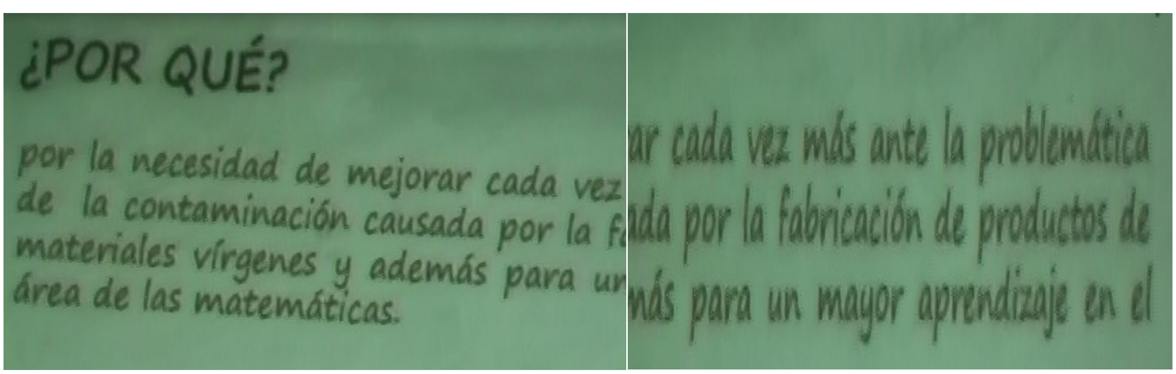


Ilustración 18 Presentación del proyecto

¿Cuáles son las dificultades más notorias que tienen los niños de grado cuarto y quinto en el área de matemáticas?

2. Generación de soluciones

Las soluciones requieren de la reorganización de un grupo de elementos con el fin de satisfacer un criterio determinado. Pueden existir diversas soluciones pero solamente una o unas cuantas hacen posible la solución.

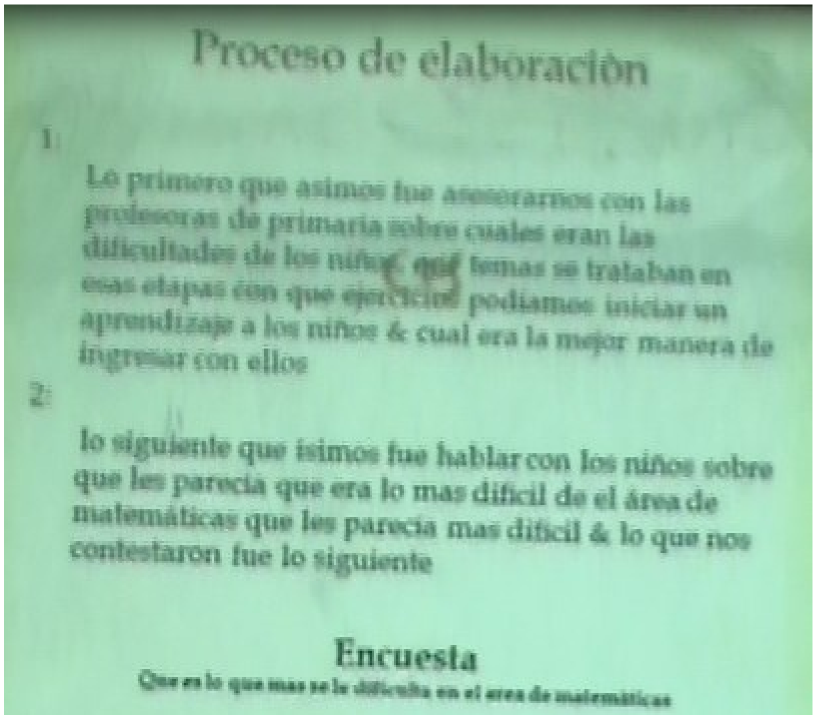


Ilustración 19 Presentación del proyecto

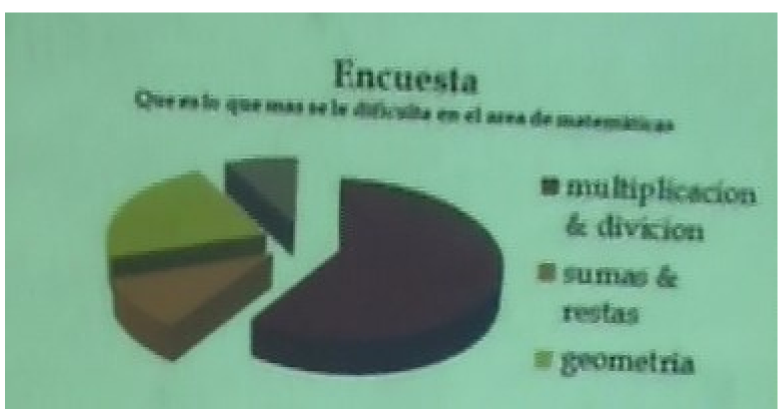


Ilustración 20 Presentación del proyecto

3. Materialización de la solución:

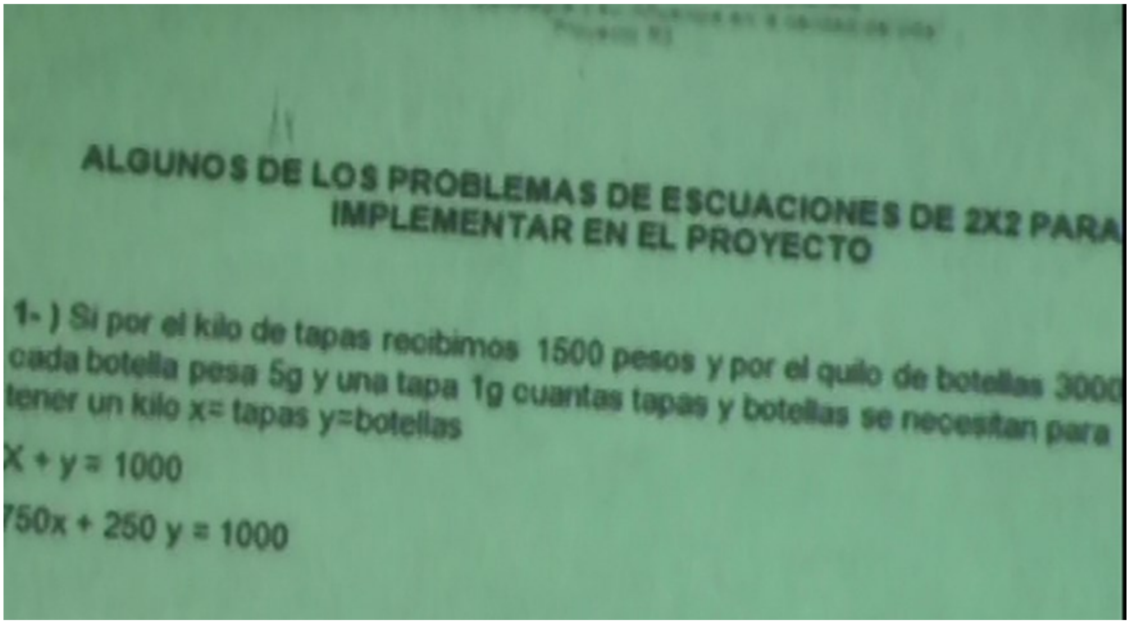


Ilustración 21 Imagen del video de presentación del proyecto de un grupo del grado 902

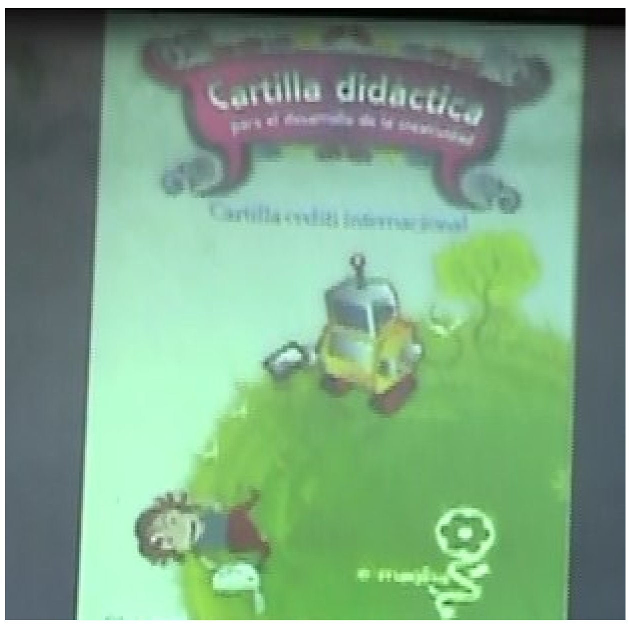


Ilustración 22 imagen del video de presentación de un grupo de grado 902

En esta categorización se observa algunos inconvenientes como la fijación mental, es decir, la tendencia a mantener viejos patrones de resolución de problemas o la imprecisión en tener en cuenta todos los datos relacionados al problema. Por consiguiente se hace necesario un esfuerzo complementario para revisar varias veces la solución de un problema planteado y la investigación de otras soluciones planteadas a la solución de la problemática estudiada.

4.4. Análisis General de los hallazgos

Los procesos de sobregeneralización, analogías, jerarquización, pensamiento deductivo y pensamiento deductivo, que son propios del lenguaje lingüístico, también permiten vislumbrar un proceso de pensamiento para la comprensión del signo matemático. Se requiere una toma de conciencia por parte de toda la comunidad educativa y en particular de los docentes del área de matemáticas, para enfatizar en el manejo del discurso, donde los estudiantes comunican en forma verbal, simbólica y otras más, la comprensión efectiva y eficaz del signo matemático. La comprensión del signo matemático mantiene una relación biunívoca con los procesos de comprensión del signo lingüístico, ya que, los estudiantes que desarrollaron un análisis semántico más eficiente y más consiente en el lenguaje lingüístico comprendieron o le dieron mejor significación al signo matemático y al realizar un análisis consiente del signo matemático se comprende más el signo lingüístico, a la par que solucionan problemáticas de la realidad de una forma eficiente.

Todo aprendizaje matemático involucra procesos lingüísticos asociados a la comprensión o interpretación del signo y creación de sistemas verbales. Pero también el lenguaje lingüístico involucra procesos inherentemente matemáticos como método, lógica formal del discurso. La comprensión semántica del signo lingüístico, ayuda a que los estudiantes conformen un proceso de normas ordenado y jerarquizado, es decir que comprendan y transformen el mensaje que les ofrece determinados signos mediante reglas del código matemático. Lo anterior permite traducir la información del lenguaje matemático a sus discursos individuales. Por otro lado la lógica formal influye en los procesos del lenguaje lingüístico para construir el discurso. Los estudiantes al tener la conciencia de comprensión de los signos matemáticos (íconos, símbolos o gráficos entre otros) y al intercambiarlos con los lingüísticos (verbal, gráfico o simbólico), conlleva a una comprensión conceptual más rápida de la temática del área de matemáticas.

La intervención de la semántica lingüística, es decir la intervención de un lenguaje en otro se agota hasta cuando los estudiantes exponen sus representaciones de la comprensión del signo matemático, ya que, el lenguaje matemático utiliza símbolos característicos y procesos propios del área. Es decir este lenguaje cuenta con su propia sintáctica u ordenamiento y su propia semántica o significación. El estudiante mantiene representaciones que le son significativas para poder resolver problemas, codifica la información del signo y busca la solución de un problema determinado.

A propósito de la solución de problemas, es decir del uso del signo que le da cada estudiante, el pensamiento deductivo es el más usado por ellos, pero en este proceso se caracteriza por estar permanentemente dirigido por los docentes, coartando o interviniendo en la significación del signo matemático. El pensamiento inductivo, facilita la generalización de los conceptos y por consiguiente permite un mejor uso del lenguaje matemático. Es por eso que se hace necesario, diseñar un plan de estudios integrador y complementario para comprender el signo en cada una de las áreas de conocimiento y en particular de matemáticas.

El campo de comunicación, es muy influyente en el sistema académico e institucional actual. Además, este campo está en continuo cambio y por consiguiente los medios, multimedios y transmedios lo nutren continuamente. Los estudiantes actuales también son influenciados por el campo de comunicación que como se dijo al inicio del párrafo está cargado de los diferentes medios, propiciando en ellos un tipo específico en la configuración de su discurso matemático.

El aporte más significativo de este trabajo al campo de comunicación educación y en particular a la línea de medios radica en varios aspectos, uno de los cuales genera una vía de trabajo para que los estudiantes trabajen en forma interactiva y se acomoden en el entorno en que conviven mediante la utilización de signos cuyo significado sea más cercano a cada uno de ellos. La experiencia de trabajo con el video juegos para traducir el lenguaje lingüístico al matemático, la solución de problemas de su entorno a través del uso de herramientas hipermediales o uso de herramientas transmediales para comunicar la significación de lecturas de libros facilita la relación significante y significado del signo matemático dándole significado al discurso matemático de cada estudiante. Este discurso matemático se puede usar en cualquier otro escenario, es claro que cualquier fracaso en Ciencias naturales, en Ciencias sociales o en cualquier otro campo, significa un fracaso con el lenguaje lingüístico o con el lenguaje matemático o con ambos.

CONCLUSIONES E IMPLICACIONES PEDAGOGICAS

La sobregeneralización es una herramienta (aunque no siempre verdadera) que hace que los estudiantes formulen normas o reglas en situaciones nuevas que le sean familiares con algunas con las que haya tenido que enfrentarse en algún momento de su vida. Por esta situación, se crean significaciones que no siempre corresponden a las determinadas por los docentes o personas especializadas, ya sea en el lenguaje lingüístico o el matemático. Al mismo tiempo las analogías juegan un papel muy importante en la construcción del significado del signo. Con las duplas o parejas el estudiante generaliza para el trabajo de otro par de conceptos. Es decir, puede inferir o proyectar lo que podría suceder en una situación general.

El proceso de representación, que necesariamente tiene una organización o jerarquía y que se forma inicialmente dentro del sujeto, permite confirmar si el estudiante adquirió o le dio el significado que se esperaba de acuerdo con las condiciones del docente y las normas propias del área de matemáticas. Después de formarse la significación del signo dentro del estudiante, é, lo puede representar de varias maneras: icónica, gráfica, tabular o simbólica. Lo anterior se puede traducir en los siguiente términos "si lo comprendió lo puede representar o comunicar". Como se aseguró al inicio del párrafo los estudiantes mantienen una jerarquía para representar. Inicialmente comprenden y reconstruyen situaciones determinadas, identificando datos y variables. Después establece símbolos para representar una situación es decir realizan una transformación interna de un registro dado y por último representa una situación en una simbología dada y la transforma en otro registro es decir decodifica e interpreta y distingue entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, relacionándolos en diferentes representaciones.

El uso que los estudiantes le dan a los signos matemáticos está gobernado por los razonamientos que manejan en la escuela. Por lo general el razonamiento deductivo prima sobre el inductivo, ocasionando así una parcialización a la forma en que los alumnos utilizan el signo. Cómo los estudiantes son directamente influenciados por sus docentes, el aprendizaje de los códigos matemáticos y por consiguiente su uso es igualmente influenciado. Los significados personales que han construido mediante la representación se expresan mediante el lenguaje simbólico y su uso.

Las estructuras mentales de los estudiantes no son elementales y vacías cuando llegan a una institución de índole académico. Cada vez que ellos hablan o pronuncian una palabra, cada una de ellas cuenta con un significado que se ha construido por una estructura y relación social. El sujeto siempre busca estar acorde con las normas semánticas y sintácticas en donde se pronuncie dicha palabra. Es decir si es verdadera en un contexto determinado. En el caso del signo matemático sucede exactamente igual, sino que la matemática cuenta con sus propios códigos.

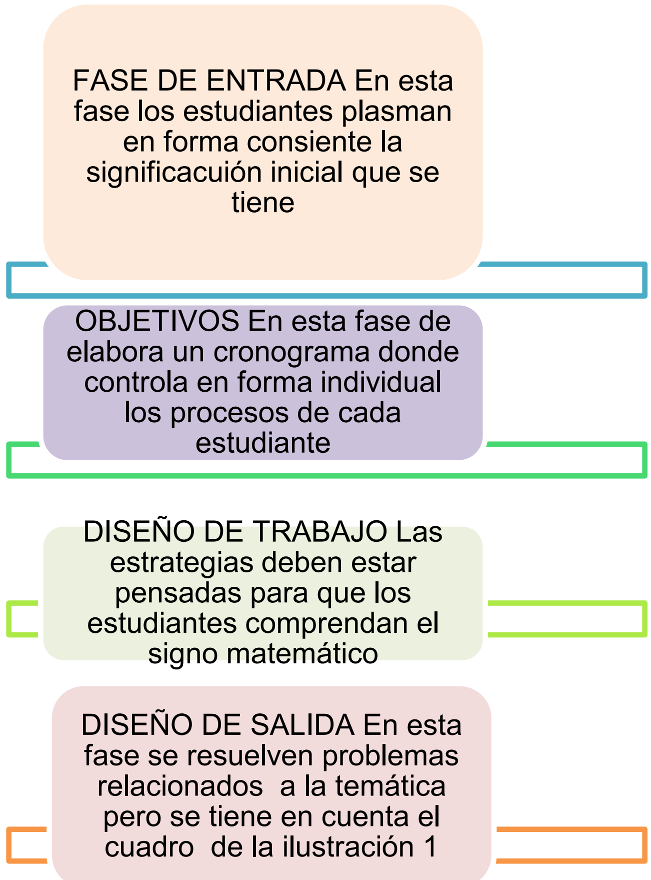
El lenguaje matemático se relaciona directamente con el lenguaje lingüístico, ya que el lenguaje matemático utiliza herramientas de la semiótica para comprender ordenar y transformar su propio discurso y a la vez el lenguaje lingüístico toma elementos del lenguaje lógico matemático para inferir y ordenar conceptos. La relación descrita se da por que el ser humano es un ser netamente simbólico que actúa con códigos que representan los objetos ya sean explícitos (en el lenguaje común) o abstractos (en el lenguaje matemático). Para relacionarse el sujeto con su entorno utiliza una simbolización específica que intercambia con sus pares para crear su propio discurso con una significación determinada. Significación que permanentemente está en cambio.

Es decir, que para desarrollar los procesos de pensamiento los estudiantes no se apoyan en los objetos directamente y mucho menos si se trata de objetos abstractos como lo son los matemáticos, sino que utiliza simbolizaciones de tales objetos mediante un proceso de significación o conceptualización. Tal capacidad les suministra la probabilidad de simbolizar la realidad, transformarla, y comunicarla. La construcción humana de significados se encuentra estrechamente ligada a la capacidad de simbolización. Es decir si se trabaja con los estudiantes desde una perspectiva de la comprensión del signo, se retomaría el instinto de los sujetos y los resultados mejorarían considerablemente. El ser humano en una forma innata crea símbolos para entender y coexistir con la realidad y los utiliza para razonar y comunicarse. Los lenguajes más cercanos a la naturaleza del hombre son el lingüístico y el matemático.

La significación de los signos matemáticos se puede incrementar si se trabaja con la semiótica lingüística, como herramienta en cada uno de los encuentros matemáticos. La comprensión semántica del signo matemático es decir su significante y su significado, la jerarquización y su uso para resolver problemas, son los aspectos que deben rescatar las metodologías en el área de matemáticas para que los estudiantes puedan construir permanentemente su discurso matemático con significación acertada. El aprendizaje en matemáticas ya no se puede concebir como una ciencia meramente numérica, memorística o algorítmica debe incentivar la comprensión del signo, su uso asertivo y su interrelación con el medio. Es decir la matemática debe cumplir con funciones de la comunicación.

Después de haber terminado esta experiencia, queda de manifiesto que las concepciones de trabajo aislado en cada una de las asignaturas del colegio donde se desarrolló, no permite el desarrollo intertextual de los estudiantes. Se hace necesario entonces el trabajo de la comprensión signica y esto solo se realiza si los docentes de español (en algunas instituciones se llama castellano o humanidades) trabajan mancomunadamente para que el lenguaje lingüístico le brinde herramientas semánticas al lenguaje matemático y este a su vez le ofrezca alternativas lógicas para la comprensión del signo.

Las alternativas expuestas en el presente trabajo de grado proporcionaron un gran beneficio a los estudiantes de grado noveno de la institución donde se realizó el mismo. Las unidades didácticas pensadas en la comprensión del signo matemático, ayudaron a que los estudiantes permanentemente se cuestionaran sobre el verdadero significado de los objetos matemáticos. La división sistemática de cada una de las guías permiten determinar los preconceptos de los estudiantes y como los representan, las interrelaciones con los conceptos trabajados en cada una de las clases, permiten cuestionar cada uno de los preconceptos con los que iniciaban su estudio y por último los problemas de aplicación permitían una consolidación de los conceptos con mayor eficiencia. El siguiente cuadro resume la estructura de las unidades didácticas, teniendo siempre presente la permanente intervención de la docente para encaminar el trabajo de la comprensión del signo.



El diario de campo permitió constatar que todas la actividades implementadas en los encuentros con los estudiantes, deben ser diseñadas para que el alumno crea una conciencia de preguntarse permanentemente sobre el significante y por consiguiente el significado de todos los signos que se le presentan. La alternativa de "*preparar la clase"* diobuenos resultados ya que es en ese momento donde el estudiante puede en forma ordenada (mapa conceptual) comunicar sus preconceptos de los objetos matemáticos a tratar en una clase determinada. Las actividades dirigidas por la docente permiten que los estudiantes en una forma secuencial y organizada los estudiantes comprendan la significación y crean su propio discurso con componentes o signos matemáticos.

El uso de las herramientas multimediales y transmediales, motivan a los estudiantes a realizar una lectura más productiva y significativa de los signos tanto lingüísticos como matemáticos. Estas herramientas ayudan a que los estudiantes trabajen problemáticas de su entorno mediante la utilización de una significación de los signos más acorde.

BIBLIOGRAFIA

Aguirre, R. (2012). Pensamiento Narrativo y Educación. *Educere Artículos Advitrarios*, 83-92.

archivadas, E. (2009). Resoliución de problemas. Teoria de problemas. 2009. Ejemplo.

Aula virtual. (Mayo de 2014). Recuperado el 08 de Junio de 2015, de aulavirtual.tecnoicocomfenalcovirtual.edu.colog

aulavirtual. (02 de 04 de 2014). Recuperado el 18 de 04 de 2015, de aulavirtual.tecnoicocomfenalcovirtual.edu.colog

Baena, L. (1980). Estructura Semántica y Transformaciones. *LENGUAJE - REVISTA DEL COLOQUIO LINGÜÍSTICO DE COLOMBIA* , 35-40.

Balacheff, N. (1990). *Towards a "problématique" for research on mathematics.*

Batanero, J. D. (1996). *Matemáticas para maestros.*

Biblioteca Luis Ángel Arango. (s.f.). Lenguaje matemático lenguaje común.

Bigot, M. (2005). Ferdinand de Saussure: El enfoque dicotomico del estudio de la lengua. *Apuntes de lingüistica antropológica*, 26-56.

Bruner, J. (1990). *Actos de significado. Mas allá de la revolución cognitiva.* Madrid: Alianza. Col. Psicología Minor.

Calderon, D. (2008). Argumentación y competencias argumentativas en matemáticas. *Educación y Pedagogía*.

Cardona, M. (1999). Los fundamentos de la enunciación: de la semiótica del círculo de viena a los procesos de la significación en Baena. *Enunciación Universidad Distrital francisco José de Caldas*.

Chomsky, N. (1975). Logical Sintax and Semantix; their linuistics relevance. En N. Chomsky, *Logical Sintax and Semantix; their linuistics relevance* (págs. 35-45).

D´Amore, M. F. (2014). *La semiotica de la matemática.* Bogotá: Magisterio.

Definición de. (15 de Mayo de 2014). Recuperado el 20 de Abril de 2015, de definicion.de/jerarquia

definición, d. (Mayo de 2014). *Definición de*. Recuperado el 08 de junio de 2015

Dummett, M. (. (1991). *Qué es una teoría del significado?*

Duval, R. (2000). *Semiosis matemática.*

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano.* Cali Colombia: Peter Lang en asosio con la universidad del Valle.

Eco, U. (1975). *Signo.*

Entradas archivadas:. (2009). Resolución de problemas. Teoría de problemas.

Enzensberger, H. M. (1997). *El diablo de los números.* Viena: Siruela.

Fairclough, n. (1989). *Language and Power.*

Figueroa, R. (2009). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas .*

Fuentes, M. D. (2010). Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que Incorpora la Calculadora. *Formación Universitaria Vol 3*, 33-44.

Gadamer, H.-G. (1998). *El arte como juego, símbolo y fiesta.*

Gilberto Obando, C. V. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, proporción y proporcionalidad. Un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 59-70.

Godino, J. D. (1996). *Mathematical concepts, their meaning, and understanding. En: L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), Proceedings of the 20th.* Valencia España.

Godino, J. D. (2011). *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática.* (U. d. Granada, Ed.) Granada .

Godino, J. D. (s.f.). Matematicas y su didactica para maestros. En J. D. Godino, *Matematicas y su didactica para maestros.* Universidad dfe Granada.

Gómez, W. S. (2005). ¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático? *SAPIENS*.

Gutierrez, S. (2010). *el lenguaje de las matemáticas.* Bogotá.

Habermas, J. (1981). *Acción comunicativa.*

Haquin, D. M. (2004). *Recursos semióticos del profesor de matemática: funciones complementarias del habla y los gestos para la alfabetización científica escolar.* Valparaiso, Chile.

Heidegger. (2010). *Artículos de Pedagogía*. Recuperado el 28 de Mayo de 2015, de https://revistas.ucm.es/index.php/ASEM/article/download/.../18423

León, O. L. (2006). La relación: matemática-semiosis-argumentación, en la elaboración de diseños didácticos. *Revista cientifica. Universidad Distrital Francisco José de Caldas*.

Lomas, C. (2008). Aprendeer a comunicar(se) en el aula. 40-50.

Lorante, A. (2009). Historia del álgebra y sus textos.

Marin, M. (2000). Contar matemáticas para enseñar mejor. *Universidad de Castilla*.

Martínez, M. (2000). *La investigación acción en el aula.* Agenda Académica Volumen 7, Nº 1, Universidad Simón Bolivar.

Mayen S, B. C. (2000). *Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales.*

O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images.* Nueva York.

Ortega, J. F. (2009). Matematicas ¿Un problema de lenguaje. *Universidad de Castilla- La Mancha.*

Oviedo, L. H. (2009). *representaciones semioticas en el aprendizaje del teorema de pitágoras.*

Patiño, S. (2012). La enseñanza para la comprensión (EpC) propuesta metodologica centranda en el aprendizaje del estudiante. *Humanizarte Año 5 Número 8*, 1-10.

pedagogía, D. d. (2000). *Definición de.*

Proenza, Y. y Leyva, L.M., . (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación,*, 40(6), 1-11 .

ROJANO, T. (2008). La matemática escolar como lenguaje de investigación y enseñanza. *Investigación y experiencias didacticas*, 50-62.

S., S. (1974). *Elementos de lingüística matemática.* España: Anagrama.

Schleppegrell, M. J. (2004). *The Language of Schooling: A Functional Linguistics Perspective .*

Scolari, C. (2008). *Hipermediaciones.*

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional.* Cali: Universidad del Valle.

Sierra, S. (1974). *Elementos de lingüística matemática.* España: Anagrama.

Tahan, M. (1985). *el hombre que calculaba.* Madrid: Europa Ediciones / 84-7514-120-x.

Tamayo G, F. A. (2009). Herramientas semióticas y currículo de matemáticas. ponencia. . *Cognición, aprendizaje y currículo.*

V. 4. (1982). *Handbook of Fishery Technology.* Novikov, V. M., Editor.

Anexos:

Anexo 1 Entrevista 903 Pilotaje

COMPRENSION MATEMATICA DURANTE LA VIDA ESCOLAR

NOMBRE: ________________________________

CURSO: __________________________________

¿Cómo se siente usted con respecto a los temas vistos en el área de matemáticas durante toda su vida escolar?

Bien
Regular
Mal

Justifique

¿Considera que la metodología que sido usada en las clases de matemáticas (desde preescolar hasta octavo) es apropiada para su aprendizaje?

Si
No

Justifique

¿Identifica rápidamente si una expresión matemática corresponde a una función lineal?

Si
No

Justifique

¿Usted identifica rápidamente la representación gráfica de una función, solamente con la expresión algebraica?

y=(-1)/5 x+7
y=2x^2+3

Siempre
Casi siempre
Casi nunca
Nunca

Justifique

¿Identifica, comprende y representa todos los objetos matemáticos presentes en una expresión lingüística?

Ejemplo:

La edad de un padre es doble de la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos), la edad del padre era triple que la suma de las edades, en aquel tiempo, de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, la suma de edades de las tres personas será 150 años. ¿Qué edad tenía el padre en el momento de nacer sus hijos?

Se tienen tres lingotes compuestos del siguiente modo:

El primero de 20 g de oro, 30 g de plata y 40 g de cobre.

El segundo de 30 g de oro, 40 g de plata y 50 g de cobre.

El tercero de 40 g de oro, 50 g de plata y 90 g de cobre.

Se pide qué peso habrá de tomarse de cada uno de los lingotes anteriores para formar un nuevo lingote de 34 g de oro, 46 g de plata y 67 g de cobre.

Anexo 2 Diagnóstico

COMPRENSION MATEMATICA DURANTE LA VIDA ESCOLAR

CURSO: ___________________________________

1. ¿Identifica si una expresión matemática corresponde a una función lineal?

a. Si

b. No

Justifique

2. ¿Usted identifica la representación gráfica de una función, solamente con la expresión algebraica?

$$y = {}^{-1}/_{5}\,x + 7$$

$$y = 2x^2 + 3$$

a. SI

b. NO

Justifique

3. ¿Identifica, comprende y representa todos los objetos matemáticos presentes en una expresión lingüística?

Ejemplo:

3.1. La edad de un padre es doble de la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos), la edad del padre era triple que la suma de las edades, en aquel tiempo, de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, la suma de edades de las tres personas será 150 años. ¿Qué edad tenía el padre en el momento de nacer sus hijos?

3.2. Se tienen tres lingotes compuestos del siguiente modo:

El primero de 20 g de oro, 30 g de plata y 40 g de cobre.

El segundo de 30 g de oro, 40 g de plata y 50 g de cobre.

El tercero de 40 g de oro, 50 g de plata y 90 g de cobre.

Se pide qué peso habrá de tomarse de cada uno de los lingotes anteriores para formar un nuevo lingote de 34 g de oro, 46 g de plata y 67 g de cobre.

3.1

Palabra lingüística	Expresión matemática	justificación

3.2.

Palabra lingüística	Expresión matemática	justificación

1. En este taller se necesita que identifique los objetos matemáticos que maneja a la perfección y los que no y que exprese el motivo por el cual no los conoce. Ejemplo: nunca lo ha visto, sabe que lo ha visto, pero no lo maneja con facilidad. Además se necesita que especifique la definición que conoce de cada objeto matemático. Y que en forma clara y breve resuelva cada uno de los numerales de la guía.

1.1. Una educación educativa tiene 538 estudiantes internos y 807 externos. ¿Qué parte del alumnado son internos?

1.2. La presión de un gas es directamente proporcional a la temperatura a la cual se encuentra e inversamente proporcional al volumen que ocupa. Si la temperatura permanece constante, hallar en que porcentaje variará su volumen cuando su presión disminuye en un 45 %.

1.3. Dibuja la recta que pasa por los puntos (1,2) y (6,10).

b. ¿Qué signo tiene la pendiente de esta recta?___________________

c. ¿Por qué?_____________________________

d. ¿Qué entiendes por pendiente de una recta?____________

*1.1. Analice la siguiente tabla de valores y determine cómo se relacionan las variables **x** y*

y.

Tabla 1

X	Y
0	-1
2	-7
4	-13
6	-19
8	-25
10	-31

Tabla 2

x	Y
-3	9
-2	4
0	0
4	16
7	49
12	144

Tabla 3

x	Y
-2	2
-1	1
0	0
2	2
3	3
4	4

Tabla 1. ¿Representa una función lineal?______

¿Por qué?____

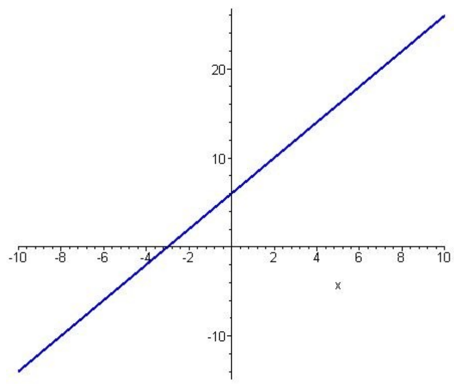
Tabla 2. ¿Representa una función lineal?______

¿Por qué?____

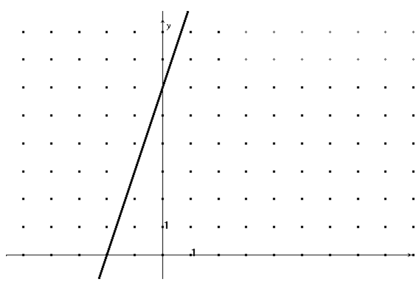
Tabla 3. ¿Representa una función lineal?______

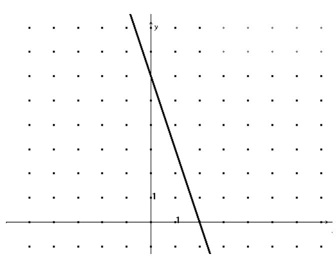
¿Por qué?____

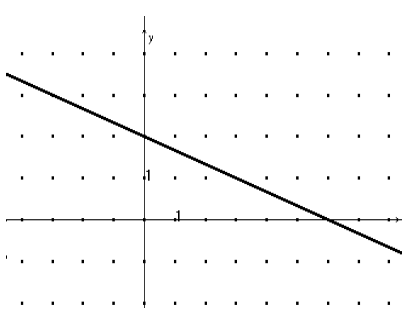
1.6. Determine la expresión algebraica cuya gráfica es la siguiente:

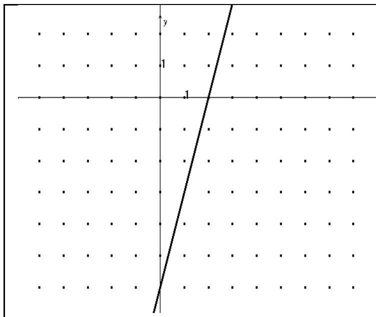


1.4. Identifique cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función $Y = 2X - 3$









Si considera que ninguna de las gráficas anteriores corresponde a y = −3x + 6, trace la gráfica correcta